

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **30 (1975)**

Heft 5

PDF erstellt am: **08.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinschrift erbeten bis **10. April 1976**. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit **Problem ... A, B** bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601 A (Band 25, p. 67), Problem 625 B (Band 25, p. 68), Problem 645 A (Band 26, p. 46), Problem 672 A (Band 27, p. 68), Aufgabe 680 (Band 27, p. 116), Problem 724 A (Band 30, p. 91).

**Aufgabe 749.** Für ein ebenes Dreieck bezeichnen  $r$  den Inkreisradius,  $F$  den Mittelpunkt des Feuerbach-Kreises,  $G$  den Schwerpunkt,  $H$  den Höhenschnittpunkt und  $I$  den Inkreismittelpunkt. Man beweise  $\overline{TF} : \overline{TG} \cdot \overline{TH} \leq 3 : 4r$  mit Gleichheit genau für gleichschenklige Dreiecke.  
I. Paasche, München, BRD

**Aufgabe 750.** Sechs verschiedene Punkte (Knoten) der euklidischen Ebene werden paarweise durch einfache, sich nicht selbst überschneidende Kurvenbögen (Kanten) derart verbunden, dass je zwei Kanten höchstens einen Punkt (Schnittpunkt oder Knoten) gemeinsam haben. Wie gross ist die Maximalzahl von Schnittpunkten, in denen sich mehr als zwei Kanten schneiden?  
H. Harborth, Braunschweig, BRD

**Aufgabe 751.** Für jede natürliche Zahl  $n$  bestimme man alle Folgen  $a_1, \dots, a_n$  nichtnegativer ganzer Zahlen mit der Eigenschaft, dass für  $k = 1, \dots, n$  das Folgenglied  $a_k$  die Anzahl der Elemente der Menge  $\{i \in \{1, \dots, n\} \mid a_i = k - 1\}$  ist.  
P. Hohler, Olten

**Aufgabe 752.** Die reellwertige Funktion  $f$  sei auf der ganzen reellen Zahlengeraden definiert und differenzierbar, und die Ableitung  $f'$  von  $f$  sei bei 0 unstetig. Was lässt sich über Existenz und Endlichkeit der beiden einseitigen Grenzwerte von  $f'$  bei 0 sagen?  
R. Rose, Biel

## Literaturüberschau

*Topics in Analytic Number Theory.* By H. RADEMACHER. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 169. 320 Seiten mit 4 Figuren. DM 88,-. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Rademacher gehört zum Kreis jener namhaften deutschen Mathematiker, die in den dreissiger Jahren infolge der politischen Verhältnisse in die Vereinigten Staaten emigriert sind. Er konnte dort als Professor an der University of Pennsylvania eine erfolgreich begonnene mathematische Karriere fortsetzen. In den letzten Jahren seines Lebens befasste er sich zur Hauptsache mit Forschungsaufgaben an der Rockefeller-University in New York.

Rademacher hat mit seinen originellen Vorlesungen über analytische Zahlentheorie schon sehr früh das Interesse der Fachwelt auf sich gezogen. Vorerst waren diese *Lectures on analytic Number Theory* durch vervielfältigte Ausarbeitungen bekannt geworden. Vor allem hat eine Autographie des *Tata Institute of Fundamental Research in Bombay* sehr zur Verbreitung von Rademachers Vorlesungen beigetragen.

Rademacher hatte sich offenbar selbst mit dem Gedanken befasst, seine Vorlesungen über analytische Zahlentheorie in Buchform herauszugeben. Bei seinem Tode im Jahre 1969 lag ein vollständiges Manuskript vor, das nun von seinen Schülern E. Grosswald, J. Lehner und M. Newman für den Druck bereitgemacht worden ist. Sie haben daran substantiell nur sehr wenig ge-

ändert und verstehen die nun erschienenen *Topics in Analytic Number Theory* als das Vermächtnis eines grossen Mathematikers an die Zahlentheoretiker.

Rademachers Buch ist keine Enzyklopädie der analytischen Zahlentheorie. Es enthält vielmehr eine Sammlung von Materialien zu einzelnen Themen aus diesem Bereich. Dabei stehen jene Fragenkreise im Vordergrund, die Rademacher selbst bei seiner Forschertätigkeit am nächsten standen. Als Beispiel sei etwa das Kapitel über formale Potenzreihen genannt. Rademacher hat bekanntlich dieses kräftige Instrument bei Problemen aus der additiven Zahlentheorie selbst erfolgreich weiterentwickelt, und es ist nun recht interessant, hier ein Teilgebiet der Mathematik quasi in statu nascendi vor sich zu haben.

Der Inhalt des Buches zeichnet sich in den Überschriften der 4 Kapitel ab; sie lauten: 1. Hilfsmittel aus der Analysis. 2. Spezielle Funktionen. 3. Formale Potenzreihen. 4. Die Kreis-Methode.

Es ist erfreulich, dass nun die Vorlesungen von Rademacher über analytische Zahlentheorie mit dem Erscheinen dieses Buches mühelos greifbar geworden sind. Der Rezensent geht mit den Herausgebern einig in der Empfehlung, dass dieses Buch trotz der Beschränkung auf einige markante Teilgebiete eine gute Einführung in die analytische Zahlentheorie darstellt. M. JEGER

*Rings with polynomial identities.* Par C. PROCESI. VIII, 190 pages. \$15.50. Dekker, New York 1973.

Ce livre est le premier ouvrage consacré à la théorie des anneaux avec identités polynomiales. Rappelons qu'un tel anneau est un anneau pour lequel il existe un polynôme non nul qui s'annule pour tous les éléments de l'anneau. Ces anneaux sont très intéressants dans le cas non commutatif. Beaucoup de résultats ont été obtenus ces vingt dernières années, en particulier par l'auteur. Dans son ouvrage, l'auteur s'est surtout concentré sur des directions proches de ses travaux personnels. Cela explique quelques omissions importantes mais n'ôte rien à l'intérêt du livre! On peut regretter que l'auteur n'ait pas pris la peine de rappeler les définitions d'un certain nombre de notions importantes. Avec peu d'efforts supplémentaires, ce livre aurait pu devenir une excellente introduction à un domaine très vivant de l'algèbre. Tel qu'il est, c'est un ouvrage pour spécialistes. M.-A. KNUS

*Lebesgue Integration and Measure.* Von ALAN J. WEIR. 281 Seiten. £2.40. Cambridge University Press 1973.

Dieses Buch vermittelt einen leicht verständlichen Zugang zur Theorie des Lebesgue-Integrals, der messbaren Funktionen, des Lebesgue-Masses und der Lebesgue-Räume. In einem Anhang werden Grundbegriffe der Topologie eingeführt.

Einen ganz besonders wertvollen Teil des Buches bilden gegen 300 Übungsaufgaben. Entsprechend ihrem Schwierigkeitsgrad sind sie mit Hinweisen oder mit vollständig dargestellten Lösungswegen versehen.

Dieses Buch kann jedem Studenten empfohlen werden, der bereits mit den Begriffen der elementaren Integration vertraut ist. K. MEIER

*Algebra of Polynomials.* Von H. LAUSCH und W. NÖBAUER. 322 Seiten. Dfl 50.-. North-Holland Mathematical Library, Amsterdam 1973.

Das Buch vermittelt eine Einführung in die Theorie der Polynome über beliebigen algebraischen Strukturen. Die allgemeine Theorie wird im Rahmen der universellen Algebra entwickelt. Das klassische Konzept eines Polynoms über einem kommutativen Ring wird zu einem Spezialfall, und die fundamentalen Sätze über klassische Polynome werden erweitert auf die allgemeineren Polynome. Die Theorie wird anhand von Beispielen von Polynomen über speziellen algebraischen Strukturen erläutert (wie z. B. Polynome über einem kommutativen Ring, Körper, Verband oder über einer Gruppe), und es werden Beziehungen mit den polynomialen Funktionen über diesen Bereichen untersucht. In einem Anhang findet man alle nötigen algebraischen Hilfsmittel zusammengestellt, welche für das Verständnis des Buches vorausgesetzt werden.

G. MISLIN

*Cohomology and Differential Forms.* Von IZU VAISMAN. 284 Seiten. \$19.75. Dekker, New York 1973.

Der Autor studiert die Cohomologie von differenzierbaren Mannigfaltigkeiten mit Koeffizienten in der Garbe der lokalkonstanten Funktionskeime, der Garbe der Keime differenzierbarer

Funktionen, die konstant sind längs der Blätter einer Blätterung, und schliesslich der Garbe der holomorphen Funktionskeime (im Falle einer komplexen Mannigfaltigkeit).

Die ersten drei Kapitel des Buches sind sehr allgemein gehalten und geben eine Einführung in die Theorie der Kategorien, der Garbencohomologie sowie der Vektorbündel. Im vierten Kapitel werden die wesentlichen Begriffe der Differentialgeometrie zusammengestellt und schliesslich im letzten Kapitel werden die Sätze von de Rham und Dolbeaut-Serre behandelt zusammen mit einer Verallgemeinerung davon für geblätterte Mannigfaltigkeiten.

Das Buch wendet sich eher an fortgeschrittene Studenten sowie Spezialisten der verschiedenen Gebiete der Differentialgeometrie und der globalen Analysis. Es ist in einem präzisen Stil geschrieben und vermittelt einem Zugang zu den neuesten Entwicklungen in der Differentialgeometrie.

G. MISLIN

*Linear Algebra.* Von BURTON W. JONES. 315 Seiten. \$12.95. Holden-Day, San Francisco 1973.

This textbook is meant as an introduction to linear algebra. It presupposes no special knowledge from the student although some familiarity with the idea of a field and a group would be helpful. (The necessary material is provided in an appendix.) Special care is taken in motivating new ideas and the author stresses the interrelationship of the subjects. Every section is followed by a series of fine exercises which complement the text and lead the student to prove some important results.

The book is divided into the following six chapters: 1. Vector spaces; 2. Linear equations and matrices; 3. Transformations; 4. Determinants; 5. Inner product spaces; bilinear, quadratic, and hermitian forms; 6. The Jordan form and applications.

G. MISLIN

*Functional Analysis.* Von RONALD LARSEN. XI und 497 Seiten. \$19.50. Pure and applied mathematics series, Vol. 15. Dekker, New York 1973.

Inhalt: 1. Seminormed and normed linear spaces. 2. Topological linear spaces. 3. Linear transformations and linear functionals. 4. The Hahn-Banach theorem: Analytic form. 5. The Hahn-Banach theorem: Geometric form. 6. The uniform boundedness theorem. 7. The open mapping and closed graph theorems. 8. Reflexivity. 9. Weak topologies. 10. The Krein-Šmulian and Eberlein-Šmulian theorems. 11. The Krein-Mil'man theorem. 12. Fixed point theorems. 13. Hilbert spaces. References. Index.

Obwohl das Buch mit dem Untertitel «an introduction» versehen ist, setzt es für eine gewinnbringende Lektüre einige Vorkenntnisse beim Leser über reelle Analysis, Mass- und Integrationstheorie, komplexe Funktionentheorie und allgemeine Topologie voraus, etwa dem Niveau eines graduate student in den USA im ersten Jahr entsprechend. Auf dieser Basis erfolgt die Präsentation aber dann lückenlos und ausführlich.

Wie die Kapitelüberschriften zeigen, ist der Stoff in wesentlichen Teilen um die Hauptsätze der Funktionalanalysis herum geschart. Die Anwendungen, welche die innere Kraft dieser Hauptsätze in sehr schöner Weise illustrieren, nehmen breiten Raum ein. Jedes Kapitel wird mit einer kurzen Übersicht eröffnet und mit einer Serie von Übungsaufgaben verschiedener Schwierigkeitsgrade abgeschlossen.

Zwei charakteristische Merkmale des Standpunktes: Es werden im wesentlichen nur separierte topologische Vektorräume betrachtet; «seminormed» läuft auf «lokalkonvex» hinaus. Ferner wird die Betrachtung so lange simultan für reelle und komplexe Vektorräume geführt, als es die Resultate gestatten, ein Vorgehen, das für die Anwendungen eine sehr erwünschte Flexibilität nach sich zieht.

J. RÄTZ

*Normed Linear Spaces.* Von M. M. DAY. VIII, 211 Seiten. 3. Auflage. DM 42,-. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 21. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Die erste Auflage erschien im Jahre 1958 [für eine Besprechung mit Inhaltsangabe vgl. *El. Math.* 14 (1959) 22–23], die zweite bereits im Jahre 1962. Unterdessen wurden in der Theorie der normierten Vektorräume wesentliche Fortschritte erzielt, die nun in der 3. Auflage sowohl im Text – durch neu eingebaute Passagen – als auch im Literaturverzeichnis berücksichtigt sind. Der Umfang ist bezüglich der beiden ersten Auflagen denn auch verandert halbfacht. Insbesondere sei auf die neuen Abschnitte III.5 über schwache Kompaktheit und VII.4 («Isomorphisms to improve the norm») hingewiesen, ferner auf die Erwähnung des im Jahre 1972 gefundenen nega-

tiven Entscheides des Banachschen Basisproblems und des Grothendieckschen Approximationsproblems (S. 92).

Unverändert ist die Tatsache geblieben, dass das Werk die Theorie der Räume, ihrer Struktur und ihrer Geometrie in den Vordergrund stellt, während die Operatoren nur beiläufig Behandlung finden. Auf knappem Raum vermittelt die neue Auflage eine konzentrierte Zusammenfassung der Theorie bis 1972 und ist ein unentbehrlicher Wegweiser für jeden, der sich mit normierten Vektorräumen beschäftigt.

J. RÄTZ

*Analyse fonctionnelle, Théorie constructive des espaces linéaires à semi-normes. Tome III: Espaces fonctionnels usuels.* Von H. G. GARNIR, M. DEWILDE und J. SCHMETS. Fr. 96.—. 375 Seiten. Birkhäuser-Verlag, Basel–Stuttgart 1973.

Inhalt: I. Espaces de suites. II. Espaces de fonctions mesurables. III. Espaces de fonctions continues. IV. Espaces de mesures. V. Espaces de fonctions dérivables. VI. Espaces  $D_\infty(\Omega)$  et distributions. VII. Espaces de fonctions analytiques. Appendice: Théorème de Krein-Milman. Bibliographie. Index. Index des notations.

«Pour mener à bien les applications de l'analyse fonctionnelle, il faut non seulement connaître la théorie générale, mais encore disposer d'une documentation précise sur les espaces qu'on rencontre en pratique.» Dieser Leitgedanke des Schlussbandes findet sich im Vorwort. Nachdem in Band I die allgemeine Theorie und in Band II [für eine Besprechung, in der auch auf Besonderheiten des Werkes als Ganzes hingewiesen wird, vgl. z. B. *El. Math.* 29 (1974) 54] die mass- und integrationstheoretischen Hilfsmittel bereitgestellt wurden, erfahren hier die in der Inhaltsübersicht aufgezählten Raumklassen eine äusserst eingehende und recht allgemein gehaltene Darstellung. Die Positionen der allgemeinen Theorie werden an diesen konkreten Räumen gemustert, und, wie immer, ist damit ein bedeutender Gewinn an Übersichtlichkeit verbunden. Auch in diesen Band sind zahlreiche Übungen mit Lösungshinweisen eingestreut.

J. RÄTZ

*Linear Analysis and Representation Theory.* Von S. A. GAAL. IX, 688 Seiten. DM 124.—. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 198. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York 1973.

Inhalt: I. Algebras and Banach algebras. II. Operators and operator algebras. III. The spectral theorem, stable subspaces and von Neumann algebras. IV. Elementary representation theory in Hilbert space. V. Topological groups, invariant measures, convolutions and representations. VI. Induced representations. VII. Square integrable representations, spherical functions and trace formulas. VIII. Lie algebras, manifolds and Lie groups. Bibliography. Subject index. Index of notations and special symbols.

Dieses grossangelegte Werk über ausgewählte Gegenstände der neueren Funktionalanalysis und harmonischen Analysis ist gleichzeitig eine systematische Einführung, etwa für Studenten der Mathematik und der mathematischen Physik mittlerer und oberer Semester, und ein Nachschlagewerk, auf das man sich gerne stützen wird. Durch die erfolgreichen Bemühungen des Verfassers ist es möglich geworden, die verschiedenen Kapitel weitgehend unabhängig voneinander studieren zu können, was sich bei dem grossen Umfang des Buches als sehr wünschbar erweist. Einleitende Bemerkungen am Anfang jedes Kapitels über die vorausgesetzten Kenntnisse sind hierfür wegweisend. Die Darstellung ist lückenlos, und die durchsichtige Gestaltung der Beweise macht das Buch sehr gut lesbar. Historische Bemerkungen am Ende jedes Kapitels stellen die Verbindung zur Bibliographie her.

J. RÄTZ

*An Introduction to Electromagnetic Theory.* Von P. C. CLEMMOW. 297 Seiten. \$16.50. Cambridge University Press 1973.

Das Buch ist in 6 Kapitel eingeteilt: 1. Grundlagen, 2. Felder von Ladungen und Strömen im Vakuum (Maxwell'sche Gleichungen), 3. Elektrostatik, 4. Elektromagnetische Felder stationärer und langsam veränderlicher Ströme, 5. Elektromagnetische Wellen, 6. Elektromagnetische Eigenschaften der Medien.

Der Verfasser setzt beim Leser eine gute Kenntnis der Vektor-Algebra und -Analysis voraus. Seine Ausführungen sind sorgfältig formuliert und enthalten oft Abschätzungen über die Gültigkeit der Annahmen und Hinweise auf Resultate, die auf verfeinerten Hypothesen beruhen. Die Relativitätstheorie ist nicht berücksichtigt und Quantenvorstellungen werden nicht benutzt. Trotzdem vermittelt das Buch viele neue Einsichten, insbesondere heben sich die beiden letzten

Kapitel wohltuend von Darstellungen in andern Büchern ab. Am Ende eines jeden Kapitels sind gute Aufgaben zusammengestellt; Lernende werden allerdings die Lösungen dazu vermissen. Es ist erfreulich, dass alle Formeln für MKS-Einheiten geschrieben sind. Das Buch kann allen empfohlen werden, die eine zuverlässige Einführung in die elektromagnetische Theorie zu schätzen wissen.

H. SCHILT

*Algebra: Rings, Modules and Categories I.* Von CARL FAITH. 580 Seiten. DM 112,-. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Das vorliegende Buch ist der erste Band eines monumentalen zweibändigen Werkes über Ringe und Moduln. Es will, so sagt der Autor im Vorwort, den Studenten mit den grundlegenden Ideen eingehend bekannt machen und ihn bis an die Grenzen der Forschung heranzuführen. Das Werk ist sehr breit angelegt (der erste Band allein zählt 565 Seiten) und gibt einen umfassenden Überblick über das Gebiet. Der Autor scheut sich nicht, viele der zentralen Sätze in verschiedenem Zusammenhang zu erwähnen und dann auch auf verschiedene Art zu beweisen. Auf diese Weise erhält der Leser Gelegenheit, die zentralen Resultate von verschiedener Seite her kennenzulernen. Er wird dies um so mehr schätzen, als im Text sehr viele Verweise auf andere Stellen im Buch vorkommen. Die Teile des ersten Bandes sind: I. Introduction to the Operations: Monoid, Semigroup, Group, Category, Ring and Module; II. Structure of Noetherian Semiprime Rings (Resultate von Wedderburn-Artin usw.); III. Tensor Algebra (Morita Theoreme, Picardgruppe, Satz von Wedderburn); IV. Structure of Abelian Categories [Gabriels Theorie des Lokalisierungsfunktors mit Anwendungen auf Quotientenringe (Goldie, Johnson-Utumi)]. Jeder Teil ist in 3 bis 6 Kapitel unterteilt. Am Schluss jedes Kapitels befinden sich Übungen und Literaturhinweise und ferner ein Abschnitt mit Bemerkungen meist historischer Natur, die oft recht amüsant zu lesen sind und die dem Buch eine sehr persönliche Note geben. Das Buch wird zweifellos bald zu einem Standardwerk in den Gebieten Kategorientheorie, homologische Algebra und Ringtheorie werden.

U. STAMMBACH

*A First Course of Homological Algebra.* Von D. G. NORTHCOTT. 206 Seiten. £4.50. Cambridge University Press 1973.

Der vorliegende Text möchte in einige Anwendungen homologischer Algebra einführen. Im ersten Teil werden die homologischen Hilfsmittel bereitgestellt. Der Autor geht dabei auf möglichst elementare Weise vor und verzichtet dabei oft bewusst auf Allgemeinheit und Prägnanz der Begriffsbildungen. Der zweite Teil ist den Anwendungen gewidmet: Polynom- und Matrizenringe; Dualität von Moduln, Quasi-Frobenius-Ringe; homologische Algebra lokaler Ringe.

Der Text setzt ausser einigen sehr elementaren Resultaten aus der Modultheorie keine speziellen Kenntnisse voraus. Er ist sauber und klar geschrieben und darf interessierten Studenten empfohlen werden.

U. STAMMBACH

*Introduction to p-Adic Numbers and their Functions.* Von K. MAHLER. IX, 91 Seiten. £3.10. Tracts in Mathematics No. 46. Cambridge University Press 1973.

Si  $g$  est un entier,  $g \geq 2$ , et  $p$  un nombre premier, notons  $Q_g$  l'anneau des nombres  $g$ -adiques et  $Q_p$  le corps des nombres  $p$ -adiques. Ce livre commence par une brève introduction à la théorie des pseudo-valuations et valuations d'un anneau, et de la complétion d'un anneau par une valuation. Puis l'auteur développe l'arithmétique dans  $Q_g$  et  $Q_p$ , et montre que  $Q_g$  est la somme directe des  $Q_p$  tels que  $p$  divise  $g$ . Enfin, il aborde le but de son exposé, l'étude des applications  $f: [Q_p] \rightarrow Q_p$ , où  $[Q_p]$  désigne l'anneau des entiers  $p$ -adiques. Les notions de continuité, continuité uniforme et différentiabilité sont introduites, puis des conditions nécessaires et suffisantes sont obtenues pour que  $f$  soit continue, et différentiable. Ces conditions portent sur les «coefficients de  $f$ », qui sont les différences successives de  $f(x)$  en  $x = 0$ , et dont on se sert pour représenter une  $f$  continue par une série d'interpolation  $p$ -adique. Un exemple est donné d'une  $f$  non différentiable, et le problème de trouver des conditions nécessaires et suffisantes pour que  $f$  soit continuellement différentiable est posé; ce problème reste ouvert.

Ce livre est d'un abord facile; son étude ne requiert que des connaissances élémentaires d'analyse, et quelques résultats classiques de la théorie des nombres algébriques. L'exposé est clair et illustré par bon nombre d'exemples et exercices.

J. STEINIG