

Ungelöste Probleme

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **14 (1959)**

Heft 6

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die hier verwendete Idee der «Rückkoppelung» des Ausgangs eines Rechengliedes auf den Eingang eines «früheren» ist in der Analogierechentechnik sehr fruchtbar. (Die Idee als solche ist in der Technik längst bekannt.)

Es mag etwas überraschen, dass wir mit einem Integrator gearbeitet haben und nicht mit einem Differentiator. Der Grund liegt nur darin, dass mit dem ersteren höhere Genauigkeit erreicht wird als mit dem letzteren.

Der Leser mag den Eindruck gewonnen haben, das Programmieren für einen AA erfordere bedeutend weniger spezielle Kenntnisse als das für einen DA; dies ist weitgehend richtig. Immerhin muss noch auf folgendes hingewiesen werden: Bei beiden Typen sind im allgemeinen die verarbeitbaren Zahlen betragsmässig nach oben beschränkt. Beim DA liegt gewöhnlich diese Schranke so hoch, dass sie praktisch belanglos ist. Beim AA ist das meistens nicht der Fall, und es sind deshalb im Rahmen der Programmierung oft Variablentransformationen nötig, damit der zulässige Bereich einerseits nicht überschritten und andererseits (aus Genauigkeitsgründen und wegen gewisser konstruktiv bedingter Umstände) möglichst ausgeschöpft wird. Es würde jedoch zu weit führen, wenn wir hier auf dieses Problem eingehen wollten.

W. PROKOP, Winterthur

Ungelöste Probleme

Nr. 33. For irrational α let $M(\alpha)$ be the upper limit of those numbers μ such that the inequality

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{\mu q^2}$$

has infinitely many solutions in rational integers p and q . Give a short proof, depending on ideas rather than calculations, of the fact that if $M(\alpha) < 3$ then α is a quadratic irrationality.

This is of course a consequence of MARKOV's classical work on the minima of indefinite binary quadratic forms, in which the α with $M(\alpha) < 3$ are completely determined. There it was shown, after many other properties of the continued fraction expansion of such an α had been exhibited, that the expansion is periodic, and hence that α is quadratic. A direct conceptual proof of this would be most interesting in itself, and would permit great simplification in MARKOV's theory. For literature and a modern proof of the full Markov theorem, see J. W. S. CASSELS, *Diophantine Approximation*, Cambridge Tracts in Mathematics, No. 45 (1957). W. J. LEVEQUE

Nachtrag zu Nr. 26. Die dort ausgesprochene Vermutung, wonach sich ein zusammenhängender Streckenkomplex der chromatischen Zahl k stets auf ein Simplex mit k Punkten zusammenziehen lässt, impliziert im Falle $k = 5$, wie bereits angedeutet worden ist, die Gültigkeit des Vierfarbensatzes. Herr K. WAGNER (Köln)¹⁾ machte uns in freundlicher Weise darauf aufmerksam, dass auch umgekehrt aus der Richtigkeit der Vierfarbenhypothese auf die Richtigkeit unserer Vermutung geschlossen werden kann, so dass Vierfarbensatz und Zusammenziehbarkeit im Falle

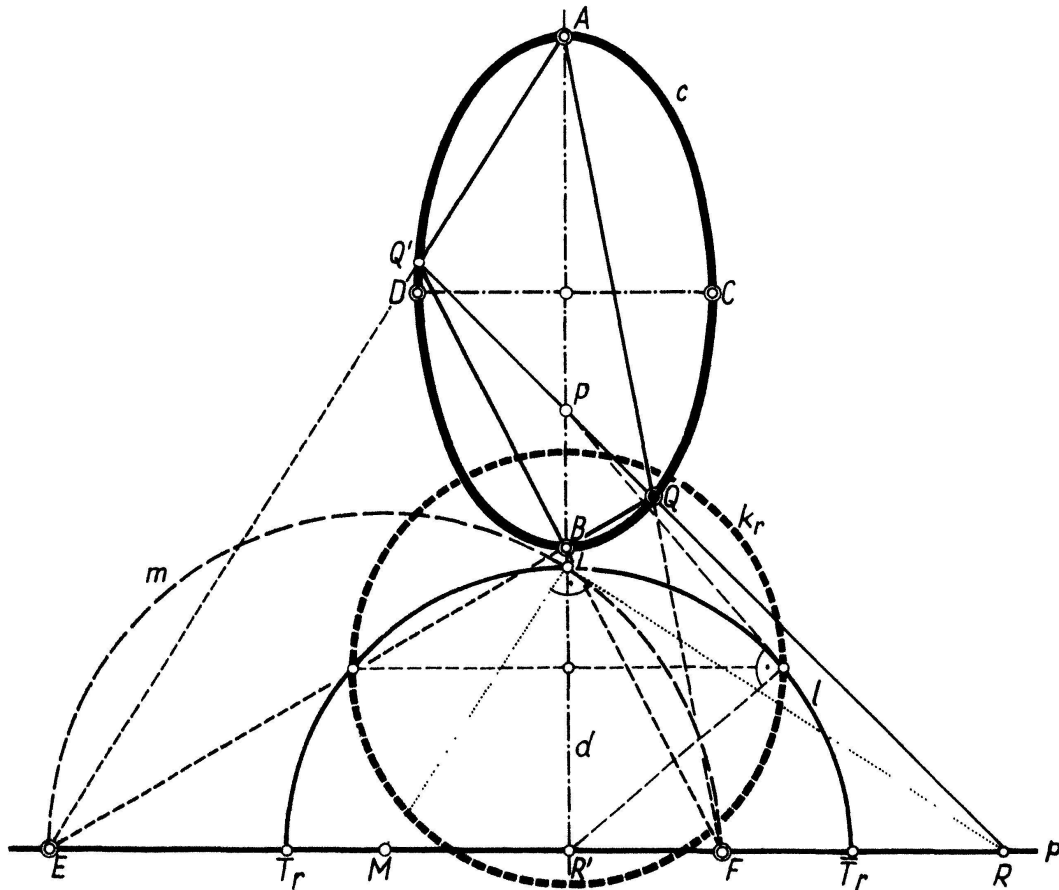
¹⁾ Brief vom 9. Februar 1959.

$k = 5$ sogar äquivalente Aussagen darstellen. In der Tat sind diese Zusammenhänge in der von uns zitierten Abhandlung von K. WAGNER vollständig abgeklärt worden²⁾. Der hier nachgetragene Tatbestand ist für die Erwägung der Chance, auf diesem Wege das berühmte Färbungsproblem lösen zu können, von ziemlicher Bedeutung, und dürfte erneuten Studien in dieser Richtung, wie sie beispielsweise von G. A. DIRAC durchgeführt wurden, erneute Impulse verleihen. H. HADWIGER

Aufgaben

Aufgabe 327. Man konstruiere jenen Kegelschnitt, der einen nullteiligen Kreis k in konjugiert imaginären Punkten T, \bar{T} berührt und durch einen reellen Punkt Q geht.
E. DOMKOWITSCH, Wien

Lösung des Aufgabenstellers: Sei k_r der reelle Vertreter des nullteiligen Kreises k (siehe Figur), Q der gegebene Kegelschnittspunkt, p der reelle Träger der Punkte T, \bar{T} und P der Pol von p bezüglich k (Antipol bezüglich k_r). Die reellen Vertreter T_r, \bar{T}_r von T, \bar{T}



liegen bekanntlich¹⁾ auf dem durch die Endpunkte des zu p parallelen Durchmessers von k_r gehenden Kreis l mit der Mitte R' auf p . Die Gerade PQ trifft p in R . Jener Punkt Q' von PQ , der von Q durch P und R harmonisch getrennt wird, liegt dann auch auf dem zu suchenden Kegelschnitt c (Polareigenschaft). Die Hauptscheitel A, B von c , welche aus Symmetriegründen auf dem zu p normalen Durchmesser d von k_r liegen, bestimmen mit Q, Q' ein

²⁾ Math. Ann. 114, 570–590, insb. 573 (1937).