

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 10 (1955)
Heft: 3

Rubrik: Ungelöste Probleme

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

La formule (2) intervient, par exemple, dans le calcul de l'intégrale définie

$$J = \int_0^{\pi} \frac{\sin t \, dt}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos t}}.$$

En effet ($a, b \neq 0$)

$$J = \frac{|a+b| - |a-b|}{ab} = \frac{2}{\max(|a|, |b|)}.$$

D. S. MITRINOVITCH, Belgrad.

Ungelöste Probleme

Nr. 5. Das Problem der Quadratur des Kreises im mengengeometrischen Sinn ist immer noch ungelöst! Es handelt sich um die Frage, ob ein abgeschlossener Kreisbereich mit einem flächengleichen abgeschlossenen quadratischen Bereich der Ebene im Sinne der Mengengeometrie zerlegungsgleich ist? Kann man den Kreis so in endlich viele disjunkte Punktfolgen zerlegen, dass sich aus den gleichen in der Ebene passend bewegten Punktfolgen wieder das Quadrat zusammensetzen lässt?

Vermutlich ist dies nicht möglich; doch gibt es in der Mengengeometrie und in der Theorie der Punktfolgenfunktionen bis heute keinen Begriff, der geeignet wäre, zur Klärung dieser Frage herangezogen zu werden.

Die Frage wurde wiederholt von W. SIERPIŃSKI aufgestellt¹⁾.

Eine gewisse Merkwürdigkeit liegt darin, dass die Dimension $k = 2$ vermutlich die einzige Raumdimension ist, für welche die analog verallgemeinerte Frage negativ beantwortet werden muss. Für $k \neq 2$ ist nämlich eine Kugel stets mit einem inhaltsgleichen Würfel zerlegungsgleich!

Für $k = 1$ ist die Behauptung trivial und für $k \geq 3$ eine Folge der bekannten «Zerlegungsparadoxie» von S. BANACH und A. TARSKI²⁾.

Es dürfte wohl leichter sein, zu beweisen, dass Kreis und Quadrat nicht translative zerlegungsgleich sind; in diesem Fall sollen die Teilmengen in der Ebene nur verschoben, aber nicht gedreht werden. Unseres Wissens gibt es auch hier noch keine Handhabe, Fragen dieser Art zu entscheiden.

H. HADWIGER.

Aufgaben

Aufgabe 205. Man zeige: a) Alle Kegelstümpfe, die in der Höhe und in der Länge der erzeugenden «Meridiankurve» (Mantellinie + Radien der begrenzenden Kreise) übereinstimmen, haben dieselbe Gesamtoberfläche. b) Es gibt genau einen nichttrivialen Zylinder der Höhe h und einen symmetrischen Doppelkegel der Höhe h , welche in der Gesamtoberfläche und im Flächeninhalt eines Achsenschnittes übereinstimmen.

H. BIERI, Bern.

¹⁾ Vergleiche: *Sur quelques problèmes concernant la congruence des ensembles de points*, *El. Math.* 5, 1–4 (1950).

²⁾ *Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes*, *Fund. Math.* 6, 244–277 (1924).