

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **29 (1974)**

Heft 6

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Aufgabe 730. Man beweise: Sind a, b, c, d, e, f reelle Zahlen mit den Eigenschaften

$$a c + b d = e f, \quad (1)$$

$$(a d + b c) f = (a b + c d) e, \quad (2)$$

so gilt

$$\begin{aligned} & [a b e (c + d + e) + c d e (a + b + e)] (b + c + f) (a + d + f) \\ & = [b c f (a + d + f) + a d f (b + c + f)] (a + b + e) (c + d + e). \end{aligned} \quad (3)$$

Für positive a, b, c, d, e, f interpretiere man (1), (2), (3) geometrisch.

G. Bercea, München, BRD

Aufgabe 731. Show that

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\zeta(n+1)}{n+2} = 1 + \frac{\gamma}{2} - \frac{1}{2} \ln(2\pi),$$

where γ is Euler's constant defined by $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/2 + \dots + 1/n - \ln n)$ and

ζ is the Riemann zeta function defined by $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^s$ for $s > 1$.

D. Suryanarayana, Waltair, India

Aufgabe 732. Es sei f eine der zahlentheoretischen Funktionen φ, σ, τ . Man zeige, dass es a) für jedes positive reelle c unendlich viele natürliche Zahlen n derart gibt, dass gilt:

$$(1+c)^{n-i} f(n-i) < (1+c)^n f(n) < (1+c)^{n+j} f(n+j) \quad \text{für alle } i, j \in \mathbb{N}; i < n,$$

b) für jedes natürliche k nur endlich viele natürliche Zahlen n derart gibt, dass gilt:

$$(n-i)^k f(n-i) < n^k f(n) < (n+j)^k f(n+j) \quad \text{für alle } i, j \in \mathbb{N}; i < n.$$

P. Erdős, Budapest

Literaturüberschau

The Computer from Pascal to von Neumann. Von HERMAN H. GOLDSTINE. X + 378 Seiten, 14 Abbildungen. \$12.50. Princeton University Press, 1972.

Das Buch ist in drei Teile mit den Titeln «The Historical Background up to World War II», «Wartime Developments: ENIAC und EDVAC», «Post-World War II: The von Neumann Machine and The Institute of Advanced Study» und einen Anhang («World-Wide Developments») gegliedert. Da der Verfasser, Mathematiker und seinerzeit Mitglied einer militärischen Forschungs- und Beschaffungsbehörde, persönlich sehr intensiv am Projekt – der ursprüngliche Auftrag lautete auf Konstruktion eines zweckmässigen Hilfsmittels für ballistische Berechnungen – beteiligt war, erfährt der interessierte Leser eine Fülle von Einzelheiten über die Gedankengänge während der Projektierung, über die Probleme bei der Realisierung und über die beteiligten Persönlichkeiten wie etwa Aiken, Eckert, Mauchly und von Neumann. Der erste Teil ist verhältnismässig knapp gefasst, wobei immerhin auch von Analogrechengern die Rede ist; die andern beiden Teile sind sehr ausführlich gestaltet. Dass vor allem die Entwicklungen in den USA behandelt werden, ist nicht nur begreiflich, sondern ja auch objektiv begründet. Über das Geschehen in andern Ländern wird im Anhang berichtet, wobei noch einiges nicht allgemein Bekanntes enthalten sein dürfte.

Mir ist beim Lesen des Buches einmal mehr bewusst geworden, diesmal aber besonders eindrücklich, dass wir leider auch auf dem Gebiete der Computer den gewaltigen technischen Fortschritt primär militärischen Bedürfnissen und Finanzquellen «verdanken». W. PROKOP

Kategorien und Automaten. Von H. EHRIG und M. PFENDER. 170 Seiten. DM 24,-. Verlag de Gruyter, Berlin 1972.

Dieses Buch ist ein Versuch, Automatentheorie mit Hilfe kategorischer Methoden darzustellen. Die ungeraden Kapitel 1, 3, 5 entwickeln kurz die notwendigen Grundbegriffe über Kategorien und Funktoren, die geraden Kapitel 2, 4, 6 enthalten die Anwendungen dieser Grundbegriffe auf die Automatentheorie. So jedenfalls steht es in der Einleitung. Die wirkliche Durchführung folgt allerdings nicht ganz diesem Schema. Kapitel 1 enthält das kategorische Einmaleins, während Kapitel 2 die Kategorie der Automaten einführt. In Kapitel 3 werden die üblichen universellen Konstruktionen erläutert (Differenzenkerne, Pullbacks usw.), die in Kapitel 4 zur Behandlung des Reduktionsproblems von Automaten dienen. So weit, so gut. Dann aber bringt Kapitel 5 eine Übersicht über die Begriffe Funktor, Diagramm, Limes und adjungiertes Funktorpaar, während das letzte 6. Kapitel die Zerlegungstheorie von Automaten anpackt. Der Zusammenhang mit dem 5. Kapitel ist nicht zu sehen, ebensowenig wie Anwendungsmöglichkeiten des letzteren. Das Buch ist in einem sehr knappen und trockenen Stil verfasst, was die Lektüre keineswegs erleichtert. Das Fehlen jeder Motivation zeigt, dass sich das Buch – offenbar in Verbindung mit den Dissertationen der beiden Verfasser geschrieben – an Leser wendet, die beide Theorien bereits kennen. Warum es dann aber in einer Lehrbuchreihe erscheint, ist nicht zu verstehen.

P. WILKER

Programmierung mit COBOL. Von F. SINGER. 300 Seiten. 42 Bilder. 10 Originalprogramme. DM 11,80. Teubner Studienskripten Bd. 55. B. G. Teubner, Stuttgart 1972.

Der vorliegende Band bietet ein ausgezeichnetes Textbuch und Nachschlagewerk zu einem Einführungskurs in die Programmiersprache COBOL. Dabei ist COBOL (im Gegensatz etwa zu ALGOL oder FORTRAN) eine büro- und datenverarbeitungs-orientierte (sog. kommerzielle) Computerprogrammiersprache, wo das reine Rechnen (numerische Mathematik, indizierte Variablen, usw.) im Hintergrund steht und daher auch in einer wenig mathematischen Notation dargestellt wird. Dennoch hat COBOL wegen seiner internationalen Verbreitung und Normierung (ANSI-COBOL) einerseits, seiner vielstufigen Datenstrukturen andererseits eine grosse Bedeutung vor allem für die Praxis. Auf diesem Hintergrund muss das Buch von Singer betrachtet werden. Seine besonderen Stärken sind: Die gute deutsche Sprache auch bei den computertechnischen Erläuterungen (was leider in der Programmierliteratur oft nicht der Fall ist), dann die Gesamtdarstellung vollständiger Beispiele (mit Programm und Ergebnis) direkt als photomechanische Wiedergabe des Computer-Outputs sowie die häufigen tabellarischen Vergleiche von Eigenheiten verschiedener Computer-Systeme.

Allerdings ist das Buch für den Leser *ohne* Vorkenntnisse oder Lehrer weniger geeignet, da es ein COBOL- und nicht ein Programmierlehrbuch ist: Bei der Besprechung der Datenstrukturen kommt nur das Codier-Technische zum Ausdruck, während die Hinweise auf die Bedeutung der verschiedenen Speicherstufen, -Arten und -Probleme fehlen. So steht der missverständliche Satz «Dateien mit wahlfreiem Zugriff (random access) können nur auf Massenspeichern untergebracht werden». (S. 260) ganz isoliert als Einführung in die Benützung der adressierbaren Sekundärspeicher (Platte, Trommeln). Allgemein werden die COBOL-Begriffe gut, die Computerprobleme kaum geschildert, sie sind ohne Vorkenntnisse nicht erkennbar. Schade ist auch, dass die wertvollen vollständigen Programmierbeispiele ihren Zweck wohl nicht ganz erfüllen, weniger weil sie zum Teil sehr COBOL-fremde Themen bearbeiten (Fakultätsberechnung), vor allem aber, weil sie die gerade bei COBOL wichtige Arbeits-Disziplin bei der Programmdokumentation (z. B. durch eine vollständige *Identification Division*) vermissen lassen.

Das Buch von Singer kann somit nicht kommentarlos als Einführung verwendet werden. Durch seine flüssige Beschreibung der COBOL-Eigenschaften und durch die Beispiele für verschiedenste Probleme erscheint es dem Referenten aber auch für seine eigenen COBOL-Kurse als attraktives Textbuch und bietet für die Schüler anschliessend ein allgemeines Nachschlagewerk.

C. A. ZEHNDER

Introduction to Modern Mathematics. Von HELENA RASIOWA. XII, 339 Seiten. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, London / American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1973.

In diesem Lehrbuch bietet die Autorin, die durch viele Beiträge zur mathematischen Grundlagenforschung bekannt ist, eine sehr gründliche Einführung in die Begriffswelt und Theoreme

der modernen Mathematik. Vorausgesetzt wird eine gewisse Kenntnis der Infinitesimalmathematik, der Theorie der reellen Zahlen und der elementaren Algebra.

Die Art der Darstellung ist so, dass der Leser schrittweise mit den Begriffen vertraut gemacht wird. Demgemäss sind die Beweisführungen nicht an eine bestimmte Axiomatisierung gebunden, wenngleich doch die Gesichtspunkte der Axiomatik zur Besprechung kommen und Axiome formuliert werden.

In der Anordnung des Stoffes – das Buch ist in 14 Kapitel eingeteilt – bildet die Boole'sche Algebra den Anfang. Nach einem eingeschalteten Kapitel betreffend die Axiome der Zahlentheorie und besonders das Prinzip der vollständigen Induktion (in verschiedenen gleichwertigen Fassungen, mit Besprechung elementarer Anwendungen) folgt dann in mehreren Kapiteln die Behandlung der Erweiterungen der Boole'schen Algebra zur allgemeinen Theorie der Relationen und Funktionen. Insbesondere werden dann die Äquivalenzrelationen besprochen, an welche sich die Methode der Abstraktion aufgrund von Äquivalenzen knüpft. Diese Methode findet im nächsten Kapitel eine spezielle Anwendung zur Einführung des Begriffes der Mächtigkeit. Hier werden dann auch die ersten Hauptsätze über Mächtigkeiten bewiesen. Daran schliessen sich drei Kapitel, in denen die Theorie der Ordnung sowie der Wohlordnung entwickelt wird einschliesslich der Anfangsgründe der Theorie der Ordinalzahlen sowie des Wohlordnungs-Satzes. Von der Methode der independenten Einführung der Ordinalzahlen wird hier, wohl absichtlich, nicht Gebrauch gemacht. Nunmehr folgt in zwei Kapiteln eine sehr eingehende Darstellung des Aussagenkalküls und des logischen Funktionenkalküls. Die logischen Bezeichnungen wurden schon in den früheren Kapiteln eingeführt und angewendet, jedoch nur im Sinne der Schreibweise, nicht des logischen Kalküls. Ein letztes Kapitel handelt von Begriffsbildungen und Theoremen der abstrakten Algebra, welche schon recht weit in moderne Mathematik hineinführen.

Jedem der Kapitel sind am Schluss Übungsbeispiele beigelegt, mit denen auch vielerlei ergänzende instruktive Mitteilungen verbunden sind.

Das Buch ist gewiss sehr geeignet, vielen Lernenden im Studium der behandelten Gebiete ein wertvoller Berater zu sein.

P. BERNAYS

Gewöhnliche Differentialgleichungen. Von F. W. SCHÄFKE und D. SCHMIDT. VIII, 163 Seiten. DM 14,80. Heidelberger Taschenbücher, Bd. 108. Springer, Berlin 1973.

Dieses kleine Buch ist aus Vorlesungen entstanden, die die Verfasser «durch viele Jahre hindurch in Köln und, soweit möglich, in Berlin gehalten haben». Das Werk weicht in folgenden Punkten von anderen Bearbeitungen desselben Themas ab: Zum einen legen die Verfasser besonderes Gewicht auf möglichst schwache Voraussetzungen für die Eindeutigkeit der Lösung, zum andern werden anstelle von Systemen linearer Differentialgleichungen gleich Differentialgleichungen für banachwertige Funktionen betrachtet. Persönlich ziehe ich das in derselben Reihe erschienene Werk von W. Walter: *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, vor. Es ist wesentlich ausgereifter und verrät auch ein ausgesprochenes Bemühen um didaktisch fruchtbare Formulierungen.

CHRISTIAN BLATTER

Banach Algebras: An Introduction. Von RONALD LARSEN. 345 Seiten. \$16.75. Dekker, New York 1973.

Die Theorie der Banachalgebren gehört zu den schönsten Zweigen der Mathematik. Algebraische und analytische Methoden kommen vereint zum Zug und führen zu einem tieferen Verständnis z. B. der kommutativen Gruppen, gewisser Eigenschaften von Fourierreihen oder der Wechselwirkung von Operatoren im Hilbertraum. Das Werk von Larsen zeichnet sich aus durch eine sorgfältige Auswahl und gut verständliche Darstellung des Stoffes. Für «Finessen» wird an den entsprechenden Stellen auf bekannte ausführlichere Darstellungen verwiesen, so dass das Wesentliche um so prägnanter in Erscheinung tritt.

CHRISTIAN BLATTER

Finite Dimensional Multilinear Algebra, Part I. Von MARVIN MARCUS. 292 Seiten. \$14.50. Dekker, New York 1973.

Das vorliegende Buch bietet eine ausgezeichnete Einführung in ein Gebiet, das in vielen Lehrbüchern der linearen Algebra nicht behandelt wird. Die Entwicklung der Theorie stützt sich nur auf die allernotwendigsten Grundkenntnisse und wird von wohldurchdachten Aufgaben und interessanten Anwendungen begleitet. Leider stand dem Setzer nur eine einzige Schrifttype und vor allem -grösse zur Verfügung, was die Lesbarkeit etwas erschwert.

CHRISTIAN BLATTER

Einführung in die numerische Mathematik II. Von J. STOER und R. BULIRSCH. IX, 286 Seiten. 22 Abbildungen. DM 14,80. Heidelberger Taschenbuch Bd. 114. Springer, Berlin 1973.

Das vorliegende Buch ist der zweite Band einer zweiteiligen Einführung in die Numerische Mathematik. Es zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass wie im ersten Teil grosser Wert darauf gelegt wird, Algorithmen sowohl theoretisch ausführlich darzulegen, als auch ihr Verhalten bei Benützung von Rechenautomaten beispielhaft zu illustrieren. Oft werden zur Lösung eines Problems verschiedene Methoden beschrieben und mit Hilfe einer sorgfältigen Fehleranalyse hinsichtlich ihrer Gutartigkeit und numerischen Stabilität verglichen. Das erste Kapitel behandelt das Eigenwertproblem für Matrizen; im zweiten Kapitel finden sich verschiedene Methoden zur numerischen Behandlung von Anfangs- und Randwertproblemen für gewöhnliche Differentialgleichungen. Das letzte Kapitel ist den wichtigsten Iterationsverfahren zur Lösung von grossen linearen Gleichungssystemen gewidmet. Eine grosse Anzahl von Übungen am Ende jedes Kapitels runden das erfreuliche Werk ab.

RAYMOND BLOCH

Marginalia in Newtoni Principia Mathematica (1687). Von G. W. LEIBNIZ. Editio prima ab E. A. FELMANN. 128 Seiten. Collection des travaux de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences No 18. J. Vrin, Paris 1973.

1969 entdeckte E. A. Fellmann das Exemplar der ersten Ausgabe von I. Newtons «Principia», das Leibniz besass und während der Lektüre mit Randnoten versah. In vorliegender Publikation werden diese zwei Dutzend Seiten photographisch wiedergegeben. Sodann folgt die Transkription der oft äusserst schwierig zu lesenden Bemerkungen. In einem Kommentar erläutert der Herausgeber Bedeutung und Inhalt von Leibnizens Randnoten. Hiermit ist dieser schöne, unerwartete Fund allgemein zugänglich und wir erhalten einen interessanten Einblick in die Arbeitsweise und die Geisteswelt von Leibniz. Pierre Costabel schreibt im Begleitwort: «La présente édition ne prétend en aucune manière tirer toutes les leçons possibles. Elle ne vise qu'à mettre le document original entre les mains du lecteur, en l'accompagnant des notes et des commentaires objectifs indispensables.»

J. J. BURCKHARDT

Arithmetik und Algebra 3. Von ROBERT INEICHEN. 200 Seiten. SABE-Verlagsinstitut für Lehrmittel, Zürich 1973.

Der hier vorliegende dritte Teil des Werkes «Arithmetik und Algebra» für Sekundarschulen und Progymnasien ist vor allem der Algebra gewidmet: Rechnen mit Variablen, Termumformungen, lineare Gleichungen und Ungleichungen, lineare Gleichungssysteme mit zwei und drei Unbekannten, dazu eine Einführung des Funktionsbegriffes und ein Kapitel zur Zins- und Zinseszinsrechnung.

Was das Werk vor andern vergleichbaren Werken auszeichnet, ist einerseits die mathematisch saubere Behandlung der zentralen Begriffe insbesondere etwa in der Gleichungslehre. Andererseits war es dem Verfasser offenbar daran gelegen, durch gute angewandte Aufgaben dem Bezug zur Praxis immer wieder das nötige Gewicht zu verleihen. Erwähnt seien ferner die zahlreichen historischen Hinweise, ein Anhang mit Tabellen und Begriffserklärungen sowie die sorgfältige Gestaltung durch den Verlag.

W. DURRER

Physik, Band II. Von O. HÖFLING. Teil 1, Mechanik, Wärme. 400 Seiten. 320 Abbildungen. Teil 2, Elektrizität, Magnetismus, Optik, Relativitätstheorie. 344 Seiten. 324 Abbildungen. DM 17,80. Dümmler, Bonn 1973.

Seit bald 20 Jahren gehören die Lehrbücher von Höfling zu den bekannten und auch in der Schweiz viel benützten Standardwerken der Mittelschulphysik. Der Schritt zur zehnten Auflage bot Anlass zu einer vollständigen Neubearbeitung des Werkes, wobei aus der bisherigen Mittelstufenphysik der neue Band I (1972) entstand, während die frühere Oberstufenausgabe zum dreiteiligen Physikband II umgearbeitet wurde, dessen Teile 1 und 2 im Laufe dieses Jahres erschienen sind. Der dritte Teil und der Gesamtband Physik II sind für 1974 angekündigt.

Eine Durchsicht der neu vorliegenden Teile 1 und 2 von Physik II zeigt ein in Format, graphischer und textlicher Gestaltung vollständig modernisiertes Lehrbuch, in jeder Hinsicht dem heutigen Stand eines zeitgemässen Physikunterrichtes angepasst. Wohl wird an der traditionellen und für die Mittelschulphysik nach wie vor sicher richtigen Gliederung festgehalten (Mechanik, Wärme, Elektrizität, Magnetismus, Optik, Relativitätstheorie, Quanten- und Atomphysik), doch sind innerhalb dieser Kapitel wesentliche Neuerungen inhaltlicher wie auch methodischer Art zu verzeichnen. So enthält z.B. die Mechanik ein besonderes Kapitel über die Raumfahrt oder die

Elektrizitätslehre einen ausführlichen Abschnitt über Halbleiterelektronik. Konsequenter werden auch die durch das neue deutsche «Gesetz über Einheiten im Messwesen» vorgeschriebenen Einheiten verwendet, wobei immerhin auf die «historischen» kp, cal, PS, at usw. noch hingewiesen wird. Diese Umstellung ist sehr begrüssenswert und hilft mit zur Vereinfachung der physikalischen Fachsprache; sie erfordert aber auch konsequentes Umdenken der Lehrer z. B. dort, wo die Unterscheidung zwischen Gewicht und Gewichtskraft verlangt ist («Unter dem Gewicht eines Körpers versteht man die durch eine Wägung ermittelte Masse des Körpers!»). Als besonders wertvoll, vor allem bei der Verwendung der Bücher durch Schüler zum Selbststudium, sind die vollständig und sauber als Grössengleichungen durchgerechneten Aufgaben zu bezeichnen, die jedem Kapitel beigelegt sind.

Gesamthaft präsentieren sich die beiden neuen Teilbände überaus vorteilhaft; sie werden sich bestimmt auch an Schweizerischen Mittelschulen — wie ihre Vorgänger schon — einen festen Platz zu sichern wissen.

F. GIMMI

Differential Analysis on Complex Manifolds. Von R. O. WELLS. 252 Seiten. Prentice-Hall Series in Modern Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1973.

Das Buch verfolgt aufs Beste die beiden folgenden Ziele: Es gibt eine gut zugängliche Einführung in moderne Methoden der Differentialgeometrie und der Analysis, vor allem der komplexen Analysis. Dabei werden Themen behandelt wie differenzierbare und komplexe Mannigfaltigkeiten, Vektorbündel, Garben und Cohomologie mit Koeffizienten in Garben, Krümmung hermitescher Vektorbündel, Chernsche Klassen, Sobolev-Räume, Differential- und Pseudodifferentialoperatoren, speziell elliptische Operatoren. Hervorzuheben ist die ausgezeichnete Auswahl interessanter Beispiele.

Mit Hilfe der im ersten Teil des Buches dargestellten modernen Methoden der Differentialtopologie und Analysis wird im zweiten Teil der eigentliche Gegenstand des Buches, die Theorie der kompakten komplexen Mannigfaltigkeiten entwickelt. Dabei werden berühmte Sätze bewiesen wie der Poincaré'sche und der Serre'sche Dualitätssatz, der Hodge'sche und der Lefschetz'sche Zerlegungssatz für kompakte Kählermannigfaltigkeiten, der Griffith'sche Periodenabbildungssatz, der Verschwindungs- und der Einbettungssatz von Kodaira.

H. HOLMANN

Mitteilungen der Redaktion

Mit Beginn des 30. Jahrganges wird der Unterzeichnete, der seit dem 1962 erfolgten Tode des Gründers der «Elemente», L. Locher-Ernst, an der Spitze des Redaktionskollegiums stand, sich von der Hauptverantwortung für die Gestaltung der Zeitschrift entlasten und nur noch die Tätigkeit eines geschäftsführenden Redaktors ausüben. Es ist ein Departementssystem geplant, wobei die «ständigen Mitarbeiter» vermehrt zum Einsatz kommen sollen.

Ich danke allen Kollegen, die es mir in den vergangenen Jahren durch ihre Beiträge ermöglichten, das von L. Locher-Ernst übernommene Erbe zu erhalten.

E. Trost

Wir freuen uns, Herrn Prof. Dr. R. INEICHEN (Zentralschweizerisches Technikum Luzern und Universität Fribourg) und Herrn Dr. J. STEINIG (Universität Genf) als neue ständige Mitarbeiter begrüssen zu dürfen.

Berichtigung

O. Botsch: Ein reduziertes Erzeugenden-System der Kongruenzgruppe in der Ebene. *El. Math.* Bd. 29, 1974/2.

Der Schlußsatz des zweitletzten Absatzes auf Seite 41 muss richtig heissen: «Entsprechende Beweisgänge zeigen, dass das Produkt zweier Schiebungen oder zweier Punkt-Spiegelungen stets eine Schiebung, das Produkt von Drehung und Schiebung (oder umgekehrt) stets eine Drehung ist».