Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 12 (1957)
Heft: 1

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

dem Charakter dieser Singularitäten etwas über den globalen Verlauf einer Funktion ausgesagt werden kann und umgekehrt.

Nachdem der Referent den Unterschied der unwesentlichen Singularitäten (Pole) und der wesentlichen Singularitäten erläutert hatte, ging er auf das Verhalten einer Funktion in der Umgebung einer wesentlichen Singularität ein. Sie ist dort im höchsten Grade unbestimmt, indem sie jeden vorgegebenen Wert A beliebig oft annimmt. Allerdings können Werte von A, und zwar höchstens zwei, existieren, welche die Funktion nicht annehmen kann (Theorem von PICARD).

Der Referent zeigte dann am Beispiel der Exponentialfunktion, wie deren wesentliche Singularitäten zustande kommen: Da man die Exponentialfunktion als Grenzwert der Potenzfunktion $(1 + z/n)^n$ für $n \to \infty$ definieren kann, so lässt sich in der Gaußschen Zahlenebene leicht verfolgen, wie diese Potenzfunktionen (die nur Pole enthalten) bei wachsendem n sich verändern und wie schliesslich eine wesentliche Singularität im Unendlichen zustande kommt. Die Einteilung der z-Ebene in n gleiche Winkelintervalle mit dem Zentrum in $z = -n$ (von denen jedes einzelne auf die ganze w-Ebene abgebildet wird) geht dabei über in die für die Exponentialfunktion charakteristischen Parallelstreifen mit der Periode $2\pi i$. Das Verfahren lässt sich verallgemeinern, indem man eine rationale Funktion $w(z)$ annimmt, welche ein Dreieck $z_1 z_2 z_3$ auf die ganze w-Ebene abbildet und ebenso die über diesem Dreieck aufgebauten mondförmigen Zweiecke, deren Ecken mit den Dreiecksecken zusammenfallen. Beim Grenzübergang gehen die Eckpunkte ins Unendliche, und die rationale Funktion wird transzendent. Es ist dabei anschaulich zu überblicken (und durch Anwendung des Eulerschen Polyedersatzes auch rechnerisch zu verfolgen), wie sich der Picardsche Satz in diesem Falle verfeinert.

E. STAHEL, Biel

Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Jahresversammlung in Basel, 23. September 1956

Es wurden die folgenden Vorträge gehalten:

H. R. SCHWARZ: Zur Stabilität von Matrizen.

J. FLECKENSTEIN: Bemerkungen zu einer Archimedes-Handschrift.

J. HERSCH: Une méthode aux différences définie par une relation de récurrence.

A. AEPPLI: Modifikation komplexer Mannigfaltigkeit.

Hauptvortrag: Prof. Dr. H. HADWIGER, Bern: Ausgewählte Probleme der kombinatorischen Geometrie des euklidischen und sphärischen Raumes.

J. J. BURCKHARDT: Die astronomischen Tafeln von AL-KHWĀRIZMĪ.

A. CALAME: Les relations caractéristiques des bases du groupe symétrique.

P.-D. METHÉE: Transformées de Fourier de distributions invariantes.

H. LOEFFEL: Beiträge zur Theorie der charakteristischen Funktionen stochastischer Verteilungen.

Literaturüberschau

K. v. MANGOLDT-KNOPP:

Einführung in die höhere Mathematik

Erster Band. Zehnte, vollständig neubearbeitete Auflage. 564 Seiten. S.-Hirzel-Verlag, Leipzig 1955

Wenn ein Lehrbuch zehn Auflagen erlebt, so spricht das für seine Beliebtheit und für seine besonderen Qualitäten. Wissenschaftliche Strenge und leichte Fasslichkeit sind es vor allem, die unser Buch auszeichnen. An Stoff bringt der erste Band alles, was vor der Differentialrechnung liegt, darunter vieles, das auf der Schule nicht eingehend genug behandelt werden konnte. Man findet in ihm die Behandlung der Kombinatorik, der Determinanten, der Zahlensysteme, der Grundbegriffe der analytischen Geometrie, der Funktionen, der Grenzwerte und der Mengen. Gegenüber den frühern

Auflagen wurden vor allem die Kapitel über die Determinanten und die über die Grundlagen der Analysis und der Geometrie neu gestaltet. Die analytische Geometrie hat dabei ein ebenso sorgfältig ausgebautes Fundament erhalten, wie es die Analysis schon in den frühern Auflagen hatte. Von den kleinern Einfügungen seien die Ausführungen über indirekte Beweise, über Besonderheiten des mathematischen Ausdrucks, über algebraische und Hyperbelfunktionen und die Vermehrung von instruktiven Beispielen und Übungsaufgaben hervorgehoben. Aber nicht nur durch die Behandlung dieser Stoffgruppen, auf die sich die höhere Mathematik aufbaut, wird unser Buch zu einer Einführung in die höhere Mathematik, sondern ganz besonders auch durch die Art der Behandlung dieses Stoffes. Die Gedankengänge sind sorgfältig ausgearbeitet, die Beweise in voller Strenge durchgeführt, die Begriffe und Redewendungen genau festgelegt, die Stoffgebiete lückenlos und zwingend aufgebaut, die Gedanken klar, eindeutig und leichtfasslich formuliert. Fragen, die in Vorlesungen vielfach nur kurz gestreift werden, sind ausführlich untersucht. Die grosse Linie der Gedankenführung geht trotz der eingehenden Behandlung der Einzelheiten nie verloren. Dem Autor ist es durch die erneute Überarbeitung gelungen, das vortreffliche Buch noch weiter zu vervollkommnen, so dass er sicher sein darf, dass sich das Buch erst recht der Wertschätzung der Fachleute und der Beliebtheit bei den Studierenden erfreuen wird.

F. Blumer

L. HOGBEN: *Zahl und Zufall*

484 Seiten mit 84 teils farbigen Abbildungen. R. Oldenbourg, München 1956

Die Lektüre des Buches hat dem Referenten einen zwiespältigen Eindruck hinterlassen. Während sonst für die Bezugnahme der mathematischen Statistik auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung zumeist vom Häufigkeitsbegriff ausgegangen wird, fusst das Buch auf dem klassischen Begriff der Wahrscheinlichkeit a priori. Dass der Verfasser zwar vorerst das Wort Wahrscheinlichkeit vermeidet und die neue Wortbildung Elektivität benutzt, vermindert unseres Erachtens die Problematik kaum. Kein statistisches Verfahren könne, so wird betont, einen gleichwertigen Ersatz bieten für den gesunden Menschenverstand und die Erfahrung mit der Sache, auf die es angewendet wird. Der Verfasser will aber offenbar mathematisch-statistische Verfahren nur zulassen, wenn sich eine analoge Modellsituation aus einem Glücksspiel oder Urnenschema konstruieren lässt. Deshalb wird eingangs der Algebra der figurierten Zahlen und der Kombinatorik ein sehr breiter Platz eingeräumt. In der Folge werden dann immer wieder Vergleiche aus dem Milieu der Glücksspiele, insbesondere des Kartenspiels, beigezogen, vielfach mit zugegebenermassen origineller figürlicher Darstellung in teilweise zweifarbiger Aufmachung. Die Ausführungen sind durchweg sehr breit gehalten und setzen keine grossen mathematischen Kenntnisse voraus. Resultatmässig bietet das Buch trotz des grossen Umfangs kaum wesentlich mehr, als in älteren, die neueren Methoden naturgemäss noch nicht berücksichtigenden Leitfäden (wie etwa CZUBER-BURKHARDT: *Die statistischen Forschungsmethoden*, oder O. N. ANDERSON: *Einführung in die mathematische Statistik*) zu finden ist.

H. Jecklin

W. HAACK: *Elementare Differentialgeometrie*

VIII et 239 pages avec 12 figures. Birkhäuser, Bâle 1955

Si la géométrie différentielle des courbes et surfaces de l'espace euclidien appartient aux mathématiques classiques, il n'en est pas de même de toutes ses méthodes; aussi l'ouvrage de M. HAACK contribue-t-il considérablement, du point de vue pédagogique, à renouveler la question.

On y trouve tout d'abord (et essentiellement), un exposé selon les conceptions due à GAUSS, exposé assez étendu puisqu'il va jusqu'à la représentation de deux surfaces, la géométrie sur une surface et les surfaces minima. Mais en plus de cela, l'auteur a consacré quelques chapitres à la méthode de E. CARTAN et à ses applications: grâce à un exposé rendu aussi simple que possible (sans sacrifier la rigueur), même le débutant

peut saisir l'idée de cette méthode et en voir la fécondité; c'est ceci qui constitue l'innovation la plus remarquable de cet ouvrage, par ailleurs fort bien rédigé et d'une présentation parfaite.

Sommaire: Vecteurs. Courbes gauches. Trièdre mobile avec un paramètre. Théorie élémentaire des surfaces. Représentation d'une surface sur une autre. Formules différentielles et conditions d'intégrabilité. Géométrie sur une surface. Surfaces minima. Trièdre mobile avec deux paramètres. Théorèmes d'existence. *Ch. Blanc*

ALONZO CHURCH: *Introduction to Mathematical Logic*

Band 1. 376 Seiten. Princeton University Press, 1956

Dies ist der erste Band eines zweibändigen Lehrbuches der mathematischen Logik. Der Verfasser ist einer der hervorragendsten zeitgenössischen Kenner und Forscher auf dem Gebiete dieser Disziplin und ihrer Geschichte. In dem vorliegenden Band behandelt er den Aussagenkalkül und den Prädikatenkalkül erster und zweiter Stufe. Von den prinzipiell merkwürdigen Ergebnissen dieses Gebiets werden insbesondere der Gödelsche Vollständigkeitssatz und der Löwenheim-Skolemsche Satz dargestellt, während die Gödelschen Unvollständigkeitssätze, zusammen mit rekursiver Zahlentheorie, axiomatischer Mengenlehre, dem Intuitionismus und einigen weiteren Gegenständen einem späteren zweiten Band vorbehalten bleiben.

Die Durchführung ist vorzüglich und erhält noch besonderen Wert durch die Berücksichtigung neuester Arbeiten, durch sehr eingehende historische Anmerkungen und durch zahlreiche Übungsaufgaben, die von einfachen Anwendungen bis zu kurzen Skizzen schwieriger Gedankengänge reichen.

Die Bezeichnung als «Einführung» ist freilich missverständlich. Das Werk ist nicht darauf angelegt, den Anfänger in die prinzipiellen Fragestellungen und die prinzipiellen Einsichten einzuführen, aus denen dieses grosse Gebiet entstanden ist; es zielt nicht darauf ab, ihm klare Einsicht darin zu vermitteln, was, in *grundsätzlicher* Hinsicht, gesichertes Ergebnis und was blosser spekulativer Ansatz ist. Vielmehr ist es eine Darstellung von einem speziellen Standpunkt aus: jenem Standpunkt, der in den logistischen Systemen, auf Grund anfechtbarer sprachphilosophischer Überlegungen, «formalisierte Sprachen» sieht und der die gesamte mathematische Logik in diese Sicht hineinzwängen will.

Als solche Darstellung ist das Werk freilich ausgezeichnet; der erwähnte Standpunkt wird auf ungemein klare und lehrreiche Weise entwickelt – gerade dies trägt wesentlich dazu bei, dem Leser dessen Problematik besonders deutlich ins Bewusstsein zu rufen. Jedenfalls darf man sich nicht zu der irrigen Meinung verleiten lassen, mathematische Logik stehe und falle mit dieser Auffassung.

Eine solche Meinung führte nicht nur zur Einseitigkeit. Sie würde geradezu Wesentliches verdecken. Sie führt zur Verkennung des Masses an konkreter Einsicht, das unabhängig und vorgängig von speziellen philosophischen Stellungnahmen, in der mathematischen Logik erarbeitet worden ist. (Erwähnt sei nur, als einfachstes Beispiel, die Aussagenlogik; der Aussagenkalkül wird dem Leser dieses Buches nicht als die einfache Logik der Aussagen präsentiert, die zwangsläufig auf einfache mathematische, axiomatisierbare Strukturen führt, sondern zunächst lediglich als «häufiger Teil umfassenderer logistischer Systeme».) Vor allem kommt bei einer solchen Darstellung nicht zur Geltung, welch eine erstaunliche Entdeckung die Möglichkeit einer weitgehenden axiomatisierten Formalisierung der Mathematik überhaupt ist; diese Möglichkeit wird vielmehr als eine Selbstverständlichkeit ausgegeben – was eine schwerwiegende präjudizielle Verschiebung der Perspektive bedeutet.

Die Ausrichtung des ganzen Buches auf eine spezielle Auffassung widerspiegelt einen eigentümlichen Zug der zeitgenössischen mathematischen Grundlagenforschung: nämlich, dass diese häufig als ein seltsamer Bastard aus Mathematik und Philosophie erscheint, ein sonderbares Gemisch aus mathematischen, strengsten Ansprüchen genügenden Untersuchungen einerseits und philosophischen Spekulationen andererseits. Philosophische Untersuchungen wurden freilich unerlässlich, weil blosse mathematische

Analyse nur einem Teil der Probleme gerecht wurde, die in der mathematischen Grundlagenforschung auftauchten. Die Vermengung verschiedenartiger Aufgaben führte aber zu einer Art wissenschaftlichen Maximalismus, der die prinzipiellen Probleme der Mathematik mit einem Schlage lösen will und sich dabei zwangsläufig zu einer Verquikkung streng wissenschaftlicher Gedankengänge mit ungesicherten, oftmals fragwürdigen Anschauungen gedrängt sieht.

Das ist besonders in einem so repräsentativen Werke bedauerlich. Es wäre sehr das Erscheinen einer wirklichen Einführung zu wünschen, die die zahlreichen gesicherten Ergebnisse im Sinne eines stufenweisen Aufbaus entwickeln würde. Nur so würde die Genese der Fragestellungen klar, würde auch klar, was endgültig gewonnen ist, wie weit eine Durchdringung im Sinne grösster Strenge und Klarheit bereits definitiv gelungen ist und welche Fragen und Gesichtspunkte der Abklärung harren und vorläufig nur Gegenstand von *Meinungen*, nicht von Wissen, sind. Ein solches Vorgehen würde der weiteren fruchtbaren Entwicklung mathematischer Grundlagenforschung den Weg ebnen und nicht zuletzt auch dem geheiligten Grundsatz allen mathematischen Denkens entsprechen, auf entbehrliche Voraussetzungen in einer Darstellung zu verzichten. *Alexander Wittenberg*

A. ERDÉLYI: *Asymptotic Expansions*

VI et 108 pages. Dover Publications, New York 1956

Ce petit volume comble une lacune: à ma connaissance, il n'existait (en librairie) aucune monographie récente consacrée aux développements asymptotiques et à leurs applications. Il s'agit ici de la rédaction d'un cours destiné à donner une introduction aux méthodes asymptotiques d'évaluation d'intégrales comportant un paramètre et leur application à la recherche d'intégrales d'équations différentielles; il faut être reconnaissant à son auteur d'avoir, par cette mise au point, permis à un grand nombre de lecteurs de prendre contact avec une notion qui se révèle extraordinairement profonde.

Sommaire: Séries asymptotiques. Intégrales. Singularités d'équations différentielles. Equations différentielles avec un grand paramètre. *Ch. Blanc*

Famous Problems and Other Monographs

224 Seiten. Chelsea Publishing Company, New York 1955

In diesem kleinen Bande sind vier ganz verschiedene und voneinander unabhängige bedeutende Arbeiten vereinigt, und zwar nur aus dem Grunde, weil die Kosten der in einem Bändchen vereinigten vier Arbeiten nicht viel grösser sind als die von einer Arbeit allein. Die erste Arbeit, auf die man stösst, ist die Übersetzung der 1895 erschienenen bekannten Arbeit von FELIX KLEIN über die klassischen Probleme der Geometrie. An zweiter Stelle kommt die von W. F. SHEPPARD 1923 abgefasste Einführung in die Lehre von den Determinanten, Matrizen und Tensoren. Der Verfasser beweist die Zweckmässigkeit und die Kraft der neuen Begriffe an Beispielen aus der Statistik und aus der Relativitätstheorie. In der dritten Arbeit zeigt Major P. A. MACMAHON (1920), dass die Algebra der symmetrischen Funktionen wichtige Verteilungsaufgaben zu lösen erlaubt, und gibt damit eine Einführung in die kombinatorische Analysis. Die vierte Arbeit ist von L. J. MORDELL (1920) dem Fermatschen Problem, der Lösbarkeit der diophantischen Gleichung $x^n + y^n = z^n$, gewidmet. Diese vier ausgezeichneten Arbeiten führen auf anregende und lehrreiche Art in vier ganz verschiedene Gebiete ein. *F. Blumer*

F. KLEIN: *Famous Problems of Elementary Geometry*

92 Seiten mit 16 Figuren. Dover Publications, New York 1956

Der Verlag Dover in New York hat eine Sammlung von über hundert grösseren und kleineren Bändchen über Mathematik und Physik herausgegeben, darunter klassische Arbeiten, wie solche von ARCHIMEDES, EUKLID, DESCARTES, LAPLACE oder von CAN-

TOR, FOURIER, POINCARÉ, RIEMANN, oder Übersetzungen von Standardwerken aus den letzten Jahrzehnten, wie solche von BONOLA, HOPF, KHINCHIN, KNOPP. Dass da auch Arbeiten von FELIX KLEIN darunter sind, dürfte kaum verwunderlich sein. Neben seinen Lehrbüchern über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt kommt auch dieses kleine Bändchen vor, in dem die klassischen Probleme der Würfelverdopplung, der Dreiteilung des Winkels, der Konstruktion der regulären Polygone, der Quadratur des Kreises und die Beweise der Transzendenz von e und π behandelt werden. *F. Blumer*

K. KNOPP: *Infinite Sequences and Series*

V et 186 pages. Dover Publications, New York 1956

Ce petit ouvrage contient, présentée sous une forme remarquablement précise et claire, la théorie classique des séries; précédé d'une courte introduction sur les nombres complexes et leurs ensembles, l'exposé donne au lecteur une vue d'ensemble très suffisante de cette partie de l'analyse si importante tant du point de vue de l'histoire des mathématiques que de leur développement actuel; il sera particulièrement apprécié de ceux qui, ayant déjà acquis quelques notions dans ce domaine, désirent les consolider par une étude à la fois systématique et rigoureuse.

Sommaire: Introduction. Suites et séries. Les principaux critères pour les séries; opérations sur les séries. Séries de puissances. Compléments à la théorie de la convergence. Développement des fonctions élémentaires. Calcul numérique de la somme d'une série; somme sous forme finie. *Ch. Blanc*

H. HADWIGER: *Altes und Neues über konvexe Körper*

(Elemente der Mathematik vom höheren Standpunkte aus; Band 3; herausgegeben von L. LOCHER-ERNST)
116 Seiten mit 17 Figuren. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1955

Seinem Gegenstand und der Darstellung nach reiht sich das Buch aufs beste in die Sammlung der «Elemente» ein. Wesentliche Teile aus der Theorie der konvexen Körper bedürfen zu ihrer Behandlung keiner besonderen Vorkenntnisse. Das gilt auch von den hier dargestellten Kapiteln, in deren Mittelpunkt die fundamentalen Masszahlen stehen, welche bei konvexen Körpern eine Rolle spielen und deren Begründung und Relationen vom Verfasser manche wertvolle Bereicherung erfahren hat. Eigentlich differentielle Methoden sind dabei nicht nötig; eine der Sache angepasste direkte mengentheoretische Methode gestattet leicht auf methodisch interessante Weise den Zugang zur Formulierung und meist Erledigung der aufgeworfenen Fragen. Volumen, Oberfläche und Integral der mittleren Krümmung lassen sich durch ihre charakteristischen Eigenschaften, wie Bewegungsinvarianz, Additivität, Stetigkeit oder Monotonie, erfassen. Sie sind sogar zusammen mit der Oberfläche der Einheitskugel eine Basis aller gleichartigen Funktionale.

Eine hübsche und wie das übrige leicht lesbare Einführung in die Integralgeometrie bewegter konvexer Körper beschliesst das anregende Büchlein, das einen Gegenstand der heutigen Forschung einem breiteren Kreis zugänglich macht. *W. Süss*

C. CARATHÉODORY: *Mass und Integral und ihre Algebraisierung*

337 Seiten mit 12 Figuren. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1956

Als der bekannte Verfasser, der griechische Mathematiker C. CARATHÉODORY, einer der bedeutendsten Fachgelehrten, die in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts an deutschen Universitäten wirkten, anfangs des Jahres 1950 in München verstarb, war das Manuskript des vorliegenden Werkes glücklicherweise bereits abgeschlossen. Dem Entgegenkommen des Verlages Birkhäuser in Basel sowie der in Auswirkung der ent-

standenen besonderen Lage zeitraubenden Zusammenarbeit der drei Herausgeber, P. FINSLER (Zürich), A. ROSENTHAL (Lafayette, USA) und R. STEUERWALD (München), ist es zu danken, wenn die in vertiefter Besinnung während des letzten Lebensdezenniums CARATHÉODORYS ausgereiften Konzeptionen einer abstrakten axiomatischen Mass- und Integrationstheorie der Fachwelt durch ein inhaltsreiches und ansprechend ausgestattetes Buch erhalten ist. Die Ausgestaltung der tragenden Idee, die Gliederung des Stoffes und die sprachliche Form lassen die Leser die ursprüngliche meisterliche Federführung erkennen, während sie für die Bereinigung und sorgfältige Ausfeilung des Textes sowie für die Vorsorge für eine suggestiv wirkende drucktechnische Ausführung den Herausgebern Anerkennung zollen müssen. – Die für die Entwicklung der modernen Theorie entscheidende Idee, die vom Verfasser bereits im Jahre 1938 aufgegriffen wurde[1]), gewinnt man ausgehend von der Überlegung, dass für den axiomatischen Aufbau einer Masstheorie die konkrete Realisierung der masstragenden Elemente als Punktmengen eines abstrakten Raumes keine sehr wesentliche Rolle spielt. Vielmehr sind lediglich die Existenz und die kommutativen, assoziativen und distributiven Eigenschaften gewisser Verknüpfungen, die aus zwei Elementen eindeutig ein weiteres Element hervorgehen lassen, von ausschlaggebender Bedeutung. Diese Verknüpfungen entsprechen bei mengenmässiger Interpretation der Vereinigungs-, Durchschnitts- und Differenzbildung. Die von der konkreten Deutung abgelösten begrifflichen Dinge, welche diese Verknüpfungen gestatten, wurden vom Verfasser «Somen» genannt, und der hier passende «Somenkalkül» liess sich als eine Boolesche Algebra interpretieren. Diese wird zu Beginn im Buch auf die von M. H. STONE gegebene Art axiomatisch begründet.

Auf dieser Grundlage baut sich dann die begrifflich stark differenzierte Theorie der Somenfunktionen, der auf vollständigen (volladditiven) Somenringen definierten Massfunktionen und der solchen Massen assoziierten Integrale auf. Die Titel der elf Kapitel lauten: Die Somen – Mengen von Somen – Die Ortsfunktionen – Das Rechnen mit Ortsfunktionen – Die Massfunktionen – Das Integral – Anwendung der Theorie des Integrals auf Grenzprozesse – Die Berechnung von Massfunktionen – Die regulären Massfunktionen – Gleichartige reguläre Massfunktionen – Die Inhaltsfunktionen; Anhang: Die Somen als Elemente teilweise geordneter Mengen. – Wichtige klassische Systeme, beispielsweise die Theorie der im Borel-Lebesgueschen Sinn messbaren Punktmengen in euklidischen Räumen und des Lebesgueschen Integrals, werden im Rahmen der allgemeinen Entwicklung als Sonderfälle gewonnen. Andererseits kann die Gültigkeit verschiedener bedeutsamer Aussagen der klassischen Theorie auf der höheren Ebene sichergestellt werden, beispielsweise die Sätze von O. NIKODYM (zweiter Hauptsatz der Integrationstheorie), D. T. EGOROFF (bezüglich gleichmässig konvergenter Folgen messbarer Funktionen) und von D. BIRKHOFF (Hauptsatz der Ergodentheorie). – Der relativ harmlose Titel des Buches sowie auch die den einleitenden Worten zu einigen Kapiteln beigefügten elementaren Figuren können geeignet sein, gelegentlich einen Nichteingeweihten über den Schwierigkeitsgrad des Werkes bei flüchtiger Einsichtnahme hinwegzutäuschen. Die Lektüre kann nur fortgeschrittenen Lesern empfohlen werden, die bereits gelernt haben, mit den vielen neuzeitlichen Werken eigenen Anhäufungen und andauernden Iterationen abstrakter Begriffsbildungen fertig zu werden.

Jeder Zeitgenosse vom Fach wird sich indessen über den Besitz des schönen Buches freuen, das ein letztes Meisterstück CARATHÉODORYS in sich birgt. *H. Hadwiger*

---

[1]) Die erste in diese Richtung weisende Publikation des Verfassers ist der *Entwurf für eine Algebraisierung des Integralbegriffs* (Sitz.-Ber. bayer. Akad. Wiss. *1938*, 27–69). Während der etwas langfristigen Drucklegung des vorliegenden Werkes sind Lehrbücher und Monographien herausgekommen, in welchen unter anderem auch die hier einschlägigen Ideen CARATHÉODORYS in trefflicher Weise verwirklicht wurden. Wir nennen hier in erster Linie: G. AUMANN, *Reelle Funktionen* (Springer-Verlag 1954), und O. HAUPT-G. AUMANN-C. PAUC, *Differential- und Integralrechnung unter besonderer Berücksichtigung neuerer Ergebnisse*, Band III; *Integralrechnung* (Walter de Gruyter & Co. 1955).