

Sur une propriété des progressions arithmétique

Autor(en): **Sierpiski, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **18 (1963)**

Heft 4

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-22639>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

bei beliebigen *Schraubflächen*, auf denen sich für gewöhnlich ausgezeichnete Schraublinien (also Gewindekurven) finden lassen, die Schmieglinien der Fläche sind: es sind dies jene Schraublinien, längs welchen der Schraubfläche eine Wendelfläche berührend angeschrieben werden kann.

W. WUNDERLICH (Wien)

Sur une propriété des progressions arithmétiques

Le but de cette note est de démontrer le théorème suivant:

THÉORÈME: *s étant un nombre naturel et*

$$a_i + b_i, \quad 2 a_i + b_i, \quad 3 a_i + b_i, \dots \quad (i = 1, 2, \dots, s) \quad (1)$$

étant s progressions arithmétiques infinies, ou a_i et b_i ($i = 1, 2, \dots, s$) sont des entiers positifs, s'il existe un nombre premier qui appartient à chacune de ces s progressions arithmétiques, il existe une infinité de tels nombres premiers.

Démonstration: Soit p un nombre premier qui appartient à chacune des progressions arithmétiques (1). Il existe donc pour tout entier i tel que $1 \leq i \leq s$ un nombre naturel k_i tel que $p = k_i a_i + b_i$ pour $i = 1, 2, \dots, s$. Les nombres k_i, a_i et b_i (où $i = 1, 2, \dots, s$) étant naturels, il en résulte que $p > a_i$ pour $i = 1, 2, \dots, s$, donc $(a_i, p) = 1$ pour $i = 1, 2, \dots, s$, d'où $(a_1 a_2 \dots a_s, p) = 1$ et, d'après le théorème de LEJEUNE DIRICHLET sur la progression arithmétique, il existe une infinité de nombres premiers dans la progression arithmétique

$$a_1 a_2 \dots a_s k + p. \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

Soit i un nombre naturel, tel que $i \leq s$. Comme $p = k_i a_i + b_i$, on a pour k naturels

$$a_1 a_2 \dots a_s k + p = a_1 a_2 \dots a_s k + k_i a_i + b_i = a_i t + b_i,$$

où $t = a_1 a_2 \dots a_{i-1} a_{i+1} \dots a_s k + k_i$ est un nombre naturel. Cela prouve que tout terme de la progression arithmétique (2) est un terme de chacune des s progressions (1). Notre théorème se trouve ainsi démontré.

Quant au théorème de LEJEUNE DIRICHLET sur la progression arithmétique, il est à remarquer que j'ai démontré en 1950¹⁾ qu'il peut être déduit sans peine de la proposition (plus faible) que dans toute progression arithmétique $a k + b$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), où a et b sont des nombres naturels premiers entre eux, il existe au moins *un* nombre premier.

W. SIERPIŃSKI (Varsovie)

Remarque sur les nombres parfaits pairs de la forme $a^n \pm b^n$

M. A. MAKOWSKI a démontré dans sa note²⁾ que 28 est le seul nombre parfait pair de la forme $x^3 + 1$ et qu'il n'existe pas de nombres parfaits pairs de la forme $n^{\dots n} + 1$, où le nombre n figure plus que deux fois. Dans la note présente je démontrerai les deux théorèmes suivants:

THÉORÈME 1. *Il n'existe aucun nombre parfait pair de la forme $a^n - b^n$, où a et b sont des entiers positifs premiers entre eux et n est un entier > 2 .*

¹⁾ Voir mon livre *Teoria Liczb* (en polonais), Monografie Matematyczne t. 19, Warszawa 1950, p. 526.

²⁾ A. MAKOWSKI, *Remark on perfect numbers*, *El. Math.* 17 (1962), p. 109.