Neue Gestaltungen in der Behandlung der Mathematik

Autor(en): **Locher-Ernst, L.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **17 (1962)**

Heft 2

PDF erstellt am: **10.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-21905

ELEMENTE DER MATHEMATIK
Revue de mathématiques élémentaires – Rivista di matematica elementare

Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts
Organ für den Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

El. Math. Band XVII Nr. 2 Seiten 25–48 Basel, 10. März 1962

Neue Gestaltungen in der Behandlung der Mathematik

In vorangegangenen Artikeln[1]) wurden einige Probleme gestreift, vor die sich der Mathematiklehrer aller Stufen durch die Wege, die seit einiger Zeit in der Mathematik eingeschlagen worden sind, heute gestellt findet. Der wesentliche Kern dieser Probleme besteht darin, dass die Gedankenlosigkeit geradezu zum Prinzip erhoben worden ist, indem man nämlich die Frage nach dem wirklichen Gedankeninhalt mathematischer Beziehungen verdrängte und die bloss formale Struktur in den Vordergrund rückte. Damit ist nichts gegen die offensichtliche Nützlichkeit der Verwendung von bloss formalen Strukturen gesagt. Es gilt sogar, dass beim Hinblick auf die blosse *Nützlichkeit* der Mathematik für alle technisch gearteten Anwendungen tatsächlich der reinen Struktur die massgebliche Rolle zukommt.

Im Untergrund der heutigen Entwicklung spielt sich in neuer Form der alte Kampf zwischen Realisten (im scholastischen Sinne) und Nominalisten ab, wobei die letzteren heute vorläufig als Sieger auftreten. Für die technischen Anwendungen der Mathematik mag dies zunächst belanglos erscheinen. Wenn es nur auf diese ankäme, könnte man ruhig abwarten, was die Philosophen über das Problem noch auszumachen vermögen. Heute marschieren diese mehrheitlich in der Gefolgschaft der Nominalisten, wobei sich in der Erkenntnistheorie eine bedauerliche Primitivität eingebürgert hat.

Nicht belanglos ist diese Lage aber für den Unterricht auf allen Stufen, da es hier um junge Menschen geht.

Das *National Council of Teachers of Mathematics* (USA)[2]) gab Ende 1961 eine Schrift heraus mit dem Titel: *The Revolution in School Mathematics, a Challenge for Administrators and Teachers.*

Man ist dankbar für diese Orientierung, da sie in klarer Form die Gründe, praktische Vorschläge und erste Erfahrungen für eine Neugestaltung des mathematischen Unterrichts darlegt und viele Hinweise auf neue Lehrbücher und über einschlägige Organisationen bietet. Als Ausgangssituation wird erklärt, die Entwicklung der Mathematik sei gegenwärtig derart intensiv und folgenschwer, dass sie nur als Revolution beschrieben werden könne. Es werden drei Gründe für diese Lage aufgeführt. Erstens die ausserordentliche Ausdehnung der Forschungstätigkeit:

---

[1]) Von der Gedankenlosigkeit in der Behandlung der Mathematik. El. Math. *16* (1961), 97–102 und 121–123, *17* (1962), 1–3.

[2]) National Council of Teachers of Mathematics. 1201 Sixteenth Street, N. W., Washington 6, D.C.

«The twentieth century has been the golden age of mathematics, since more mathematics, and more profound mathematics, has been created in this period than during all the rest of history.» Der Jahrgang 1960 der Mathematical Reviews enthalte 1652 grosse, zweikolonnige Seiten, derjenige des Jahrgangs 1961 wohl mehr als 2400 solche Seiten. Es wird auf die abstrakte Algebra, die Topologie, die Masstheorie, die allgemeine Funktionalanalysis und Integrationstheorie, die Statistik und die Spieltheorie hingewiesen, die in unserem Jahrhundert entwickelt worden sind.

In der Tat hat eine enorme Entwicklung in die Breite stattgefunden. Prüft man das «goldene» Zeitalter genauer, so stellt man allerdings fest, dass die wesentlichen neuen Ideen fast alle bereits im 19. Jahrhundert konzipiert, wenn auch noch nicht zu ausladenden Theorien ausgearbeitet worden sind.

Als zweiter Grund für die Revolution wird die Automation genannt, die zur Ausführung gewisser technischer Objekte nötig ist. Als Beispiel wird der neue Flugzeugtyp B-70 angeführt: «Its range will be 7000 miles, and it will fly at 2000 miles per hour at an altitude of 70000 feet. It will be capable of carrying in its thirty-foot bays enough nuclear bombs to blow a small nation off the map.»

Als dritter Grund gilt der Umstand, dass heute die elektronischen Rechenanlagen zur Verfügung stehen. Während W. SHANKS zur Berechnung von π auf 707 Dezimalstellen viele Jahre brauchte, lieferte die ENIAC in 70 Stunden mehr als 2000 Dezimalstellen, wobei ein Fehler von SHANKS Rechnung in der 528. Stelle zum Vorschein kam. Schon 1949 konnten mehr als 3000 Stellen in 13 Minuten bestimmt werden. Um 1960 wurden mehrfach 10000 Stellen berechnet.

Als typisches Beispiel für die heute sich darbietenden Probleme wird die Kontrolle der Bahn eines automatisch gelenkten Geschosses erwähnt.

Die genannten Gründe sollen es notwendig machen, nicht nur viel mehr Mathematiker auszubilden und allgemein die mathematischen Kenntnisse in weiteren Kreisen zu forcieren, sondern den Unterricht auf allen Stufen tiefgreifend umzuwandeln.

Wo bleibt die Kardinalfrage jedes Unterrichtens: nämlich die Entwicklung zur Menschenwürde?

Würden die heute vornehmlich und mit Vehemenz propagierten Methoden durchgängig eingeführt, *ohne gleichzeitig einen Ausgleich in anderer Richtung zu schaffen*, so wäre das Ergebnis eine Katastrophe in zwanzig Jahren. Die einseitige Inanspruchnahme des blossen Intellekts im Kinde würde als Folge nicht eine wahre Stärkung der Intellektualität, sondern im allgemeinen eine Schwächung und durchgreifende Verflachung ergeben. Man vergisst völlig, dass der gesunde, starkmütige Intellekt eine Blüte ist, zu deren Leben eine vorgängige Entwicklung anderer Fähigkeiten nötig ist.

Wirft man dagegen ein, dass auch die modernen Befunde und Methoden der Psychologie herangezogen werden, dass die raffiniert ausgeklügelten Wege heute es erlauben, den Intellekt schon bei Zehn- bis Zwölfjährigen in Aktion zu setzen, so ist darauf aufmerksam zu machen, dass der derart künstlich aufgeschaukelte Intellekt eine Scheinblüte ist, die den Menschen in ein automatenhaft funktionierendes intellektuelles Bewusstsein hineintreibt, in welchem die Menschenwürde keinen Anker findet.

Ich bin mir bewusst, dass mit diesen Bemerkungen allein recht wenig geholfen ist. Es erscheint mir aber als eine Pflicht, dass gegenüber dem überhandnehmenden strohenen Verabstrahieren auch eine dezidiert andersklingende Stimme zum Wort kommt.

Im folgenden seien einige Vorschläge genannt, die mir für den mathematischen Unterricht mittlerer Stufe als notwendig erscheinen.

Arithmetik und Algebra:

1. Mehr Gewicht legen auf das rekursive Rechnen.
2. In die Welt der Eigenschaften der natürlichen Zahlen einführen, was erfahrungsgemäss in der schönsten Weise geschehen kann, und im jungen Menschen die gesunde Kraft des Staunens mit dem noch zarten Intellekt verbindet.
3. Im Aufbauen des Stoffes den Gesamtorganismus der sieben, beziehungsweise vier Grundoperationen im Auge behalten, so dass am Schlusse dieser Organismus jedem Schüler sichtbar und sogar erlebbar wird.
4. Einführung in die Boolesche Algebra in ihren Elementen und in ihre verschiedenen Anwendungen in der Mengenlehre, Zahlentheorie und formalen Logik. Hieraus in elementarster Form in das Wesen einfacher Formalismen eintreten.
5. In oberen Jahrgängen die Prinzipien der elektronischen Rechenmaschinen erläutern auf Grund der unter Punkt 4 genannten Kenntnisse.

Geometrie:

1. In rein zeichnender Geometrie die Fülle der Formenwelt kennenlernen, vor allem auch viele Kurvengestalten.
2. Rein konstruierend die ebene (später auch in den Elementen die räumliche) projektive Geometrie unter steter Beachtung des Dualitätsgesetzes entwickeln. Vor allem die wichtigsten projektiven Transformationen (zentrale Kollineation und andere) zeichnerisch an verschiedenen Figuren darstellen – ohne besondere Theorie – und ihre Sonderformen in der affinen und metrischen Geometrie zeigen.
3. Beweisführungen zunächst ruhig durch vernünftige Inanspruchnahme der Evidenz andeuten, dabei aber nicht so tun, als ob die wissenschaftlich strenge Form erreicht sei. (Je mehr der Lehrer wirklich ausgebildeter Mathematiker ist, desto besser weiss er, dass es Unsinn ist, mit Axiomatik anzufangen. Die Axiomatik kommt an den Schluss, als letztes Schema, nachdem man die Fülle wirklich gekostet hat.)

Als historisch und sachlich gegebenes Beispiel dafür, wie das moderne Denken funktioniert, wird man das *lineare Kontinuum*, seine Merkwürdigkeiten und seine begriffliche Bestimmung erläutern, was Anlass zu fast dramatisch spannenden Schilderungen bietet.

In den *Anwendungen* ist natürlich eine Einführung in die Statistik zu vermitteln. Ferner ist die mathematische Geographie unter besonderer Berücksichtigung des Flugverkehrs zu behandeln.

Die Geometrie ermöglicht es, gegenüber dem abstrakten Element einen künstlerischen Zug als Ausgleich in die Mathematik als *Unterrichtsstoff* hineinzubringen. In fördernder Weise kann dies allerdings nur demjenigen Lehrer gelingen, der selbst über eine hinreichende Fülle geometrischer Anschauungen verfügt, die heute keineswegs leicht zu erlangen ist.

Im Unterrichten hat freilich das «*Wie*» den Vorrang gegenüber dem «*Was*», so dass mit blossen Stoffandeutungen noch wenig gesagt ist.

L. LOCHER-ERNST