

# Ungelöste Probleme

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **12 (1957)**

Heft 6

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de mathématiques élémentaires — Rivista di matematica elementare

*Zeitschrift zur Pflege der Mathematik  
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts  
Organ für den Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer*

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds  
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

---

El. Math.      Band XII      Nr. 6      Seiten 121–144      Basel, 10. November 1957

---

## Ungelöste Probleme

**Nr. 20.** Wir stellen die Frage: *Mit wievielen translationsgleichen Exemplaren lässt sich ein Eikörper vollständig überdecken, so dass er ganz im Innern der Vereinigungsmenge der nur durch Verschiebung aus ihm hervorgehenden Körper enthalten ist?*

Die genaue Formulierung des Problems lautet wie folgt: Es sei  $k \geq 1$  eine natürliche Zahl, und  $N_k$  bezeichne die kleinste natürliche Zahl, für welche die nachfolgende Aussage richtig ist: Ist  $A$  ein eigentlicher konvexer Körper des  $k$ -dimensionalen euklidischen Raumes, so gibt es  $n$  mit  $A$  translationsgleiche Körper  $A_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) mit  $n \leq N_k$  derart, dass jeder Punkt von  $A$  ein innerer Punkt der Vereinigungsmenge  $U_1^n A_i$  ist, so dass also  $A$  in diesem Sinne durch  $n$  translationsgleiche Exemplare vollständig überdeckt wird, wobei  $n$  höchstens  $N_k$  ist.

Die zur gewünschten Überdeckung ausreichende Anzahl  $n$  hängt übrigens sehr stark von der Form des individuell gewählten Körpers ab. Hat  $A$  beispielsweise eine reguläre Randfläche, so reicht bereits  $n = k + 1$  aus. Wie man mit Anwendung eines Schubfachschlusses leicht einsehen kann, gilt bei einem Parallelotop für die kleinste in Betracht fallende Anzahl bereits  $n = 2^k$ ; damit ist gezeigt, dass jedenfalls  $N_k \geq 2^k$  ausfallen muss. Trivialerweise gilt  $N_1 = 2$ . Ferner ist leicht nachzuweisen, dass  $N_2 = 4$  ist; hierbei wird die höchste erforderliche Exemplaranzahl  $n = 4$  lediglich beim Parallelogramm benötigt. Wie F. W. LEVI<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, reicht bei jedem vom Parallelogramm verschiedenen ebenen Eibereich schon  $n = 3$  aus. Die Levische Schlussmethode ist nicht auf höhere Dimensionen übertragbar. Welchen Wert hat  $N_k$  für  $k \geq 3$ ?

H. HADWIGER

## Kleine Mitteilungen

### Einfacher Beweis und Verallgemeinerung einer Dreiecksungleichung

Es sei  $O$  ein beliebiger Punkt im Innern eines Dreiecks  $A_1 A_2 A_3$ . Bezeichnen wir mit  $R_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) den Abstand  $\overline{OA_i}$ , mit  $r_i$  den Abstand der Seite  $A_{i+1} A_{i+2}$  von  $O$ , so gilt die Ungleichung

$$R_1 R_2 R_3 \geq 8 r_1 r_2 r_3. \quad (1)$$

---

<sup>1)</sup> F. W. LEVI, Arch. Math. 6, 369–370 (1955). Überdeckung eines Eibereiches durch Parallelverschiebung seines offenen Kerns.