**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik

**Band:** 23 (1968)

**Heft:** 6

**Rubrik:** Literaturüberschau

# Literaturüberschau

*Der Mathematikunterricht.* Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung. Jahrgang 1966. Klett-Verlag, Stuttgart.

Die Schriftenreihe weiss auch mit diesem Jahrgang ihre beachtliche Position auf dem Felde der Publikationen zur Didaktik der Mathematik im deutschsprachigen Raum zu wahren. Die 5 Hefte sind wiederum ausnahmslos Themen gewidmet, die im gegenwärtigen didaktischen Gespräch von grösster Aktualität sind.

*Heft 1:* Komplexe Zahlen II (Redaktion H. G. STEINER). In Anlehnung an ein früheres Heft zum selben Thema (1964/2) werden diesmal die Beziehungen zur Trigonometrie und zur Vektorrechnung sowie die Anwendungen in Physik und Technik behandelt. Von den verschiedenen Beiträgen sei die Übersetzung eines Vortrages von DIEUDONNÉ herausgestellt, in dem dieser Vertreter des Bourbaki-Kreises einmal mehr mit missionarischem Eifer einen Aufbau der ebenen Geometrie von der linearen Algebra her propagiert. Ebenfalls bemerkenswert ist der Beitrag des inzwischen verstorbenen Lübecker Schulmathematikers A. BAUR über Fragen der Konstruierbarkeit mit Zirkel und Lineal. Dagegen erscheint mir ein Artikel über Differentialgleichungen auf der Schule etwas utopisch, weil er an den schulischen Realitäten weitgehend vorbeisieht.

*Heft 2:* Der Gruppenbegriff im Unterricht (Redaktion A. KIRSCH). Dieses Heft will möglichst vielseitige und schulnahe Anregungen vermitteln. Es steht dabei die im Gruppenbegriff enthaltene algebraische Struktur im Vordergrund. Ein reichhaltiges Material wird vorgelegt, wobei auch die Probleme der Propädeutik des Gruppenbegriffes zur Sprache kommen. Die publizierte Übersetzung eines Kapitels aus dem neuen dänischen Unterrichtswerk von KRISTENSEN und RINDUNG zeigt eine konkrete schulbuchmässige Einführung des Gruppenbegriffes, die durchaus sympathisch ist. Dem Heft ist ein ausführliches Literaturverzeichnis (rund 100 Titel) zur elementaren Gruppentheorie beigegeben, auf das der Schulmathematiker besonders aufmerksam gemacht sei.

*Heft 3:* Die axiomatische Methode im Schulunterricht (Redaktion E. LÖFFLER). Den äussern Anlass zu diesem Heft gab der unterdessen berühmt gewordene Nürnberger Vortrag von D. LAUGWITZ über Sinn und Grenzen der axiomatischen Methode und die dadurch ausgelöste Diskussion. Der Vortrag von LAUGWITZ ist in erweiterter Form abgedruckt (der Autor geht auf die in der Zwischenzeit bekanntgewordenen Einwände ein). Als Votanten melden sich die Herren CŒURS, FREUDENTHAL, STEINER und ATHEN zum Wort; sie setzen sich vorwiegend kritisch mit den Thesen von LAUGWITZ auseinander. Das Heft ist ein wichtiger Beitrag zur Information über einige grundsätzliche Fragen des Mathematikunterrichtes. Der Schulmathematiker wird es zwar bedauern, dass die ganze Diskussion ins Philosophische abgeglitten ist und damit den Boden der konkreten Schulprobleme verlassen hat.

*Heft 4:* Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Redaktion R. INEICHEN). Im Gegensatz zu früheren Heften zum selben Thema stehen diesmal schulnahe Beiträge im Vordergrund. Zur Sprache kommen die Propädeutik der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Boolescher Verband und Maßstruktur als Ausgangsbasis für die Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Monte-Carlo-Methoden auf der Oberstufe, die schulische Behandlung der Normalverteilung sowie Testverfahren.

*Heft 5:* Affine Geometrie (Redaktion F. RAITH). Das Anliegen des Heftbesorgers geht dahin, die affine Geometrie im Mittel- und Oberstufenunterricht herauszuheben. Kernstück des Heftes ist zweifellos ein originell aufgebauter und mehrfach erprobter Lehrgang von H. PRADE. Die Abhebung der affinen Geometrie von der Euklidischen Geometrie realisiert H. PRADE, indem er im systematischen Geometrieunterricht den affinen Bereich voranstellt. Es gibt für dieses Vorgehen einleuchtende Gründe: die affine Geometrie kommt mit weniger Begriffen und Konstruktionshilfsmitteln aus. Andererseits muss aber der rechte Winkel in dieser Phase ausser Kraft gesetzt werden und dies dürfte für viele Schüler doch gewisse Probleme aufwerfen. Trotz solchen Vorbehalten hat aber der Lehrgang von PRADE etwas Bestechendes an sich.

M. JEGER

*Challenging Mathematical Problems with Elementary Solutions.* Vol. 2, von A. M. YAGLOM und I. M. YAGLOM. 211 Seiten und 118 Figuren. $5,00 (p), $7,25 (cl). Holden-Day, Inc., San Francisco 1967.

Die bei der Anzeige des ersten Bandes (El. Math. *21*, 46 (1966)) gemachten Ausführungen gelten auch für den vorliegenden zweiten Band. Die 74 Aufgaben verteilen sich auf 13 Abschnitte: Punkte und Linien, Gitterpunkte, Topologie, eine Eigenschaft der Reziproken ganzer Zahlen, konvexe Polygone, Folgen ganzer Zahlen, Verteilung von Objekten, nichtdezimales Zählen, Tschebycheffsche Polynome, vier Formeln für $\pi$, Flächenberechnungen, bemerkenswerte Grenzwerte, Primzahlen. Der Leser lernt viele wichtige Sätze kennen, deren Beweis in den «Lösungen» ausführlich gegeben wird, sofern die «Hinweise» nicht zur selbständigen Erarbeitung genügen. E. TROST

*Linear Algebra.* Par W. H. GREUB. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 97. Third Edition. XV et 434 pages. DM 39.20. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York 1967.

L'ouvrage fondamental de M. WERNER H. GREUB, professeur à l'Université de Toronto, paraît en troisième édition. Il se compose à présent de deux volumes dont le premier est intitulé Algèbre Linéaire et le second, Algèbre Multilinéaire. C'est du premier de ces volumes que nous parlerons aujourd'hui. Dans la nouvelle édition, l'auteur traite aussi bien des espaces vectoriels de dimension finie que de ceux de dimension infinie. Il définit les espaces vectoriels sur un corps quelconque de caractéristique 0, car de nombreux théorèmes établis pour les espaces vectoriels sont valables aussi pour les modules sur un anneau commutatif. L'ouvrage est muni de nombreux exercices de difficulté variable et dont beaucoup sont nouveaux. Les chapitres V (*Algebras*), VI (*Gradation and Homology*) et XII (*Polynomial Algebras*) sont entièrement nouveaux. Les chapitres XII et XIII sont dus à M. S. HALPERIN qui a travaillé en étroite collaboration avec M. GREUB. L'ouvrage d'un niveau élevé et qui va au fond des choses est basé sur le traitement axiomatique des espaces linéaires. Des connaissances préalables de théorie des ensembles et de topologie générale sont requises pour la lecture de cet ouvrage qui a adopté la nomenclature des BOURBAKI. En plus des trois chapitres susmentionnés, les matières suivantes sont traitées dans ce livre: les espaces vectoriels, les applications linéaires, les matrices, les déterminants, les espaces vectoriels munis d'un produit intérieur, les applications linéaires de ces derniers espaces, les fonctions bilinéaires symétriques, les quadriques, les espaces unitaires, l'algèbre des polynômes et la théorie des transformations linéaires. Cet ouvrage très fouillé offre un des exposés modernes les plus complets d'algèbre linéaire. S. PICCARD

*Entire Functions.* Von A. I. MARKUSHEVICH. 105 Seiten mit 5 Figuren. hfl. 27.50. Elsevier Publishing Company, Amsterdam 1966.

Dieses Buch, das eine Vorlesung für Lehrer an der Staatsuniversität Moskau wiedergibt, bringt in leicht lesbarer Form soviel über die Funktionentheorie der ganzen transzendenten Funktionen, wie für ein tieferes Verständnis der Eigenschaften im Reellen notwendig ist. An Vorkenntnissen werden die Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung, der komplexen Zahlen und der konvergenten Reihen vorausgesetzt. Besondere Berücksichtigung finden Wachstumseigenschaften, Nullstellen und die Additionstheoreme. Schwierigere Beweise sind weggelassen oder man findet sie im Anhang (Satz von PICARD für ganze Funktionen endlicher Ordnung, Entwicklung einer ganzen periodischen Funktion in eine trigonometrische Reihe, eine abgeschwächte Form des Satzes von WEIERSTRASS über ganze Funktionen mit einem algebraischen Additionstheorem). E. TROST

*Théorie des groupes.* Par A. G. KUROSH (en russe), 3me édition. 648 pages. Moscou, éd. Science, 1967.

L'ouvrage fondamental du grand algébriste russe a paru en première édition en 1944. Il fût presque aussitôt traduit en allemand. En 1953 paraîssait la seconde édition du livre du M. KUROSH. En fait il s'agissait d'un nouveau traité de la Théorie des groupes qui complétait avantageusement la première édition. Maintenant sous le nom de troisième édition de la Théorie des groupe, l'auteur présente à nouveau des parties essentielles de la première édition, la quasi totalité de la seconde édition revue et élargie et un important complément nouveau sur le développement de la théorie des groupes infinis de 1952 à 1965, où il fait mention d'environ 1100 travaux alors que 1600 travaux nouveaux sont mentionnés dans la copieuse bibliographie qui témoigne du grand intérêt porté par les mathématiciens à la théorie des groupes et du prodigieux essor de cette partie des mathématiques. Sans nullement prétendre épuiser le sujet, l'auteur présente avec clarté et précision les parties essentielles de la théorie des groupes et met entre les mains des jeunes mathématiciens et des chercheurs un instrument de travail des plus maniables et des plus efficaces. L'ouvrage se compose de quatre parties suivies des compléments susmentionnés. La première partie expose les fondements de la théorie des groupes. La seconde partie est consacrée aux groupes abéliens. La troisième partie traite de constructions théoriques de groupes. Les groupes résolubles et nilpotents font l'objet de la quatrième partie. Ce livre est à recommander chaudement à tous ceux qui s'intéressent à la théorie des groupes. S. PICCARD

*Endliche Gruppen I.* Par B. HUPPERT. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 134. 793 pages. DM 156.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967.

C'est en 1958 que l'auteur a entrepris un exposé complet de la théorie de la structure des groupes. Le prodigieux développement qu'a pris cette théorie au cours des dernières années n'a pas permis à l'auteur d'englober toute la matière en un seul volume. Aussi c'est le premier volume d'une œuvre plus vaste qui nous est offert aujourd'hui. Un second volume est en préparation. Il s'agit d'un exposé moderne très fouillé et exécuté avec soin. Bien que l'auteur s'attache tout particulièrement aux groupes finis, il est souvent obligé d'avoir recours aux groupes infinis. C'est ainsi, par exemple, qu'il introduit les groupes libres pour parler ensuite de groupes définis par des ensembles d'éléments générateurs et des relations de définition qui les lient. Le premier volume se compose de six chapitres. On trouve dans le premier chapitre un exposé concis des notions de base de la théorie des groupes. Le second chapitre traite des groupes de substitutions et des groupes linéaires. Les groupes nilpotents et les $p$-groupes font l'objet du chapitre 3. Le quatrième chapitre est consacré au transfert (Verlagerung) et aux groupes $p$-nilpotents. La théorie de la représentation est exposée au chapitre 5. Le sixième chapitre est intitulé: les groupes résolubles. Une abondante bibliographie et des index terminent l'ouvrage qui s'adresse à des spécialistes. L'auteur est un élève de M. H. WIELANDT et a subi fortement son influence.

S. PICCARD

*Les Groupes libres et les Groupes quasi libres modulo n.* Von SOPHIE PICCARD. 215 Seiten. Librairie Gauthier-Villars, Paris 1966.

Die Autorin umgeht die übliche «Wort»-Darstellung in freien Gruppen durch Betrachtungen von definierenden Relationen. Sie führt fünf Faktorgruppen der freien Gruppe ein, deren zwei behandelt werden.

$G$ sei multiplikative Gruppe und $A$ ein Erzeugendensystem von $G$. $f$ sei ein Produkt aus Elementen $a \in A$, die ganzzahlige Exponenten besitzen, wobei in $f$ mehrere Potenzen desselben Elementes auftreten können. $f$ wird im üblichen Sinne als reduziert vorausgesetzt.

Eine Relation $f = 1$ (1: Einselement der Gruppe $G$) heisst trivial modulo $n$ ($n \geqq 2$, natürliche Zahl), wenn jedes Element $a \in A$, welches in $f$ auftritt, einen mod $n$ verschwindenden Exponenten besitzt. Eine Relation $f = 1$ heisst quasi trivial mod $n$, wenn jedes Element $a \in A$, welches in $f$ auftritt, eine mod $n$ verschwindende Exponentensumme besitzt.

Eine Gruppe $G$ heisst frei mod $n$, falls sie wenigstens ein Erzeugendensystem $A$ hat, dessen Elemente (freie Erzeugende mod $n$) nur durch triviale Relationen mod $n$ gebunden sind.

Eine Gruppe $G$ heisst quasi frei mod $n$, falls sie wenigstens ein Erzeugendensystem $A$ hat, dessen Elemente (quasi freie Erzeugende mod $n$) nur durch quasi triviale Relationen mod $n$ gebunden sind. In den zwei Hauptkapiteln wird die Theorie dieser beiden Gruppen dargestellt, und es werden Beispiele solcher Gruppen angegeben. Anschliessend findet man Anwendungen auf die Theorie der freien Gruppe.

Der Abschluss stellt eine kurze Einführung in die Theorie der $P$-Produkte und ihre Anwendungen für $P$-Gruppen dar. Dabei sind $P$-Produkte und $P$-Gruppen folgendermassen definiert: Die multiplikative Gruppe $G$ mit dem Erzeugendensystem $A$ und der Menge $F$ der definierenden Relationen besitze die Untergruppen $G_\lambda$. $A_\lambda$ sei Erzeugendensystem und $F_\lambda$ Menge der definierenden Relationen von $G_\lambda$. $G$ heisst $P$-Produkt der Untergruppen $G_\lambda$, falls $A = \bigcup_\lambda A_\lambda$ und $F = F_P \cup \bigcup_\lambda F_\lambda$, wobei jede Relation in $F_P$ nicht nur aus Elementen eines Erzeugendensystems $A_\lambda$ besteht und alle Relationen in $F_P$ wie in $F_\lambda$ (für alle $\lambda$) die Eigenschaft $P$ besitzen. Damit wird jedes $P$-Produkt der Gruppen $G_\lambda$ isomorph einer Faktorgruppe des freien Produktes dieser Gruppen.

$G$ heisst $P$-Gruppen, falls $G$ wenigstens ein Erzeugendensystem $A$ hat, dessen Elemente nur durch Relationen der Eigenschaft $P$ verbunden sind. Als Hauptergebnis wird hier gezeigt, dass jedes $P$-Produkt von $P$-Gruppen eine $P$-Gruppe ist.

Die Darstellung ist ausführlich und verständlich. Leider erschweren viele Druckfehler die Lesbarkeit. W. HOLENWEG

*Die Bewegungsgruppen der Kristallographie.* Von J. J. BURCKHARDT. 2. Auflage. 203 Seiten mit 67 Figuren. Fr. 37.50. Birkhäuser Verlag, Basel 1966.

Die grösste Änderung in dieser Neubearbeitung (eine Besprechung der 1. Auflage erfolgte in El. Math. *3*, 86 (1948)) hat die Darstellung der Bewegungsgruppen des triklinen, rhomboedrischen, hexagonalen und monoklinen Systems erfahren. Hier werden jetzt neben den bisher allein behandelten einfarbigen Gruppen (FEDOROW-SCHOENFLIES) auch die zweifarbigen hergeleitet. Ein Abschnitt über allgemeine Farbgruppen wurde am Schluss des Buches hinzugefügt. E. TROST

*Cyclotomy and Difference Sets.* Von T. STORER. 134 Seiten. Lectures in Advanced Mathematics, No. 2. Markham Publishing Company, Chicago 1967.

Sind $d_0, d_1, \ldots, d_{k-1}$ Elemente einer additiven Gruppe $G$ der Ordnung $v$ und gibt es für jedes $g \neq 0$ aus $G$ genau $\lambda$ geordnete Indexpaare $i, j$ mit $d_i - d_j = g$ $(0 < \lambda < k < v - 1)$, so wird die Menge $D = \{d_0, d_1, \ldots, d_{k-1}\}$ «Differenzbasis» in $G$ genannt. Es sind wichtige Anwendungen der Differenzbasen bekannt, speziell wenn $G$ der Ring $R_v$ der Restklassen mod $v$ ist (endliche projektive Ebenen, Konstruktion von Codes, Entwurf von Experimenten). Die Theorie der Kreisteilung, deren Elemente am Anfang dieses Büchleins dargestellt werden, hat sich als kräftiges Hilfsmittel für die Konstruktion von Differenzbasen erwiesen. Zunächst wird ein Beweis des klassischen Resultats von SINGER ($G = R_v$, $\lambda = 1$, $k = p^a + 1$, $v = p^{2a} + p^a + 1$, $p$ = Primzahl) gebracht. Hierauf folgt die Lehmersche Theorie der Differenzbasen in einem Galoisfeld. Der zweite Teil ist der Whitemanschen Theorie der Differenzbasen in Galoisbereichen (Direkte Summe von zwei Galoisfeldern) gewidmet. E. TROST

# Glückwunsch

Am 23. Dezember 1968 wird Herr Prof. Dr. HUGO HADWIGER (Universität Bern) 60 Jahre alt. Die Redaktion der Elemente der Mathematik entbietet dem Jubilar herzliche Glückwünsche und dankt ihm für die bisherige besonders wertvolle Mitarbeit und Verbundenheit. E. TROST

# Mitteilung der Redaktion

Leider lässt sich eine Erhöhung des Abonnementspreises nicht umgehen, da diese eine Vorbedingung für die weitere Unterstützung durch den Schweizerischen Nationalfonds war. Ab Januar 1969 beträgt der Abonnementspreis für das Inland Fr. 18.– und für das Ausland Fr. 22.–.