Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **9 (1954)**

Heft 5

PDF erstellt am: **10.08.2024**

6. Für ein Kegelschnittbüschel, dessen vier Grundpunkte auf einem Kreise liegen, ermittle man die gemeinsamen Achsenrichtungen (Figur 3).
7. Man beweise den Desarguesschen Involutionssatz für Kegelschnittbüschel, welcher besagt, dass die Kurven des Büschels auf jeder Geraden m involutorische Punktreihen herausschneiden.
   (Man verwende den Kegelschnitt, der durch die Verbindungsebene μ von m und S aus der Fläche zweiter Ordnung herausgeschnitten wird).
8. Welche stereometrische Aufgabe geht aus dem planimetrischen Problem hervor, einen Kreis zu konstruieren, der durch zwei gegebene Punkte geht und eine vorgegebene Gerade berührt?
9. Von einem Kegelschnitt c kennt man drei Punkte A, B, P sowie den Krümmungskreis in P. Man konstruiere die beiden Tangenten in A und B (Figur 5).
10. Welche geometrischen Zusammenhänge deckt der Sturmsche Satz in den folgenden drei Spezialfällen auf?
    a) zwei Kegelschnitte sind ausgeartet, der dritte hingegen ist nicht ausgeartet;
    b) alle drei Kegelschnitte sind ausgeartet;
    c) c_1, c_2 und c_3 sind Kreise.

M. JEGER, Olten und Zürich.

Ungelöste Probleme

Nr. 1. Herr G. PÓLYA weist darauf hin (Brief vom 27. April 1954 an den Unterzeichneten), dass es wünschenswert wäre, einen einfachen Beweis der Ungleichung

$$L^4 - 32\,\pi^3\,I \geqq 0$$

zu kennen. L bezeichnet den Umfang eines ebenen konvexen Bereichs und I das polare Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes. Gleichheit besteht für den Kreisbereich. Die Ungleichung ist unseres Wissens erstmals von G. PÓLYA und G. SZEGÖ (*Isoperimetric Inequalities in Mathematical Physics* [Princeton 1951], S. 10) mitgeteilt und im Zusammenhang mit andern sich auf weitere Bereichsfunktionale beziehenden Relationen bewiesen worden. Eine von der dort entwickelten Theorie unabhängige Herleitung der Ungleichung, die mit einfachen Hilfsmitteln auskommt, ist nicht bekannt und auch dem Unterzeichneten nicht gelungen.

H. HADWIGER, Bern.

Aufgaben

Aufgabe 189. Es bedeute ω die Masszahl des Raumwinkels einer Ecke eines regelmässigen Polyeders und Ω die Masszahl der Summe der Raumwinkel des Polyeders ($\Omega = e\,\omega$, wobei e die Eckenanzahl). Als Einheit nehmen wir den vollen Raumwinkel; für den Würfel ist also $\omega = 1/8$, $\Omega = 1$. Zwischen den Zahlen Ω der regelmässigen Polyeder bestehen eigentümliche Beziehungen, die anzugeben und zu beweisen sind.