

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 28 (1973)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

alle  $x \in [0, 1]$  und  $\int_0^1 f(x) dx = 0$ . Man beweise die Gültigkeit von

$$\int_0^1 f^2(x) dx \geq 4 \left[ \int_0^1 g(x) f(x) dx \right]^2 \quad (*)$$

und finde einen Fall, in welchem in (\*) Gleichheit besteht, evtl. aber sogar eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Gleichheit in (\*).

H. Hadwiger, Bern

**Aufgabe 706.** Es bezeichnen  $w_a, w_b, w_c$  die Längen der Winkelhalbierenden und  $a, b, c$  die Seitenlängen eines Dreiecks. Man beweise, dass

$$4 (w_b w_c + w_c w_a + w_a w_b) \leq 3 (bc + ca + ab)$$

mit Gleichheit genau im gleichseitigen Dreieck.

A. Bager, Hjørring, Dänemark

**Aufgabe 707.** In der affinen Ebene sei das durch zwei linear unabhängige Vektoren  $a, b$  erzeugte Punktgitter

$$\Gamma := \{r a + s b; \quad r, s \text{ ganzzahlige Zahlen}\}$$

gegeben. Man bestimme die kleinste natürliche Zahl  $G$  so, dass es unter  $G$  Punkten von  $\Gamma$  stets deren drei gibt, deren Schwerpunkt ebenfalls zu  $\Gamma$  gehört.

H. Harborth, Braunschweig, BRD

**Aufgabe 708.** Für natürliche Zahlen  $k, m$  sei  $\sigma_k(m)$  definiert durch  $\sigma_k(m) = \sum_{d|m} d^k$ .

Man beweise: Ist  $(n_i)$  eine streng monoton wachsende Folge natürlicher Zahlen mit  $\limsup_{i \rightarrow \infty} (n_{i+1} - n_i) > k$ , so ist

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sigma_k(n_i)}{n_i!}$$

irrational.

P. Erdős, Budapest

## Literaturüberschau

*A First Course on Complex Functions.* Von G. J. O. JAMESON. 148 Seiten. £1.50. Chapman and Hall, London 1970.

Mit Vergnügen weise ich auf dieses Büchlein hin. Jameson bietet eine moderne Einführung in die Funktionentheorie, die gleich die richtigen Begriffe einführt, möglichst grosse Allgemeinheit aber auf später verschiebt. Auf diese Weise bekommt der Anfänger bald interessante und anwendbare Sätze zu sehen (die Anwendungen werden im Kapitel «Further Topics» gleich vorgeführt), und er wird gespannt auf den «Second Course».

C. BLATTER

*Probability and Mathematical Statistics, an Introduction.* Von E. LUKACS. 242 Seiten. \$8.50. Academic Press, New York und London 1970.

Eine sehr verständlich geschriebene und trotzdem elegante Einführung, die in der Stoffauswahl und in der Darstellung die grosse Erfahrung und das didaktische Geschick des Autors zeigt! –

Inhalt: Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung, einschliesslich Behandlung des zentralen Grenzwertsatzes und wichtiger Testverteilungen: Einführung in die mathematische Statistik mit Ausführungen über das Schätzen und Testen, wobei z. B. auch auf die Macht eines Testes und auf nichtparametrische Methoden eingegangen wird; ein Anhang, der unter anderm einen relativ elementaren Beweis des zentralen Grenzwertsatzes bringt. – An Vorkenntnissen wird wenig vorausgesetzt: Die Grundzüge der Differential- und Integralrechnung dürften genügen; dies bedingt selbstverständlich, dass gewisse Sätze ohne Beweise gebracht werden müssen. Zahlreiche Beispiele und Aufgaben (selbstverständlich fehlt bei der Poissonverteilung auch die Anzahl der Todesfälle infolge Hufschlag in den Preussischen Kavallerieregimentern von 1875–1894 nicht!!) runden die Darstellung ab; die Lösungen finden sich im Anhang. Literaturangaben bei den einzelnen Kapiteln bieten die Möglichkeit der Vertiefung. R. INEICHEN

*Mathematische Theorie der Zuverlässigkeit* (Einführung und Anwendungen). Von HORAND STOERMER. 329 Seiten und 15 Abbildungen. DM 48,-. R. Oldenbourg, München 1970.

Die Zuverlässigkeitstheorie erarbeitet allgemeine Methoden zur Berechnung der Qualität einer Apparatur aus der bekannten Qualität ihrer einzelnen Bestandteile. Sie entwickelt Methoden, die bei der Projektierung und bei der Produktion, bei der Übernahme und bei der Nutzung von Erzeugnissen verwendet werden können, um ihre Effektivität zu prüfen oder zu maximalisieren. Systematische Darstellungen mit Lehrbuchcharakter sind – zum mindesten im deutschen Sprachgebiet – nicht häufig; es ist deshalb zu begrüssen, dass nun neben den in dieser Zeitschrift (24/3 und 25/2) besprochenen «Mathematischen Methoden der Zuverlässigkeitstheorie» von Gnedenko-Beljaiew-Solowjew ein weiteres Werk zur Verfügung steht. – Inhalt: Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik-Ergebnisse der Erneuerungstheorie – Zuverlässigkeit von Baueinheiten und einfachen redundanten Baugruppen – Zuverlässigkeit von Systemen – Schätzen der Parameter von Lebensdauerverteilungen – Statistische Zuverlässigkeitskontrolle – Lebensdauer-voraussagen aus Kurzzeitversuchen mit erhöhter Belastung. – Das Buch wendet sich in erster Linie an den Praktiker, dem es die notwendigen Hilfsmittel zur Beantwortung von Zuverlässigkeitsfragen auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage zur Verfügung stellt und an Beispielen illustriert; vorausgesetzt werden dabei jene Kenntnisse, die etwa in den mathematischen Anfangsvorlesungen vermittelt werden. Auf Beweise muss oft verzichtet werden, immer aber werden Voraussetzungen und Anwendungsbereich genau präzisiert. Ein ganz besonderer Vorzug der sehr empfehlenswerten Darstellung besteht in der Behandlung der Zuverlässigkeit von Systemen mit Reserveeinheiten (also von sog. redundanten Systemen), die zum Teil völlig neu entwickelt worden ist. R. INEICHEN

*Angewandte mathematische Statistik.* Von H. WITTING und G. NOELLE. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Band 14, 194 Seiten. B. G. Teubner Stuttgart 1970.

H. Witting betont im Vorwort, dass das Beiwort «angewandt» im Titel so zu verstehen ist, dass häufig benützte Verfahren der praktischen Statistik mathematisch durchleuchtet werden. Jemand, der eine «Rezeptsammlung» der Statistik sucht, die möglichst viele praktische Methoden mit Ratschlägen für deren Anwendung aufzählt, ist also mit diesem Buch weniger gut beraten. Es wendet sich vielmehr an den Statistikstudenten und mathematisch interessierten Statistiker, werden doch gute Vorkenntnisse in den Grundlagen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie/Masstheorie vorausgesetzt.

Die kondensierte Darstellung von Beweisen und die jede Mehrdeutigkeit vermeidende Schreibweise unter Verwendung einer grossen Anzahl von Symbolen erfordern vom Leser Konzentration. Das Studium dieses Buches wird zweifellos sehr erleichtert, wenn man sich Grundlagenkenntnisse mittels dem in derselben Reihe (Band 7) erschienen Leitfaden «Mathematische Statistik, Eine Einführung in Theorie und Methoden» angeeignet oder sie damit wieder aufgepoliert. Die Bezeichnungsweise ist in beiden Bänden dieselbe. Im Band 7 werden allgemeine Prinzipien

und Hilfsmittel der mathematischen Statistik erläutert, die im vorliegenden Leitfaden verwendet werden, um unter zusätzlichen Modellannahmen praktische Verfahren vor allem auf Optimalitätseigenschaften zu untersuchen.

Behandelte Probleme sind: Lineare Modelle (wie z. B. in Varianzanalyse, Regressionsanalyse), asymptotische Verfahren (u. a. Maximum-Likelihood Schätzfunktionen,  $\chi^2$ -Tests, Likelihood-Quotienten-Tests) und verteilungsunabhängige Methoden (wie Permutations- und Rangtests, deren relative asymptotische relative Effizienz sowie Komogorov-Smirnov-Tests). Dabei werden auch anspruchsvollere Beweise von Sätzen, die in den meisten Lehrbüchern der math. Statistik mit Hinweisen auf Artikel in Fachjournalen übergangen werden, mit Akribie behandelt. Das Buch kann deshalb auch als Nachschlagewerk dem Forscher nützliche Dienste leisten.

W. MAURER

*Selecta Mathematica II, III.* Herausgegeben von K. JACOBS. Heidelberger Taschenbücher Bände 67 und 86. 185 Seiten und 153 Seiten. DM 12,80 und DM 12,80. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg-New York 1970 und 1971.

Nach der Absicht des Herausgebers soll sich die Reihe der *Selecta Mathematica* vor allem an Studenten und Gymnasiallehrer wenden. Er will darin faszinierende Einzelergebnisse aus verschiedenen Gebieten der neueren Mathematik zur Sprache bringen, die ohne grosses Beiwerk behandelt werden können. Es geht ihm also um exemplarische Mathematik und nicht um grosse Theorien. Jeder Band enthält mehrere thematisch aufeinander abgestimmte, aber weitgehend abgeschlossene Beiträge von einem oder von verschiedenen Autoren.

Die Unterreihe der Heidelberger Taschenbücher wurde 1969 eingeleitet mit einem ersten Band, der Probleme aus der neueren Kombinatorik aufgreift. *Selecta Mathematica II* bringt Kostproben aus dem Ideenkreis der rekursiven Funktionen. Im Mittelpunkt stehen Untersuchungen über Turing-Maschinen. Die Turing-Maschinen eröffnen bekanntlich einen Weg, die Phänomene der Aufzählbarkeit und der Berechenbarkeit exakt zu fassen. Die sechs Beiträge – einer stammt vom namhaften Logiker H. Hermes – geben einen interessanten Einblick in eine spezielle Sparte der mathematischen Grundlagenforschung. Die Lektüre des zweiten Bandes verlangt vom Leser einiges mehr an Ausdauer, zumal offenbar in diesem Bereiche der Mathematik ohne eine besondere Sakralsprache nicht auszukommen ist.

Die Themen von *Selecta Mathematica III* entstammen der Geometrie. Den fünf dargelegten Problemen ist gemeinsam, dass sie mit Begriffen aus der anschaulichen Geometrie leicht umschrieben werden können und daher besonders einsichtig sind. Der Holländer de Bruijn gibt eine gedrängte Darstellung der Abzähltheorie von Polya in einer modernen Terminologie. Es geht darin um die Abzählung gewisser Äquivalenzklassen von geometrischen Figuren in bezug auf Gruppen von Deck-Transformationen. Ringel befasst sich anschliessend in einem Beitrag mit dem Kartenfärbungsproblem, wobei einige neue Ergebnisse und Beweise mitgeteilt werden. In zwei weiteren Beiträgen werden Fragen aus der Theorie der konvexen Mengen aufgegriffen. Der letzte Aufsatz behandelt ein aktuelles Problem aus der Kinematik; der Geometer Müller untersucht darin die geometrischen Formen, die beim Kreiskolbenmotor in Erscheinung treten. Es ist dem Herausgeber auch mit dem dritten Band wieder gelungen, den Leser mit einigen fesselnden Themen zu überraschen.

Die Reihe der *Selecta Mathematica* dürfte nach dem bis jetzt sich abzeichnenden Konzept im Hochschulunterricht einen wichtigen Platz einnehmen, ist doch jeder einzelne Band als Basis für ein Seminar bestens geeignet. Als weiterbildende Nachttisch-Literatur für Gymnasiallehrer dürfte sie hingegen weniger in Frage kommen, auch wenn der Herausgeber auf eine solche Verwendung hofft. Dies würde bei der Mehrzahl der Beiträge einen lesbareren Stil voraussetzen.

M. JEGER

*Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations.* Herausgegeben von P. RABINOWITZ. XI, 199 Seiten. £7.25. Gordon and Breach, London und New York 1970.

Eine genauere Erfassung technischer oder wissenschaftlicher Probleme erzwingt heute immer mehr die Lösung von Systemen, die nicht linear sind. Die Gruppe für numerische Analysis der British Computer Society organisierte aus diesem Grund im Jahre 1968 an der Universität Essex eine Konferenz über einen Teil dieses Themenkreises, d. h. über numerische Methoden zur Lösung transzendenter Gleichungssysteme. Der Text der gehaltenen Vorträge liegt nun in diesem, von



P. Rabinowitz herausgegebenen handlichen Buch vor. Die Schwierigkeit, solche so gesammelten und oft sehr heterogenen Texte zu einem lesbaren Buch mit einem roten Faden zu vereinigen, wurde hier sehr gut überwunden. Man findet im ersten Beitrag eine Übersicht über neuere Methoden zur Lösung algebraischer Gleichungen in einer Variablen. Der Bogen wird dann sehr weit gespannt, von der mit funktionalanalytischen Methoden behandelten Theorie solcher Systeme bis zur Entwicklung von Algorithmen und ihrer Programmierung in der FORTRAN-Computersprache. Das Buch wendet sich daher vor allem auch an Ingenieure und Wissenschaftler, die nichtlineare Gleichungssysteme numerisch zu lösen haben.

J. T. MARTI

*Funktionen und ihre graphische Darstellung.* Von I. M. GELFAND, E. G. GLAGOLEWA und E. SCHNOL. Aus dem Russischen übersetzt und bearbeitet von R. Hofmann. 127 Seiten. 132 Abbildungen. 7,- M. Mathematische Schülerbücherei Nr. 58. BSB B. G. Teubner, Leipzig 1971.

Das broschiierte Heft bietet vielen Interessenten eine an Beispielen orientierte, brauchbare Arbeitshilfe, 14- bis 15jährigen Gymnasiasten als Einführung, älteren Gymnasiasten und Technikumsschülern als Ergänzung zum Unterricht und schliesslich Mittelschullehrern als Anregung zur Methodik und zur Aufgabenstellung.

Nach einer Einführung in den Funktionsbegriff werden zuerst an einigen nichtlinearen Beispielen Diskussionsmöglichkeiten aufgezeigt; Untersuchungen in der Umgebung von Definitionslücken spielen dabei eine wichtige Rolle. Es folgt ein systematisches Studium der linearen Funktion, der Betragsfunktion, der quadratischen Funktion, der Potenzfunktionen und ausgewählter rationaler Funktionen.

Die Darstellung der Diskussionen ist eingehender und damit instruktiver als in einem Lehrbuch, aber doch nicht so atomar und langweilig wie in einem programmierten Lehrgang. 132 Abbildungen und 9 Tafeln erleichtern die Lektüre, glücklicherweise ohne dem Schüler das Nachvollziehen der Schlüsse mit Bleistift und Papier abzunehmen. Bemerkenswert sind die vielen dynamischen Figurenfolgen, welche die wesentlichen Diskussionschritte graphisch festhalten und damit gezielte Anregungen für die noch offene Fortsetzung der Untersuchung liefern, viel besser, als dies eine statische Endfigur leisten kann. Viele Aufgaben sind ganz durchgerechnet, zu anderen geben die Autoren im Anhang Antworten und Hinweise, aber auch die Aufgaben ohne Lösungsangabe sind Bestandteile der theoretischen Entwicklung und sollten daher gelöst werden.

Infinitesimale Methoden werden – der Altersstufe entsprechend – nicht verwendet.

Der gewissenhafte Lehrer wird etwas Mühe haben, dem Schüler einige Unkorrektheiten, die er sich bei der Lektüre des Büchleins angeeignet hat, wieder auszutreiben, so etwa die Identifizierung von «Funktion» und «Funktionswert», die beide durch  $f(x)$  symbolisiert werden. Anzukreiden sind auch Sprechweisen wie «die Zahl  $y$  ist eine Funktion der Zahl  $x$ », die Gleichsetzung von Graph und Schaubild oder sinnlose Anschriften wie « $f(x) \Rightarrow -f(x)$ », was besagen soll, dass aus dem Schaubild von  $f$  eindeutig auf das Bild von  $g = -f$  geschlossen werden kann; die «Definition» des Tangentenbegriffs auf S. 96 ist zumindest problematisch.

Für schweizerische Verhältnisse ist die Broschüre wohl etwas zu ausführlich, nimmt doch die systematische Funktionen- und Kurvendiskussion mit Recht nicht mehr eine zentrale Stellung in der Mittelschulmathematik ein. Trotz der aufgezeigten Mängel kann sie aber denjenigen Lehrern empfohlen werden, die das Gebiet in mehreren Anläufen, auf verschiedene Altersstufen verteilt, behandeln.

J. BINZ

*Perspectives in Mathematics.* Von DAVID E. PENNEY. XIV + 345 Seiten mit 105 Figuren. £4.65. W. A. Benjamin Publishers, Menlo Park, California 1972.

Der übliche Hauptkurs in Mathematik am amerikanischen College ist dem Calculus gewidmet. Mit der vorliegenden Studie hat der Autor versucht, etwas aus dieser Tradition auszubrechen, indem er einige besonders faszinierende Problemkreise aus der neueren Mathematik in den Mittelpunkt seines College-Unterrichtes stellt. Was die Auswahl der Themen anbetrifft, wird man an das Buch von Rademacher und Toeplitz *Von Zahlen und Figuren* (Vgl. *El. Math.* 1973/2) erinnert, das allerdings an den Leser wesentlich kleinere Anforderungen stellt.

Die 10 Kapitel des Buches von Penney tragen folgende Überschriften: Zerlegungsgleichheit in der Ebene. Brunn'sche Verkettungen. Das wohltemperierte Klavier. Einführung in die Gruppentheorie. Polyeder. Transfinite Mengen. Natürliche Zahlen und ganze Zahlen. Wachstumsgesetze

in der Biologie. Konvexe Mengen. Die reellen Zahlen. Es fällt auf, dass auch weniger konventionelle Themen aufgenommen werden, was der Publikation eine gewisse Originalität verleiht.

Das vorliegende Buch kann als wohl gelungenes didaktisches Experiment auf dem Felde der *Elementarmathematik vom höhern Standpunkt aus* bezeichnet werden. Die Gewichte sind geschickt verteilt auf Grundlagenfragen, Arithmetik, Algebra und Geometrie. Die Kapitelüberschriften sind gewissermassen als einzelne Akzente aufzufassen. In jedem Kapitel geht der Autor von einer zentralen Fragestellung aus und stösst dann in verschiedenen Richtungen vor. Das 7. Kapitel beginnt zum Beispiel mit einer Einführung in die Teilbarkeitslehre und befasst sich dann anschliessend mit der vollständigen Induktion und mit diophantischen Gleichungen. Jedes Kapitel schliesst mit einer Serie von Übungsaufgaben. Für die meisten der mehr als 600 Aufgaben sind im Anhang die Lösungen aufgeführt oder Lösungshinweise gegeben. So hat der Leser die Möglichkeit, seine Kenntnisse dauernd zu überprüfen. Zahlreiche Literaturhinweise erleichtern den Zugang zur weiterführenden wissenschaftlichen Literatur.

Man möchte wünschen, dass im Hinblick auf die Lehrerausbildung Lehrveranstaltungen nach dem hier entwickelten Modell vermehrt Aufnahme in unsern Universitätsprogrammen finden.

M. JEGER

*Grundlagen der reellen Analysis I.* Von W. TUTSCHKE. 205 Seiten. DM 13,80. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1971.

Das Buch vermittelt die Grundlagen der Differentialrechnung in einer und mehreren Variablen auf klare und präzise Art. Durch gleichzeitige Behandlung des ein- und des mehrdimensionalen Falles werden Wiederholungen ähnlicher Schlussweisen vermieden. Dieses Buch dürfte sich auch zum Selbststudium eignen, zumal jedes Kapitel von zahlreichen Übungsaufgaben begleitet ist. Es kann auch mit Interesse von einem Studenten gelesen werden, der schon über einige Kenntnisse der Differentialrechnung verfügt. Ich kann das Buch zum Studium und zur Lektüre empfehlen.

G. MISLIN

*Einführung in die lineare Algebra.* Von HANS-JOACHIM KOWALSKY. 233 Seiten. DM 18,-. De Gruyter, Berlin-New York 1971.

Die ersten sieben Kapitel der bekannten und auch bei den Studenten beliebten «Linearen Algebra» von H.-J. Kowalsky sind hier in einer wohlfeilen Ausgabe nachgedruckt worden; angehängt ist ein Abschnitt über das Vektorprodukt im dreidimensionalen euklidischen Raum. Wie die Originalausgabe bietet auch diese «Einführung» eine ausgewogene Mischung des abstrakt-geometrischen und des matrizentechnischen Aspekts der linearen Algebra. Nicht ganz verständlich ist allerdings, warum der Autor lineare Abbildungen von links, die zugehörigen Matrizen aber von rechts auf die Vektoren wirken lässt. Dies führt bei Produktabbildungen zu einer Umkehr der Reihenfolge (S. 63) und steht vor allem im Gegensatz zu den bei den Anwendungen üblichen Konventionen.

C. BLATTER

*Darstellende Geometrie II.* Von WOLFGANG HAACK. 125 Seiten, 86 Abbildungen. DM 7,80. Sammlung Göschen Band 4143. Walter de Gruyter, Berlin und New York 1971.

Band II der dreibändigen Ausgabe über Darstellende Geometrie ist 1971 in sechster Auflage herausgekommen. Er befasst sich mit Körpern, die von krummen Flächen begrenzt sind und deren Durchdringungen, sowie im letzten Kapitel mit dem Verfahren der kotierten Projektionen.

Der Text wird getragen durch gezielt ausgewählte Beispiele und illustriert mit vielen schönen Figuren.

H. WALSER

*Ein Computer-Übungsmodell.* Von MANFRED LEPPIG. 79 Seiten. Turm-Verlag Steufgen & Sohn, Düsseldorf 1970.

Das Buch ist als Begleitschrift zum Turm-Computer-Übungsmodell gedacht. Das Modell in Form eines Kartons mit Registereinteilung und Legeplättchen gestattet, die Funktionsweise eines Mikrocomputers manuell zu simulieren. Eine minimale Befehlsliste ermöglicht es Programme in der Art zu formulieren, wie es bei Mikrocomputern üblich ist. Etwa 40 einfache Programme sind ausgeführt. Methodische Hinweise sind eine wertvolle Ergänzung. Zu bedauern ist nur, dass der Begriff Algorithmus kaum verwendet wird.

F. VETTER