Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **9 (1954)**

Heft 4

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Literaturüberschau

GEORGES BOULIGAND: *Mécanique rationnelle*

5e édition, XXXII + 572 pages, Librairie Vuibert, Paris 1954

La nouvelle édition revue et fortement augmentée du traité de M. BOULIGAND contient dans un seul volume le *Précis* et les *Compléments et exercices* du même auteur. Ce livre, à l'usage des élèves des facultés des sciences, est le dernier-né de la lignée des œuvres de mécanique rationnelle de la tradition des POINCARÉ, APPELL, HADAMARD et tant d'autres. La première partie du livre est dédiée aux questions classiques: théorie des vecteurs, cinématique, géométrie des masses, principes et théorèmes généraux de la dynamique, dynamique analytique, stabilité, petits mouvements, chocs et percussions, mécanique des fils, des milieux déformables et des fluides, espace-temps et la gravitation. La seconde partie est consacrée à la cinématique et la dynamique des systèmes avec frottement. Il est inutile d'énumérer le contenu d'une façon plus détaillée vu que le lecteur peut être sûr de trouver dans ce livre une étude complète et très approfondie de la mécanique. L'auteur souligne la valeur de l'étude de la mécanique classique comme base de l'édifice des sciences exactes, car en dépit de ses postulats souvent simplistes elle marque une première étape de synthèse universelle. D'ailleurs, l'auteur ne manque jamais de souligner les simplifications admises et étudie à fond les voir par exemple le paradoxe de PAINLEVÉ dans les problèmes de frottement. Les conséquences, incursions de l'auteur dans le domaine philosophique et dans celui des géométries nouvelles sont également à relever. Pour faciliter l'assimilation des théories M. BOULIGAND traite un grand nombre d'exemples et de problèmes soigneusement choisis. Cet enseignement par les problèmes confère au livre une valeur éducative éminente. *G. Tordion.*

R. GOUYON: *Le problème de mécanique rationnelle à l'Agrégation*

253 pages, Librairie Vuibert, Paris 1954

Le recueil de problèmes présenté est destiné aux étudiants d'Agrégation et de Licence déjà bien avancés en mécanique rationnelle. L'ouvrage contient les problèmes posés en France lors des Agrégations de 1932 à 1952. Il porte spécialement sur les théorèmes généraux, équations de LAGRANGE, stabilité et petits mouvements, roulement, pivotement, et sur les chocs avec et sans frottement. L'idée prédominante de l'auteur était de pallier à la confusion qui règne souvent chez les étudiants à propos de l'application des méthodes analytiques aux problèmes avec frottement. A cette fin, le recueil est précédé de quatre notes théoriques qui sont bienvenues, et tous les problèmes sont résolus et discutés. Ces derniers étant de haute volée, le recueil fera la joie du lecteur épris de la mécanique analytique et de ses difficultés. *G. Tordion.*

H. DÖRRIE: *Einführung in die Funktionentheorie*

559 Seiten, Verlag R. Oldenbourg, München 1951

Vor zwanzig Jahren ist unter dem stolzen Titel *Triumph der Mathematik* ein Buch erschienen, das nach Form und Inhalt nur von einem Manne stammen konnte, der sich ein Leben lang in dem während Jahrhunderten aufgebauten Lehrgebäude der Mathematik gründlich umgesehen und sich daran gewöhnt hat, die alten Probleme neu und selbständig zu durchdenken. Heute überrascht uns HEINRICH DÖRRIE, der kürzlich seinen achtzigsten Geburtstag feiern konnte, mit einer umfangreichen Einführung in die Funktionentheorie.

Eingeführt werden sollen vor allen Dingen Ingenieure, denen die Hauptsätze und die tragenden Gedanken dieser mathematischen Disziplin mit aller wissenschaftlichen

Strenge, aber in einer Art und Weise nahegebracht werden, die zum Selbststudium verlockt und bei ihm festhält. Mit grossem didaktischem Geschick ist hier ein Lehrbuch geschaffen worden, aus dem man sehr viel Funktionentheorie wirklich lernen kann. Dass trotz gelegentlicher, aber für den Anfänger notwendiger Breite der Darstellung ein so riesiger Stoff bewältigt werden konnte, beruht namentlich auf der sorgfältigen Auswahl der Beweise. So wird beispielsweise für den Hauptsatz von CAUCHY nur der klassisch einfache Beweis von GOURSAT vorgeführt.

Es darf auch erwähnt werden, dass der Verfasser, der in dem löblichen Bestreben, ausgefahrene Geleise tunlichst zu meiden, gelegentlich etwas zu weit ging, in diesem Buch, von einigen Ausnahmen abgesehen, darauf verzichtet hat, neue Namen und eigene Symbole für längst eingebürgerte Fachausdrücke zu verwenden. Dafür werden ihm alle diejenigen dankbar sein, die in seiner gründlichen Schule Lust bekommen haben, funktionentheoretische Literatur zu lesen.

Über den Umfang des dargestellten Stoffes mag folgende Inhaltsübersicht Aufschluss geben. In einer Einleitung von fünfzig Seiten werden die mathematischen Hilfsmittel aus der Lehre von den komplexen Zahlen und der Mengen bereitgestellt. Ein erster Hauptteil bringt in zehn Abschnitten die allgemeine Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Variablen. Zunächst wird die reguläre Funktion definiert und durch Beispiele erläutert sowie die Existenz des Integrals der stetigen Funktion bewiesen. Am Beispiel der homographischen Funktion, das heisst der linear gebrochenen Funktion, wird sodann eine erste Abbildung, die Homographie und ihre Konformität und Kreisverwandtschaft besprochen. Es folgt ein Abschnitt über Potenzreihen und anschliessend das besonders schöne und ausführliche Kapitel über CAUCHYS Integralsätze und ihre Anwendung. Ihm ist als Motto das Zitat von BOREL vorangestellt: «C'est à CAUCHY que revient la gloire d'avoir fondé la théorie des fonctions d'une variable complexe.»

Im Abschnitt über den Satz von PICARD finden auch, wie üblich, die Sätze von BLOCH und SCHOTTKY-LANDAU ihre Behandlung. Dagegen ist die Lemniskatenfunktion, der ein eigener Abschnitt eingeräumt wird, etwas, was man in den Lehrbüchern seltener und sicher nicht an dieser Stelle findet. Algebraische Funktionen und Riemannsche Flächen, der Konvergenzsatz von WEIERSTRASS und seine Folgerungen sind Gegenstände weiterer Abschnitte. Im Kapitel über konforme Abbildungen finden wir ausser dem Riemannschen Abbildungssatz Anwendungen auf Kartenprojektionen und Strömungsprobleme. Ein Abschnitt über analytische Fortsetzung schliesst den ersten Hauptteil und damit die allgemeine Theorie ab.

Im zweiten Hauptteil kommen dann spezielle höhere Funktionen zur Sprache, so die Thetafunktionen, die elliptischen Funktionen von WEIERSTRASS und diejenigen von JACOBI, Modulfunktionen, EULERS Gamma- und RIEMANNS Zetafunktion. Merkwürdigerweise wird in dem Buch, das doch im Hinblick auf die Anwendungen geschrieben wurde, auf die Funktionentafel von JAHNKE-EMDE, soviel ich gesehen habe, nicht oder dann sicher zu wenig hingewiesen. *W. Honegger.*

L. FEJES TÓTH: *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum*

Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band LXV, 197 S., 124 Abb., Springer-Verlag, Berlin 1953

Lagerungsprobleme mit Extremalforderungen, wie die Frage nach der dichtesten Kreislagerung bzw. Kugelpackung, haben zu allen Zeiten die Mathematiker interessiert. Systematische Untersuchungen, besonders auch irregulärer Anordnungen, wurden aber erst in den letzten Jahren angestellt, vor allem durch den Verfasser, der somit besonders berufen war, die vorliegende erste zusammenfassende Darstellung dieses reizvollen Gebietes zu schreiben.

Im Zentrum stehen folgende beiden Probleme: 1. In ein grosses ebenes Gebiet $\mathfrak{G}$ sollen möglichst viele gleiche Kreise (oder allgemeiner konvexe Scheiben) eingelagert werden (dichteste Lagerung). 2. $\mathfrak{G}$ soll mit möglichst wenig gleichen Kreisen (Scheiben) vollständig überdeckt werden (dünnste Überdeckung). Ist Σ die Summe der Flächen der Scheiben und G die Fläche von $\mathfrak{G}$, so ist $d = \Sigma/G$ die Dichte der Anordnung. Diese Zahl ist als Grenzwert auch für den Fall erklärt, wo $\mathfrak{G}$ die ganze Ebene ist und unendlich viele Scheiben verwendet werden. Für kongruente Kreise gilt im Falle einer Lagerung $d \leqq \pi/\sqrt{12}$, im Fall einer Überdeckung der Ebene $d \geqq 2\,\pi/\sqrt{27}$. Die Schranken sind genau, und die entsprechenden Anordnungen sind regulär. Für ein endliches G gilt bei Verwendung von mindestens zwei kongruenten Kreisen: $\Sigma < \pi\, G/\sqrt{12}$ (Lagerung), $\Sigma > 2\,\pi\, G/\sqrt{27}$ (Überdeckung). Hieraus folgt zum Beispiel, dass in ein konvexes Gebiet, das mit etwa 100 Einheitskreisen überdeckt werden kann, höchstens 74 Einheitskreise eingelagert werden können. Auch im Falle inkongruenter Kreise sind Aussagen möglich.

Ein Kapitel befasst sich mit der Frage nach denjenigen Scheiben S, mit denen sich die Ebene am schlechtesten ausfüllen bzw. am unwirtschaftlichsten überdecken lässt. Hier sind erst wenige Resultate bekannt. Verlangt man gitterförmige Anordnung (die S gehen aus einer von ihnen durch eine Translationsgruppe hervor), so ist die Dichte der dichtesten Lagerung $\geqq 2/3$, die der dünnsten Überdeckung $\leqq 3/2$, wobei Gleichheit nur gilt, wenn die S Dreiecke sind. Sind die S zudem noch als zentralsymmetrisch vorausgesetzt, so ist die Dichte der dünnsten gitterförmigen Überdeckung $\leqq 2\,\pi/\sqrt{27}$. Gleichheit gilt nur, wenn S eine Ellipse ist. Jedes nicht ellipsenförmige S mit Mittelpunkt gestattet also eine ökonomischere Überdeckung der Ebene als der Kreis. Merkwürdigerweise ist die Dichte der dichtesten gitterförmigen Lagerung zentralsymmetrischer S nicht für die Ellipse am kleinsten (Dichte für die Ellipse $= \pi/\sqrt{12}$), sondern es gibt gewisse abgerundete Achtecke, für die die Dichte $< \pi/\sqrt{12}$ ausfällt. Sehr merkwürdig ist auch, dass im Fall zentralsymmetrischer S die maximale Dichte der dichtesten gitterförmigen Lagerung nicht von der Dichte einer irregulären Lagerung übertroffen werden kann.

Interessante Ergebnisse vermittelt der Abschnitt über Extremaleigenschaften der regulären Polyeder. Einige davon stehen im Zusammenhang mit Einlagerungen bzw. Überdeckungen der Kugelfläche durch $n \geqq 3$ kongruente Kugelkappen bzw. deren Grundkreise. Im Falle extremaler Dichte bilden die Mittelpunkte dieser Grundkreise die Eckpunkte eines regulären Dreieckspolyeders. Neben isoperimetrischen Ungleichungen finden wir hier auch Abschätzungen der Kantenlängensumme. So hat ein konvexes Polyeder mit inhaltsgleichen Flächen, das eine Kugel vom Durchmesser D enthält, mindestens die Kantenlängensumme $12\,D$, und dieser Wert gilt nur für einen Würfel der Kantenlänge D.

Ein weiteres Kapitel ist den irregulären Lagerungen auf der Kugel gewidmet. Mittels des zu einem Punktsystem gehörenden Graphen wird die dichteste sphärische Lagerung von 7 bzw. 8 kongruenten Kreisen bestimmt. Diese durch SCHÜTTE und VAN DER WAERDEN entwickelte Methode hat neuerdings zur Erledigung des Problems der 13 Kugeln geführt[1]).

Lagerungen im Raum sind der Gegenstand des letzten Kapitels. Hier sind auch die eigentümlichen Schwierigkeiten besprochen, die der Lösung der noch offenen Frage nach der dichtesten Kugelpackung entgegenstehen.

Das Werk enthält eine Fülle interessanter Einzeltatsachen und auch viele historische Bemerkungen. Die zahlreichen Hinweise auf noch ungelöste Probleme bieten dem Leser viele Möglichkeiten zu eigener Forschung und Entdeckerfreude. Der Text ist angenehm zu lesen und mit guten Figuren versehen. Da fast keine Vorkenntnisse verlangt werden und die Überlegungen verhältnismässig elementar sind, wird das schöne Buch unter den Freunden der Mathematik weiteste Verbreitung finden. *E. Trost.*

---

[1]) Vergleiche El. Math. *9*, 47 (1954).