Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **26 (1971)**

Heft 3

PDF erstellt am: **26.07.2024**

Ungelöste Probleme

Nr. 53. Nachfolgend bezeichne K eine offene oder geschlossene räumliche Kurve, d.h. ein topologisches Bild einer abgeschlossenen Strecke oder einer Kreislinie im gewöhnlichen dreidimensionalen euklidischen Raum. Wir wollen sagen, dass K die Eigenschaft (i) aufweist, wenn sie mit jedem Translat K', das mit K zwei verschiedene Punkte gemeinsam hat, zusammenfällt. Zeigt t einen Translationsvektor an, so kann dies auch so ausgedrückt werden: Die Kurve K besitzt die Eigenschaft (i), wenn die Aussage

$$\operatorname{card}\,[(K + t) \cap K] > 1 \Rightarrow t = 0$$

für alle Translationen t gültig ist. Beispielsweise kommt einem Kreisbogen genau dann die Eigenschaft (i) zu, wenn er nicht grösser als ein Halbkreis ist. Es ist leicht zu erkennen, dass eine Raumkurve K genau dann die Eigenschaft (i) aufweist, wenn man ihr nicht ein Parallelogramm mit vier Seiten positiver Länge einbeschreiben kann[1]).

Während es recht leicht fällt, offene Kurven der Eigenschaft (i) aufzuzeigen, scheint es schwierig zu sein, geschlossene Kurven dieser Art zu finden, und es ist uns nicht bekannt, ob solche überhaupt existieren. Wir fragen also: *Gibt es eine geschlossene Raumkurve K mit der Eigenschaft (i)?* Sollte dies nicht zutreffen, so würde der folgende Satz gültig sein: *Jeder geschlossenen Raumkurve K lässt sich ein Parallelogramm mit vier Seiten positiver Länge einbeschreiben* (?). Hier drängt sich noch die Frage auf, ob sogar die etwas schärfere Aussage richtig wäre, wonach jeder geschlossenen Raumkurve K ein nicht entartetes Parallelogramm, dessen Ecken nicht kollinear liegen, einbeschrieben werden kann[2]).

H. Hadwiger

Kleine Mitteilungen

Über Scheiben mit richtungsinvarianter Packungsdichte

Im Schloss von Blois befindet sich ein Wandornament, das nach Figur 1 angeordnete Wappen darstellt. Diese Figur entsteht, wenn man in einem regulären Dreiecksmosaik die zu einem Dreieck parallel orientierten Dreiecke zu Reuleaux-Dreiecken aufbläst. Es lässt sich fragen, ob hier die Wappen unter der Bedingung paralleler Orientierung am dichtesten gepackt sind.

Nach einem allgemeinen Satz von Rogers [1] können wir uns auf Gitterpackungen beschränken. Sind die Dreiecke, aus denen wir die Wappen erzeugt haben, überhaupt nicht aufgeblasen, so bilden sie sicher keine dichteste Gitterpackung. Jetzt ist nämlich

[1]) Hierbei sind auch entartete Parallelogramme mit vier Ecken, die auf einer Geraden liegen, zugelassen.

[2]) In dieser Form wurde die Aufgabe im Rahmen des Mathematik-Wettbewerbes Bern-Zürich, Serie 1, A4 (1970) erfolglos gestellt.