

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **17 (1962)**

Heft 1

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die Identität beweist den Satz von PTOLEMÄUS: Schreibe einem Kreis mit dem Radius $\frac{1}{2}$ ein Viereck ein, in dem drei Seiten zu den Zentriwinkeln 2α , 2β , 2γ gehören, und notiere die Länge aller Seiten und Diagonalen.

5. Über zwei Riemenscheiben mit den Radien $R = 40,0$ cm und $r = 15,0$ cm kann ein Riemen der Länge $L = 320$ cm gespannt werden. Berechne den Abstand d der Scheibenachsen.

► Mit $d = \frac{R - r}{\cos \varphi}$ erhält man

$$\operatorname{tg} \varphi - \varphi = \frac{L - 2\pi R}{2(R - r)} = 1,3735,$$

$$\varphi = 68^\circ 46', \quad d = 69,0 \text{ cm},$$

Die vorzügliche Näherungsformel

$$L \approx \pi(R + r) + 2d + \frac{(R - r)^2}{d}$$

liefert $d = 69,1$ cm.

Literaturüberschau

Continuous Geometry. Von JOHN VON NEUMANN. 299 Seiten. \$ 7.50. Princeton University Press, Princeton 1960.

Bevor man mit der Lektüre dieser Abhandlung beginnt, empfiehlt es sich, das grundlegende Werk von VEULEN und YOUNG (*Projective Geometry*) über endlichdimensionale projektive Geometrie zu studieren.

Der $(n - 1)$ -dimensionale projektive Raum L_n bildet mit der Gesamtheit seiner Unterräume einen Verband (lattice). Bei VEULEN wird gezeigt, dass es für $n \geq 4$ zu jedem L_n einen Matrixring über einer aus dem L_n abgeleiteten Divisionsalgebra gibt, dessen Rechtsideale einen zum Verbands L_n isomorphen Verband bilden.

NEUMANN untersucht in diesem Buch, wie man dieses Isomorphietheorem auch auf einen unendlichdimensionalen Verband L_∞ ausdehnen könnte. Ein solcher Verband, in bestimmter Weise axiomatisiert, heisst eine «continuous geometry».

In jedem Ring bilden dessen Rechtsideale einen Verband. NEUMANN zeigt, dass für ein Isomorphietheorem nur die Rechtshauptideale eines Ringes in Frage kommen können. Nur spezielle Ringe aber haben die Eigenschaft, dass ihre Rechtshauptideale für sich allein schon einen Verband bilden. Diese besonderen Ringe werden *regulär* genannt und bilden den Gegenstand längerer Untersuchungen. Das Ziel des Buches ist der Beweis des Isomorphiesatzes: Zu einer «continuous geometry» L_∞ gibt es einen bis auf Isomorphie eindeutig bestimmten regulären Ring, dessen Rechtshauptideale einen zum L_∞ isomorphen Verband bilden.

Die hier behandelten Strukturen, die «continuous geometries», wurden von NEUMANN im Jahre 1935 entdeckt. In den Jahren 1935–1937 hielt NEUMANN darüber Vorlesungen an der Universität Princeton. Aber erst 1960, drei Jahre nach dem Tode NEUMANNs, wurde dieses Buch herausgegeben, kommentiert von seinem Schüler HALPERIN. Wie die Theorie der endlichdimensionalen Vektorräume zu derjenigen der Hilbert- und Banachräume erweitert worden ist, so hat man hier die Erweiterung der endlichdimensionalen projektiven Räume zu den Neumannschen Räumen vor sich. Es ist sehr interessant, in diesem Buch zu verfolgen, wie NEUMANN dieses Unternehmen durchführt. G. AEBERLI

Topology. Von JOHN G. HOCKING and GAIL S. YOUNG. IX + 374 Seiten. \$ 9.75. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading (Massachusetts) und London 1961.

Das vorliegende Werk gibt eine Einführung in die Topologie, wie sie etwa in einer zweisemestrigen Topologievorlesung gegeben werden kann. Es umfasst inhaltlich soviel

Topologie, wie man wünschen möchte, dass jedem Mathematiker bekannt sein sollte. Die Darstellung ist aber so gehalten, dass sie auch demjenigen als Grundlage dienen kann, der sich nachher eingehender mit Topologie beschäftigen will. Der erste Teil ist der mengentheoretischen Topologie gewidmet. Er beginnt mit topologischen Räumen und Abbildungen und geht dann auf die Topologie der Punktmengen ein. Er schliesst mit der Betrachtung von unzerlegbaren Kontinuen und einem Ausblick auf die Dimensionstheorie. Eine Einführung in die Homotopietheorie bildet sodann die Überleitung zur algebraischen Topologie, mit der sich der zweite Teil befasst. Zunächst wird die Homologietheorie der Polyeder behandelt, unter Einschluss der relativen Homologie- und der Cohomologiegruppen, sowie des Cohomologieringes. Zum Abschluss erfolgt eine Einführung in die Homologietheorien allgemeinerer Räume, Čech-Homologietheorie usw., wobei in diesem Rahmen der Beweis der topologischen Invarianz der simplizialen Homologiegruppen gegeben wird.

Im Gegensatz zu anderen modernen Lehrbüchern ist diese moderne Darstellung sehr instruktiv, denn das Hauptgewicht wird nicht auf das Formale gelegt, sondern die Verfasser bemühen sich, das Ideelle durchblicken zu lassen. Zahlreiche Beispiele, Gegenbeispiele und Übungsaufgaben dienen dieser Bemühung. Auch sind viele Ergebnisse, deren Beweis den Rahmen des Werkes sprengen würde, angeführt, sei es um einen Ausblick auf die Weiterentwicklung des Behandelten zu geben, sei es um die Bedeutung des Behandelten deutlicher zu machen, wobei selbstverständlich die notwendigen Literaturhinweise nicht fehlen. Das Werk erfüllt in schöner Weise die Aufgabe, welche sich die Verfasser gestellt haben; jedem, der sich die Grundlagen der Topologie aneignen will, sei es empfohlen.

J. M. EBERSOLD

Die Grundlagen der Theorie der Markoffschen Prozesse. Von E. B. DYNKIN. Aus dem Russischen übersetzt von J. WŁOKA. – Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 108. XII + 174 Seiten. DM 33.80. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1961.

Ein Markoffscher Prozess kann anschaulich wie folgt beschrieben werden: Ein vom Zufall abhängiges Teilchen bewege sich während des Zeitintervalls $(0, z)$. Wenn die Lage des Teilchens im Augenblick t bekannt ist, sollen zusätzliche Informationen etwa über den Charakter der Bewegung bis zum Zeitpunkt t keinen Einfluss auf die Prognose der Bewegung nach dem Augenblick t haben; bei bekannter «Gegenwart» sind also «Vergangenheit» und «Zukunft» unabhängig voneinander. Auch der Augenblick z , in dem die Bewegung abbricht, soll vom Zufall abhängen können.

Im vorliegenden Buch wird eine allgemeine Theorie dieser Prognose aufgebaut und damit eine in diesem Umfang und dieser Systematik erstmalige lehrbuchmässige Darstellung eines Gebietes gegeben, das in den letzten Jahren eine sehr schnelle Entwicklung durchgemacht hat, eine Entwicklung, an der auch der Verfasser massgeblich mitbeteiligt ist. – Zunächst werden die Grundlagen aus der Wahrscheinlichkeitstheorie dargestellt, dann folgt die präzise Definition des Markoffschen Prozesses, weiter die Behandlung der Unterprozesse, die Konstruktion der Prozesse aus Übergangsfunktionen und schliesslich die Untersuchung der streng Markoffschen Prozesse und weiterer Prozesse, die besonders Bedingungen genügen. Es handelt sich – wie der Verfasser betont und der Leser rasch feststellt – nicht um ein Buch für Anfänger, eine gewisse Vertrautheit mit den Markoffschen Prozessen (wie sie zum Beispiel von FELLER in 'An introduction to probability theory and its applications' gegeben wird) wird vorausgesetzt. Im übrigen ist die Darstellung sehr konzentriert und knapp gehalten, anschauliche Deutungen, Beispiele und heuristische Überlegungen werden fast keine mitgeteilt.

R. INEICHEN

Mitteilung der Redaktion

Als neue ständige Mitarbeiter dürfen wir die Herren Dr. J. M. EBERSOLD (Winterthur) und Dr. M. JEGER (Luzern) begrüessen.