Kleine Mitteilungen

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **14 (1959)**

Heft 4

PDF erstellt am: **12.07.2024**

nombre naturel k donné, le plus petit nombre $g(k)$ tel que pour tout nombre naturel n suffisamment grand un au moins des nombres $n+1$, $n+2$, ..., $n+g(k)$ a plus que k diviseurs premiers. D'après ce que nous avons dit plus haut, on a $g(1) \leqq 3$. On peut démontrer que

$$g(k) \leqq f(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1},$$

où p_i est le i-ième nombre premier.

En effet, s'il était $g(k) > f(k)$, il existerait une infinité des nombres naturels n tel que chacun des nombres $n+1, n+2, \ldots, n+f(k)$ a k au plus diviseurs premiers. Or, parmi ces nombres il existe au moins un, soit r, qui est divisible par

$$p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1} \qquad .$$

et au moins un, soit s, qui est divisible par $p_1 p_2 \cdots p_k$ et ces nombres ne pouvant avoir d'autres diviseurs premiers, on a $r \neq s$, $r = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_{k-1}^{\alpha_{k-1}} p_{k+1}^{\alpha_{k+1}}$, $s = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \cdots p_k^{\beta_k}$ et $|r-s| < f(k)$.

Or, d'après un théorème connu de Pólya les termes d'une suite infinie formée des nombres croissants n'ayant d'autres diviseurs premiers que $p_1, p_2, \ldots, p_{k+1}$ croissent indéfiniment. Il en résulte que pour les n, donc aussi r suffisamment grands l'inégalité $|r-s| < f(k)$ ne peut pas avoir lieu, et l'inégalité $g(k) \leqq f(k)$ se trouve démontrée.

En développant cette idée on peut, par exemple, démontrer que de tous dix nombres naturels consécutifs >92 au moins un a trois diviseurs premiers distincts.

Je suppose que $g(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1}$, mais je ne sais pas démontrer cela.

Il est à remarquer qu'il résulte de l'hypothèse H que j'ai énoncé dans Acta Arithmetica *4*, 188 (1958) qu'on a, pour tout nombre naturel k, $g(k) \geqq p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k$.

A. Schinzel

Kleine Mitteilungen

Übergang einer transzendenten in eine rationale Kurve

Die rationalen Funktionen pflegt man als die einfachern vorweg und reinlich getrennt von den transzendenten Funktionen zu behandeln. Die Möglichkeit des Überganges einer transzendenten in eine rationale Kurve wird kaum in Erwägung gezogen.

Bei einer nichtumkehrbaren bimolekularen chemischen Reaktion

$$A + B \to C + D$$

seien zu Beginn der Reaktion von den Substanzen A und B je a und b Mol vorhanden. Bis zum Zeitpunkt t seien je y Mol der Substanzen C und D entstanden. Nach dem Massenwirkungsgesetz wird alsdann die Reaktionsgeschwindigkeit $y'(t)$ durch die Differentialgleichung

$$y'(t) = c\,(a-y)\,(b-y)$$

bestimmt, wobei c die den Verlauf bestimmende Reaktionskonstante bedeutet. Ist nun $a \neq b$, so erhält man unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen als Lösung der Differentialgleichung

$$y(t) = \frac{a\,b\,(e^{act} - e^{bct})}{a\,e^{act} - b\,e^{bct}}\,.$$

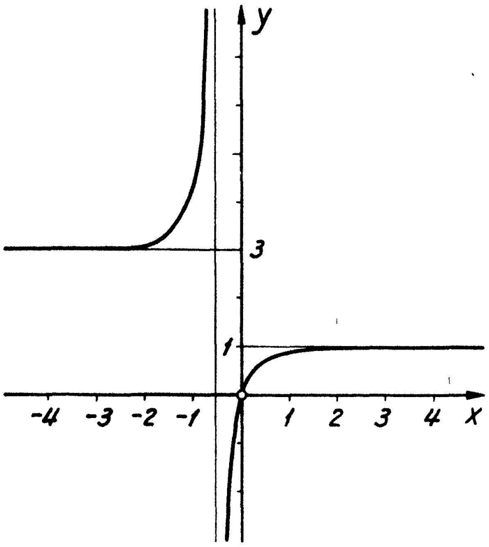
Diese Lösung versagt offensichtlich für $a = b$. Für diesen speziellen Fall nimmt die Differentialgleichung die Form an

$$y'(t) = c\,(a - y)^2,$$

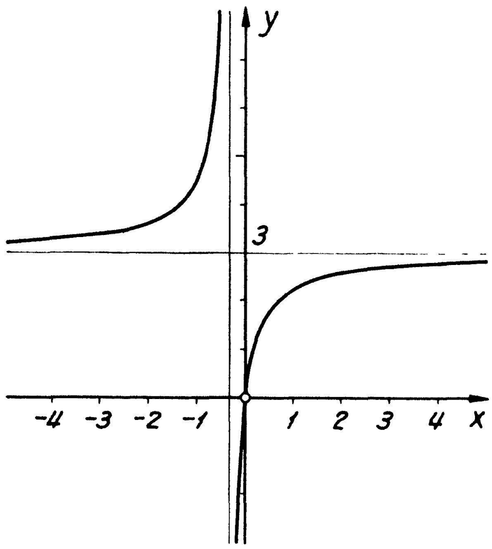
mit

$$y(t) = \frac{c\,a^2\,t}{1 + a\,c\,t}$$

als Lösung. Im ersten Fall erhält man eine transzendente Funktion als Lösung und im zweiten eine gebrochene rationale Funktion. Diese zweite Lösung ergibt sich aber auch



Figur 1



Figur 2

als Grenzwert der ersten Lösung, wenn b gegen a strebt. Wenden wir auf die erste Lösung die Bernoullische Regel an, die noch oft seinem Schüler DE L'HOSPITAL zugeschrieben wird, so erhalten wir

$$y(t) = \lim_{b \to a} \frac{a\,(e^{a c t} - e^{b c t}) - c\,a\,b\,t\,e^{b c t}}{-e^{b c t} - b\,c\,t\,e^{b c t}} = \frac{c\,a^2\,t}{1 + a\,c\,t}.$$

Anhand der Figuren 1 und 2 für $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ und $a = b = 3$, $c = 1$ lässt sich der Übergang der transzendenten Kurve in die rationale Kurve leicht überblicken.

P. BUCHNER

Aufgaben

Aufgabe 318. Kann man aus allen konvexen Rotationskörpern des R_3 durch Nebenbedingungen solche Klassen auswählen, dass die Kugel im Vergleich mit allen Körpern einer Klasse weder maximales noch minimales Volumen hat? H. BIERI, Bern

Lösung des Aufgabenstellers: Solche Klassen kann man tatsächlich angeben. Einen konvexen Rotationskörper des R_3 beschreiben wir durch Hauptmasszahlen V (Volumen), F (Oberfläche), M (Integral der mittleren Krümmung) und die Nebenmasszahlen D (Durchmesser, allergrösste Breite), Δ (Dicke, allerkleinste Breite), r (Äquatorradius), l (Länge gemessen auf der Rotationsachse), L (Länge der erzeugenden Meridiankurve), Q (Flächeninhalt eines Meridianschnittes). $\mathfrak{K}_u$ bzw. $\mathfrak{K}_{u,v}$ bezeichne die Klasse aller konvexen Rotationskörper mit festem vorgegebenem u bzw. mit festen u, v. Um Komplikationen zu vermeiden, verabreden wir noch, dass Grössen aus den Gruppen D, Δ und r, l nicht gemischt werden sollen. So ergibt sich der