Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **9 (1954)**

Heft 5

PDF erstellt am: **10.08.2024**

Achse des Paraboloids gehende Fallinie der Lichtebene durch die gegebene Gerade schneidet das Paraboloid in zwei Punkten. Die gesuchten Kreise sind die Schlagschatten der Parallelkreise durch diese Punkte.

A. UNTERBERGER (Bludenz) weist auf die Lösung von Aufgabe 150 [El. Math. *8*, 44 (1953)] hin. Wie dort kann auch hier die Parabel als ebener Schnitt eines Rotationskegels aufgefasst werden. Es sind dann diejenigen einbeschriebenen Kugeln zu ermitteln, die durch einen gegebenen Punkt gehen bzw. eine gegebene Gerade berühren.

R. LAUFFER (Graz) verallgemeinert die Aufgabe auf eine beliebige Kurve zweiter Ordnung, die als Umriss der Normalprojektion einer Fläche zweiter Ordnung aufgefasst wird.

Weitere Lösungen sandten L. KIEFFER (Luxemburg), E. ROTHMUND (Zürich) und A. SCHWARZ (Seuzach).

Neue Aufgaben

220. Der Punkt P teilt die Seite BC des Dreiecks ABC im Verhältnis $\overline{BP}:\overline{PC} = 1:2$ (innere Teilung). Ferner ist $\sphericalangle ABC = 45°$, $\sphericalangle APC = 60°$. Man berechne allein mit elementarer euklidischer Geometrie (ohne Trigonometrie) die Grösse des Winkels ACB. F. GOLDNER, London.

221. Alle vier Seitenflächen eines Tetraeders sollen gleichen Flächeninhalt haben. Man beweise, dass folgende drei Punkte zusammenfallen:

1. Der Mittelpunkt der einbeschriebenen Kugel, das heisst der alle vier Seitenflächen innerlich berührenden Kugel.
2. Der Mittelpunkt der Umkugel, das heisst der durch die vier Eckpunkte gehenden Kugel.
3. Der Schwerpunkt des Tetraeders. F. GOLDNER, London.

222. Bei welchen ebenen Kurven ist jeder Kurvenpunkt seine eigene vierte Krümmungsmitte? R. BEREIS, Wien.

223. Calculer

$$1.\quad \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{\alpha}{n} + \sin 2\frac{\alpha}{n} + \cdots + \sin\alpha}{\frac{\alpha}{n} + \frac{2\alpha}{n} + \cdots + \alpha};$$

$$2.\quad \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\alpha + \sin\frac{\alpha}{2} + \cdots + \sin\frac{\alpha}{n}}{\alpha + \frac{\alpha}{2} + \cdots + \frac{\alpha}{n}}.$$

H. BREMEKAMP, Delft.

Berichtigung

Am Schluss von Aufgabe 219 muss $N \geqq n^2$ ersetzt werden durch $N - 1 \geqq (n-1)^2$.

Literaturüberschau

JOHANNES SPOEREL: *Mathematik von der Schule zur Hochschule*

210 Seiten mit 85 Figuren, Walter de Gruyter & Co., Berlin 1954

Das Buch bietet Studenten eine erste Einführung in die Mathematik. Es ist entstanden aus Vorlesungen, die der Verfasser an der Technischen Universität Berlin gehalten hat. Es soll den «Graben» zwischen der Schulmathematik der klassischen

Gymnasien und der Hochschule überbrücken helfen. Der Inhalt geht nur selten über den bei uns üblichen Schulstoff hinaus. Infinitesimalrechnung wird nicht verwendet.

Der erste Abschnitt umfasst eine Einführung in die Theorie der reellen und komplexen Zahlen, die einfache Kombinatorik und in die Elemente der Determinantentheorie. In den folgenden Abschnitten werden die elementaren Funktionen im Bereiche der reellen und komplexen Zahlen untersucht, gefolgt von einer Einleitung in die Vektoralgebra. Den Abschluss bildet der etwa ein Viertel des Buches umfassende Übungsteil, der auch für Lehrer manches anregende Beispiel enthält. *P. Buchner.*

JOSEPH EHRENFRIED HOFMANN:

Geschichte der Mathematik

Erster Teil: *Von den Anfängen bis zum Auftreten von Fermat und Descartes*

200 Seiten. Sammlung Göschen Band 226. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1953

Gerne künden wir das Erscheinen dieser Geschichte der Mathematik von dem als Historiker der Mathematik längst bekannten Verfasser J. E. HOFMANN[1]) an, wissen wir doch, dass sie einem weitverbreiteten Bedürfnis entspricht.

Erst wird die vorgriechische Mathematik und dann die der Griechen skizziert. Das eigentliche Hauptthema bildet aber die Mathematik des Mittelalters, der Zeit des Humanismus und des Frühbarocks. Einen Viertel der Schrift nehmen Literaturnachweise, Namen- und Schriftverzeichnisse in Anspruch.

Der Verfasser hat sich entschlossen, die antike Mathematik, die schon vielfach geschildert wurde, nur in sehr gedrängter Kürze zu geben und dafür die bisher kaum beachtete Entwicklung im Mittelalter und in der Zeit der Renaissance ausführlicher zu behandeln. Wir teilen diesen Standpunkt nur zum Teil. Die letzten Jahrzehnte haben eine Fülle neuer Erkenntnisse über die vorgriechische Mathematik und ihr Verhältnis zur griechischen gebracht, so dass man gerade einer solchen Darstellung mit Spannung entgegengesehen hätte. Wir danken aber dem Verfasser, dass er in eine Epoche, in der er sich besonders gut auskennt, neues Licht fallen lässt. *P. Buchner.*

P. LÉVY: *Théorie de l'addition des variables aléatoires*

2. Auflage, xx und 384 Seiten. Gauthier-Villars, Paris 1954

Der zentrale Grenzwertsatz sagt, dass eine Summe von vielen unabhängigen zufälligen Grössen (variables aléatoires), von denen jede einzelne nur einen kleinen Beitrag zum ganzen gibt, annähernd normal verteilt ist. Der Autor ist einer der ersten gewesen, der diesen Satz exakt bewiesen hat, und zwar mittels Fourier-Integralen. Seitdem ist die Theorie durch Beiträge von CRAMÉR, FELLER, KHINTSCHIN, KOLMOGOROFF und LÉVY selbst sehr bereichert worden. In diesem Buch, das zuerst 1937 erschienen ist, gibt LÉVY einen umfassenden Überblick über Methoden und Ergebnisse. In der Neuauflage von 1954 sind die Abschnitte 55 und 56 neu geschrieben; weiter sind zwei Noten hinzugefügt: die eine über das schwache und starke Gesetz der grossen Zahl, die andere über stochastische Prozesse. Einige Fussnoten sind hinzugefügt, das übrige ist photographisch neugedruckt. Ein sehr wertvolles Werk. *B. L. van der Waerden.*

G. PICKERT: *Analytische Geometrie*

x und 398 Seiten, mit 76 Figuren, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig AG., Leipzig 1953

Mit dem Erscheinen der *Einführung in die analytische Geometrie und Algebra* von O. SCHREIER und E. SPERNER (1931) beginnt die Zeit der «modernen» Auffassung der

---

[1]) Dessen Buch über die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik wurde rezensiert in El. Math. *5*, 72 (1950).

Geometrie. Die dort ausgeführten Gedanken haben sich als fruchtbar erwiesen, und die neueren Lehrbücher der analytischen Geometrie sind davon beeinflusst worden. So hält auch das vorliegende Werk am Grundschema fest: I. Affine Geometrie; II. Metrische Geometrie; III. Projektive Geometrie. Zuerst wird der reelle affine Vektorraum eingeführt und hierauf die lineare Geometrie entwickelt. Den Abschluss des ersten Kapitels bilden die Theorie der Determinanten und die Theorie der Eigenwerte. Die Metrik wird mittels des inneren Produktes eingeführt, Bewegungen, Inhaltslehre und Gebilde zweiter Ordnung bilden den Inhalt des zweiten Kapitels. Das Schlusskapitel behandelt den projektiven Raum: Doppelverhältnisse, Kollineationen, Projektionen und Korrelationen. – Wir können das Buch den Studierenden in mittleren Semestern empfehlen, die ihre Kenntnisse systematisch und axiomatisch zu vertiefen bestrebt sind. Die Darstellung eignet sich insbesondere für mathematisch geschulte Leser, welche im abstrakten Denken bereits geübt sind und gewisse Teile des Stoffes kennen.

J. J. Burckhardt.

K. Mayrhofer: *Inhalt und Mass*

VIII und 269 Seiten mit 17 Figuren, Springer-Verlag, Wien 1952

Das Werk entwickelt eine Inhalts- und Masstheorie, welche den axiomatischen Standpunkt konsequent zur Geltung bringt. Die wesentlichen Eigenschaften der Mengenfunktionen werden also in den Mittelpunkt der allgemeinen Erörterungen gestellt, und konkrete klassische Inhalts- und Maßsysteme erstehen als individuelle Lösungen des übergeordneten abstrakten Problems. Der Verfasser schliesst unmittelbar an die elementarmathematischen Kenntnisse an, erklärt ausführlich, bleibt einfach und anschaulich in der Wahl der Symbolik und der Fachausdrücke und wahrt damit die auch durch suggestive Stoffgliederung und plastisch wirkende drucktechnische Ausgestaltung geförderte Buchatmosphäre, in der sich auch der Lernende und Suchende heimisch fühlen. Die systematische Durcharbeitung des Stoffes, wobei gemäss der axiomatischen Intention die mannigfaltigsten Eigenschaften, welche Mengenfunktionen aufweisen können, möglichst vollständig erforscht werden, dringt allmählich bis zu den Fragen und Ergebnissen der modernen und abstrakten Theorie vor. Das Buch wird so auch in den Händen des Sachkundigen zu einem willkommenen Nachschlagewerk; dieser wird ausserdem feststellen, dass die Inhalts- und Masstheorie durch zahlreiche Forschungsresultate des Verfassers bereichert worden ist.

Im 1. Kapitel werden nach einer Rekapitulation der wichtigsten Begriffe und Tatsachen über Mengensysteme die Inhalte (Masse) als additive (volladditive) Mengenfunktionen eingeführt. Eine Invarianzforderung wird nicht gestellt; die uneigentliche Zahl ∞ ist als Inhaltswert zugelassen. Für Inhalte (Masse) sowie für die aus diesen abgeleiteten Aussen- und Innenfunktionen werden zahlreiche Formeln und Grenzwertsätze abgeleitet. Hier werden drei Eigenschaften wichtig, deren Bedeutung vom Verfasser in verschiedenen Publikationen bereits früher hervorgehoben wurden. Es handelt sich um die Zerlegungseigenschaft (jede messbare Menge kann als Summe von abzählbar vielen disjunkten messbaren Mengen endlichen Inhalts dargestellt werden), die Schnitteigenschaft (zu jeder nicht messbaren Menge gibt es eine messbare Menge endlichen Inhalts, die mit der ersten einen nicht messbaren Durchschnitt aufweist) und die Teileigenschaft (schwächere Variante der Schnitteigenschaft).

Schnitt- und Teileigenschaft sind unter anderem auch dafür charakteristisch, dass für vollständige Inhalte Messbarkeitskriterien vom Typ Carathéodory, welche stets notwendig sind, auch hinreichen.

Das 2. Kapitel entwickelt den Jordanschen Inhalt des n-dimensionalen euklidischen Raumes als die kleinste Vervollständigung des volladditiven elementaren Inhalts über dem Körper der Gitterwürfelaggregate, die einer monotonen Gitterfolge assoziiert sind. Analog wird im 3. Kapitel das Borelsche- und das Lebesguesche Mass behandelt. Es folgen auch Ausführungen über Überdeckungs- und Dichtesätze und ihre Varianten. Das 4. Kapitel studiert die Einwirkung linearer Transformationen auf Inhalte (Masse).

Die wichtigsten Korollarien sind hier die Bewegungsinvarianz von Jordanschem Inhalt und Lebesgueschem Mass. Die Frage der messbaren Abbildung wird berührt. Eine Anwendung der Abbildungssätze ist die Herleitung verschiedener Inhaltsformeln für elementare Körper, beispielsweise für das Simplex (es ist für die Entwicklung der Inhaltslehre auf dem üblichen, auch vom Verfasser eingeschlagenen Weg kennzeichnend, dass die Inhaltsformel für diesen primitiven Baustein des Raumes erst hier begründet wird, und zwar mit Aufwendungen, die dem elementargeometrischen Habitus dieses Körpers keineswegs adäquat sind!). Im 5. Kapitel werden die äusseren und inneren Masse entwickelt, wie sie der axiomatischen Messbarkeitstheorie CARATHÉODORYS zugrunde liegen. Das 6. Kapitel befasst sich mit Boolschen Verbänden und Somenfunktionen, womit eine willkommene kurze Darstellung dieses aktuellen Gebietes zur Verfügung gestellt wird. Ein Anhang handelt von Borelschen Mengen. *H. Hadwiger.*

WOLFGANG HACK: *Darstellende Geometrie*

1. und 2. Band, 110 und 129 Seiten, mit 117 und 86 Figuren. Sammlung Göschen, Band 142/143, Walter de Gruyter & Co., Berlin 1954

Der Verlag betraute WOLFGANG HACK mit der Neugestaltung der wohlbekannten *Darstellenden Geometrie* von ROBERT HAUSSNER, die 1947 in 6. Auflage erschienen ist. Dieser gegenüber ist der Umfang um ein Drittel reduziert worden, zugleich aber auf die Wiederaufnahme des Inhaltes des zweiten Haussnerschen Bandes verzichtet worden, so dass für den traditionellen elementaren Stoff genügend Raum vorhanden ist.

Im ersten Band werden zunächst die verschiedenen Projektionsmethoden vorgestellt und dann das Zweitafelverfahren entwickelt. Die Affinität beschliesst den ersten Band.

Der zweite Band behandelt Zylinder, Kegel, Kugel, Durchdringungen, Dreh- und Schraubenflächen. Den Abschluss bildet die kotierte Projektion, während es sich sonst bewährt hat, mit dem Eintafelverfahren zu beginnen. Gelegentlich wird auch die Kavalier-Perspektive mit herangezogen. Die Eigenschaften der Kegelschnitte werden nach H. HERRMANN aus dem Schnitt zweier kongruenter Kegel mit parallelen Achsen hergeleitet. Leider wird in diesem einführenden Werke keine darüberhinausgehende Literatur angegeben. Obwohl das Format der Göschenbändchen für eine darstellende Geometrie ungeeignet ist, sind die Figuren klar, leicht lesbar und sorgfältig gezeichnet.
P. Buchner.

REIDT-WOLFF: *Die Elemente der Mathematik*

Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten, Ferd. Schönich, Paderborn, und Hermann Schroedel, Hannover, 1954

Das umfangreiche Unterrichtswerk von REIDT-WOLFF, herausgegeben unter der Oberleitung von GEORG WOLFF, liegt nun abgeschlossen vor.

Dem *Rechnen* sind drei Vorstufenhefte gewidmet, verfasst von ANNALIESE AYMANNS und KLAUS WIGAND. *Heft I* (119 Seiten) bringt die Grundoperationen mit den natürlichen Zahlen, geometrische Grundbegriffe, Faktorzerlegung, Teiler und Vielfache, Proben. *Heft II* (101 Seiten) enthält das Bruchrechnen. *Heft III* (80 Seiten) behandelt direkte und indirekte Proportionalität, Prozent- und Zinsrechnung, abgekürztes Rechnen.

Für den Band 1 der Mittelstufe (303 Seiten), *Arithmetik und Algebra,* zeichnen G. WOLFF und HERMANN ATHEN. Er enthält die Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen, lineare Gleichungen und Funktionen, Potenzen, Wurzeln, quadratische Gleichung und Logarithmen. Der Band 2 der Mittelstufe (303 Seiten), *Geometrie und Trigonometrie,* stammt von ARNO ALBRECHT und A. AYMANNS und enthält die geometrischen Grundbegriffe, Klappen, Drehen und Verschieben, Polygone, Kreis, geometrische Verwandtschaften, Flächen- und Rauminhalte, Ähnlichkeit, senkrechte Projektion und Körperberechnungen, Elemente der Trigonometrie.

Der Oberstufenband 3 (352 Seiten), *Arithmetik, Algebra und Analysis* wurde von H. ATHEN und LOTHAR MÜLLER bearbeitet und umfasst die Folgen, Reihen, Renten, komplexen Zahlen, Gleichungstheorie, Differential- und Integralrechnung, unendliche Reihen. Der Oberstufenband 4 (288 Seiten), *Analytische Geometrie, Vektorrechnung, darstellende und projektive Geometrie, sphärische Trigonometrie,* verfasst von H. ATHEN und K. WIGAND, wird durch den Titel in genügender Weise charakterisiert.

An Stelle dieser vierbändigen Ausgabe kann auch eine zweibändige *Kurzausgabe* bezogen werden. *P. Buchner.*

H. und M. GRAEWE: *Mathematik. Arithmetik und Algebra* (2. *Teil*)
150 Seiten mit 37 Figuren, B. G. Teubner, Leipzig 1952

Zur Besprechung liegt nur der zweite Teil eines grösseren Unterrichtswerkes für Mittelschulen vor, das die beiden erfahrenen Mathematiklehrer «unter besonderer Berücksichtigung der Physik und Technik» geschrieben haben. Begriffe und Gesetze der Operationen zweiter Stufe und der Proportionen werden immer im Anschluss an Zahlenbeispiele entwickelt. Wichtige Erklärungen, Sätze und Regeln sind im Druck hervorgehoben. Formale Beweise der Gesetze erscheinen am Rande; um so grösseres Gewicht wird auf das Anwenden der Rechnungsarten gelegt. Die angeführten Musterbeispiele zeigen durchwegs eine zweckentsprechende Anordnung; im begleitenden Text wird mit Hinweisen auf praktische Lösungswege nicht gespart. Gleichungen werden teilweise algebraisch, teilweise graphisch behandelt. Überhaupt wird die graphische Darstellung viel herangezogen. Die Bilder im Buche sind sauber und korrekt (mit Ausnahme der Parabel S. 206. 2, welche die x-Achse im Ursprung berühren sollte). Bei der zweiten und dritten Wurzel werden Näherungsformeln, sogar mit Abschätzung der Genauigkeit, und Tabelleninterpolation behandelt. Die besonderen Anforderungen technischer Fachschulen werden in der Auswahl des Lehrstoffes und vor allem in zahlreichen Übungsaufgaben aus dem technischen Gebiet berücksichtigt. Das Buch eignet sich daher vorzüglich für angehende Techniker. Die vielen kleinen Abschnitte und die (in Dezimalklassifikation numerierten) Untertitel stören die Übersicht des empfehlenswerten Buches; doch wurde dieser Übelstand in der inzwischen erschienenen zweiten Auflage durch ein ausführliches Sachverzeichnis zu beheben versucht. *A. Häusermann.*

Mitteilung

Fortbildungskurs des Vereins schweizerischer Gymnasiallehrer, Oktober 1952 in Luzern. Der vor den Mathematikern gehaltene Vortrag des Herrn Prof. Dr. H. HADWIGER, betitelt «Der Inhaltsbegriff, seine Begründung und Wandlung in älterer und neuerer Zeit» ist in den Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern gedruckt worden. Der Vortragende (Adresse: Bern, Hochfeldstrasse 31) hat sich freundlicherweise bereit erklärt, denjenigen Zuhörern, die ihm ihr Interesse dafür bekunden, einen Sonderabdruck zuzustellen.

Der Präsident des Vereins
schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer:
CH. ROTH.