

# Ungelöste Probleme

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **27 (1972)**

Heft 3

PDF erstellt am: **08.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Ungelöste Probleme

**Nr. 55.** Vermutlich gilt die folgende Aussage: Hat ein Polytop, also ein kompaktes konvexes Polyeder  $P$ , des  $n$ -dimensionalen euklidischen Raumes die Eigenschaft, dass sich zu jeder seiner Seitenflächen noch wenigstens eine andere mit ihr disjunkte Seitenfläche aufweisen lässt, so gilt für die Anzahl  $f$  der Seitenflächen von  $P$  die Ungleichung  $f \geq 2n$ . Offensichtlich gilt Gleichheit beim Hyperwürfel, also beim  $2n$ -Zell. Demnach ist also  $2n$  die kleinste mögliche Seitenflächenzahl für Polytope der oben genannten Eigenschaft. – Für  $n = 1$  und  $n = 2$  ist unsere Aussage trivialerweise richtig. Im Falle  $n = 3$  kann man die Polytope mit  $f < 6$  leicht ausmustern. Es gibt lediglich drei nicht isomorphe Typen, die durch das Tetraeder ( $f = 4$ ), die Pyramide mit quadratischer Grundfläche ( $f = 5$ ) und durch das gerade Prisma mit dreieckiger Grundfläche ( $f = 5$ ) repräsentiert werden. Die aufgezählten Polytope haben die verlangte Eigenschaft ersichtlich nicht, so dass die Aussage auch hier zutrifft.

Seltsamerweise scheint es, dass die Abklärung, ob unsere Vermutung für alle Dimensionen  $n$  richtig ist oder nicht, viel schwieriger ist, als ein Konvexgeometer bei erster Konfrontation mit der Frage anzunehmen geneigt ist. Bereits einige haben sich vergeblich bemüht. B. GRÜNBAUM (Seattle) lässt uns wissen (Brief vom 17. 10. 71), dass die Aussage für  $n = 4$  sicher noch stimmt. Dies ergibt die Kontrolle der Isomorphietypen mit  $f < 8$  im vierdimensionalen Raum. Gilt dies für alle Dimensionen  $n$ ?

H. Hadwiger

## Kleine Mitteilungen

### Eine Kennzeichnung der sphärischen Trochoidenbewegung

1. Bekanntlich besitzt der *Wendekreis* in der ebenen euklidischen Kinematik mehrere ihn kennzeichnende Eigenschaften, die in der sphärischen Kinematik auf verschiedene geometrische Orte führen<sup>1)</sup>. Wir wollen uns hier mit dem erstmals von Schoenflies betrachteten *sphärischen Kegelschnitt* beschäftigen, welcher in der quadratischen Verwandtschaft zwischen gegebenem Punkt und zugehörigem Krümmungsmittelpunkt eine analoge Rolle spielt wie der Wendekreis in der ebenen Kinematik (vgl. [4], S. 56f.). Dieser (sphärische) *S-Wendekegelschnitt*  $\mathcal{W}_s$ <sup>2)</sup> ist definitionsgemäss der Ort der Punkte  $X$ , deren Krümmungsmittelpunkte auf demjenigen Grosskreis liegen, dessen Ebene zur Geraden  $OP$  normal ist.  $O$  bezeichnet dabei den Kugelmittelpunkt und  $P$  den augenblicklichen *Drehpol*. Den Radius der Kugel nehmen wir wie üblich mit Eins an.

<sup>1)</sup> Vgl. [4], S. 59, [5], S. 57 und [8], S. 348.

<sup>2)</sup> Das «S» soll an Schoenflies erinnern. In der Getriebetechnik ist statt *S-Wendekegelschnitt* die Bezeichnung *Äquatorialkegelschnitt* üblich.