

Ungelöste Probleme

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **26 (1971)**

Heft 6

PDF erstellt am: **26.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ungelöste Probleme

Nr. 54: We discuss a problem about a set of symmetric functions of the zeroes of $J_\nu(z)$, the Bessel function of first kind. Let the positive zeroes of $z^{-\nu} J_\nu(z)$ be denoted by $j_{\nu, m}$, $m = 1, 2, \dots$.

Let

$$\sigma_{2n} = \sum_{m=1}^{\infty} (j_{\nu, m})^{-2n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

It was proved by Nand Kishore [2] that

$$\sigma_{2n} \left(\frac{1}{2} \right) = (-1)^{n-1} \frac{2^{2n-1}}{(2n)!} B_{2n} \quad (2)$$

$$\sigma_{2n} \left(-\frac{1}{2} \right) = (-1)^n \frac{2^{2n-2}}{(2n)!} G_{2n} \quad (3)$$

where

$$B^n = (B + 1)^n, \quad n \neq 1$$

and

$$G_n = 2(1 - 2^n) B_n.$$

B_n and G_n are the well known Bernoulli's and Genocchi numbers respectively. The properties of $\sigma_{2n}(0)$ were discussed by Carlitz [1].

Letting

$$S_{2n}(\nu) = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} (j_{\nu, m})^{-2n} \quad (4)$$

$$K_{2n+1}(\nu) = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} (j_{\nu, m})^{-(2n+1)} \quad (5)$$

It is easy to prove that

$$S_{2n} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{(-1)^{n-1} (2^{2n-1} - 1) B_{2n}}{(2n)!} \quad (6)$$

and

$$K_{2n+1} \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{(-1)^n E_{2n}}{4 \cdot (2n)!} \quad (7)$$

where E 's are the Euler's numbers which are defined by the symbolic relation $(E + 1)^k + (E - 1)^k = 0$.

The problem is - Find a generating function for $S_{2n}(\nu)$ and $K_{2n+1}(\nu)$.

J. M. Gandhi, Western Illinois University, Macomb, Ill. USA

REFERENCES

- [1] L. CARLITZ, *A Sequence of Integers Related to Bessel Functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 14, 1-9 (1963).
 [2] NAND KISHORE, *The Rayleigh Function*, Proc. Amer. Math. Soc. 14, 527-533 (1963).