

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **32 (1977)**

Heft 6

PDF erstellt am: **13.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinenschrift erbeten bis *10. Juni 1978* an *Dr. H. Kappus*. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit *Problem ... A, B* bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601A (Band 25, p. 67), Problem 625 B (Band 25, p. 68), Problem 645A (Band 26, p. 46), Problem 672A (Band 27, p. 68), Aufgabe 680 (Band 27, p. 116), Problem 724A (Band 30, p. 91), Problem 764A (Band 31, p. 44).

**Aufgabe 795.** Man beweise die Identität

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^q \left[ \binom{p-1+i}{p-1} - \binom{p-1+i}{p} \right] \left[ \binom{m+n-p-i}{m-p} - \binom{m+n-p-i}{n-p-1} \right] \\ &= \sum_{i=p+1}^{m+1} \left[ \binom{q-1+i}{q-1} - \binom{q-1+i}{q} \right] \left[ \binom{m+n-q-i}{m-q} - \binom{m+n-q-i}{n-q-1} \right] \end{aligned}$$

für alle natürlichen  $p, q, m, n$  mit  $q \leq p-1 \leq m-1$ ,  $q \leq n-1 \leq m-1$ . Vorausgesetzt sei ferner die Nullkonvention  $\binom{s}{t} = 0$  für  $s < t$  und  $t < 0$ . J. Binz, Bern

**Aufgabe 796.** Man bestimme die Lösungsmenge der diophantischen Gleichung

$$3^{2x-1} + 3^x + 1 = 7^y; \quad x, y \in \mathbf{N}. \quad \text{L. Kuipers, Mollens VS}$$

**Aufgabe 797.** Werden in der Zahlenfolge  $(a_n)$  mit

$$a_n = \left[ \lfloor \sqrt{2n} \rfloor (\sqrt{2n} - \lfloor \sqrt{2n} \rfloor) \right], \quad n \in \mathbf{N}$$

die Glieder  $a_j$  mit  $j = 2m^2$  ( $m \in \mathbf{N}$ ) gestrichen, so gewinnt man eine Folge  $(b_n)$ . Man berechne das allgemeine Glied  $b_{n_k}$  der Teilfolge  $(b_{n_k})$ , welche gemäss der Indexvorschrift  $n_k = (k+1)(k+2)/2$  gebildet wird. Hj. Stocker, Wädenswil

## Literaturüberschau

*Statistical Theory of the Analysis of Experimental Designs.* Von J. OGAWA. 465 Seiten. Fr. 100.-. Marcel Dekker, New York 1974.

Seit 1935 das fundamentale Werk *The Design of Experiments* von R. A. Fisher erschienen ist, hat die Theorie der statistischen Versuchsplanung grosse Fortschritte gemacht.

Das obgenannte Buch behandelt wesentliche Teile jener Theorie, die den Statistiker bereits im Stadium der Datenerfassung auf den Plan ruft. Die mathematische Behandlung erfolgt mit Beschränkung auf das lineare Modell und die Normalverteilung, wobei die eigentliche Konstruktion von statistischen Versuchsplänen ausgeklammert ist.

Neben einer Einführung in die Varianzanalyse werden vor allem gewisse «Randomisierungsverfahren für sogenannte Blockpläne» (randomization of block designs) behandelt, was im Rahmen eines Lehrbuches hier zum erstenmal anzutreffen ist. Das letzte Kapitel des 460 Seiten umfassenden Werkes vermittelt die mathematisch strenge Darstellung eines speziellen Typs von Blockplänen.

Das von einem kompetenten Verfasser geschriebene Buch dürfte wohl in erster Linie dem fortgeschrittenen Studenten der mathematischen Statistik und allen Forschern auf dem Gebiet der statistischen Versuchsplanung Impulse verleihen und neue Horizonte eröffnen. H. LOEFFEL

*Aussagenlogik und Beweisverfahren.* Von H. FREUND und P. SORGER. 136 Seiten. Fr. 20.-. Teubner Verlag, Stuttgart 1974; Lizenzausgabe bei Verlag Orell Füssli, Zürich 1975.

Dieses Buch richtet sich an Lehramtskandidaten und im Schuldienst stehende Lehrer und enthält folgende Kapitel: Darstellen von logischen Ausdrücken, Logeleien und ihre Lösung, Logische Formeln, Aussagenlogische Beweisverfahren. Die Darstellung ist breit und ausführlich, trotzdem unterlaufen verwirrende Formulierungen: So wird in Kapitel 4.3 darauf hingewiesen, dass die Implikation als Relation zwischen Ausdrücken von der Subjunktion, welche ein Junktor ist, zu unterscheiden sei; in Kapitel 4.6 wird aber dieser Unterschied durch Formulierungen wie «Implikationen sind spezielle Subjunktionen» wieder verwischt. Das Buch enthält keinen Hinweis auf die hinter der Aussagenlogik liegende Boolesche Algebra und deren Anwendungen. H. WALSER

*Boolesche Algebra und Anwendungen.* von H. BÜRGER, D. DORNINGER und W. NÖBAUER. 130 Seiten. DM 23,-. Beiträge zur Lehrerfortbildung, Band 14. Österreichischer Bundesverlag, Wien 1974.

Zum Thema Boolesche Algebra liegen schon etliche, teils sehr empfehlenswerte Publikationen vor. Das Bändchen von Bürger, Dorninger und Nöbauer hebt sich dadurch von anderen Werken ab, dass es erstens knapp, aber dennoch leicht lesbar geschrieben und zweitens bewusst auf die Bedürfnisse des Lehrers zugeschnitten ist. In den ersten beiden Kapiteln wird der Leser mit den Grundbegriffen der Booleschen Algebra und ihren wichtigsten Anwendungen (Aussagenlogik und Schaltalgebra) vertraut gemacht. Diese beiden Kapitel sollen dem Lehrer vom höheren Standpunkt aus das notwendige Hintergrundwissen vermitteln. Einige Übungsaufgaben dienen zur Vertiefung des behandelten Stoffes. Im dritten Kapitel, überschrieben mit «Anregungen und Vorschläge für die Unterrichts-Praxis», gehen die Autoren detailliert auf didaktische Probleme im Zusammenhang mit der Einführung der Booleschen Algebra im Unterricht ein. Dabei wird die Ansicht vertreten, dass die Boolesche Algebra in der Schule erst dann eingeführt werden sollte, wenn der Schüler die Begriffe Gruppe und Ring kennt und beherrscht. Der Einstieg soll über die Potenzmengen erfolgen. Auf die Anwendungsgebiete Aussagenlogik und Schaltalgebra solle entsprechend eingegangen werden. Wie das im einzelnen geschehen kann, wird ausführlich, aber nicht in Schulbuchmanier dargelegt. Der Lehrer wird dazu animiert, sich ein individuelles Lehrprogramm zusammenzustellen.

Kompetente Fachleute haben einen didaktisch wertvollen Beitrag zur Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus geleistet. Das Bändchen kann vorbehaltlos empfohlen werden.

C. NIEDERBERGER

*Grundlagen der affinen und euklidischen Geometrie.* Von W. DEGEN und L. PROFKE. 232 Seiten. DM 26,-. MLG Mathematik für das Lehramt an Gymnasien. Verlag B. G. Teubner, Stuttgart 1976.

Ausgehend von den Axiomen der affinen Inzidenzgeometrie ist ein Stufenaufbau der euklidischen Geometrie dargestellt. Für die unteren Stufen werden der kleine Satz von Desargues, das Fano-Axiom und dann die (grossen) Sätze von Desargues und Pappus hinzugenommen. Es folgen Anordnung, Orthogonalität, die Existenz der Winkelhalbierenden sowie einige weitere Postulate zur Vervollständigung des Axiomensystems. Die letzten Kapitel sind der Flächeninhaltslehre von Polygonen gewidmet. Daneben werden in Ergänzungsabschnitten auch wichtige Abzweigungen ein Stückweit verfolgt, so z. B. diejenigen, die ins Gebiet der endlichen oder projektiven Ebenen führen. Zu begrüssen sind auch die Aufgaben, die am Ende jedes Kapitels angefügt sind (Lösungen am Schluss des Buches).

Leider sucht man vergeblich eine (evtl. schematische) Übersicht über den Aufbau oder über den Zusammenhang mit dem Hilbertschen Axiomensystem. Auch sind die Ausführungen fast ausschliesslich theoretischer Natur. Modelle und spezielle Beispiele zu den entwickelten Theorien fehlen weitgehend, so dass das Buch für den Nichtspezialisten kaum besonders zu empfehlen ist. Ein Unterkapitel wie «Behandlung von Anordnungseigenschaften im Unterricht» wirkt eher wie eine Rechtfertigung dafür, dass das Buch in dieser Reihe erscheint. P. HOHLER

*Mathematiker über die Mathematik.* Herausgegeben von MICHAEL OTTE. 481 Seiten mit 28 Abbildungen. DM 24,-. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974.

Dieses Buch ist das Anfangsglied einer neuen Springer-Reihe mit dem Sammlungstitel «Wissenschaft und Öffentlichkeit». Ihr Programm sieht Veröffentlichungen vor, die sich mit dem Umgebungsraum wissenschaftlicher Entwicklungen im weitesten Sinne befassen. Dass man der Mathematik in der neuen Reihe den Vortritt lässt, ist bemerkenswert.

Die vorliegende Sammlung von 18 Beiträgen bedeutender Mathematiker des 20. Jahrhunderts zeigt dem Leser die verschiedenen Aspekte des mathematischen Schaffens auf und vermittelt ihm ein Bild vom Selbstverständnis dieser Wissenschaft. Die zum Teil noch unveröffentlichten Aufsätze sind in 4 Themenkreise gegliedert: Mathematische Abstraktion und Erfahrung, Methoden und Struktur der Mathematik, Probleme der Anwendung von Mathematik, Mathematische Wissenschaft und Unterricht. Damit sind zugleich Schwerpunkte in den gegenwärtigen Diskussionen unter Mathematikern aufgegriffen.

Dass in einem solchen Intellektuellenklub von Autoren auch gegensätzliche Meinungen vertreten werden, ist natürlich zu erwarten. Dies macht die Lektüre gelegentlich recht spannend und hebt das Buch über die trockene Information hinaus. Wer die heutigen Verhältnisse im mathematischen Unterrichtswesen etwas kennt, wird mit Vergnügen zur Kenntnis nehmen, dass gewisse Entwicklungen in diesem Bereich auch bei einigen Koryphäen der Mathematik unter Beschuss geraten sind. Im Widerstreit der Meinungen wird dieses Thema recht häufig aufgegriffen.

Der Rezensent darf hier auf ein recht aussergewöhnliches Mathematikbuch hinweisen. Jedermann, der Mathematik lehrt oder lernt, dürfte darin viele interessante und nützliche Überlegungen vorfinden.

M. JEGER

*Commutative Algebra I & II.* Von O. ZARISKI und P. SAMUEL. I: XI und 329 Seiten. DM 34,50 - II: X und 414 Seiten. DM 36,20. Graduate Texts in Mathematics, Vol. 28, 29. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg-New York 1975/76.

A quelques corrections près, cette réédition est la reproduction de l'édition originale (Van Nostrand, 1958-1960). Bien qu'on puisse regretter l'absence de certains développements récents, on peut encore recommander cet ouvrage à toute personne s'intéressant à l'algèbre. Le premier volume, d'un niveau élémentaire, donne une excellente introduction à quelques sujets classiques: corps, anneaux noëthériens, anneaux de Dedekind; le second, d'un niveau nettement plus avancé, est consacré aux bases de la géométrie algébrique: valuations, anneaux de polynômes et de séries formelles, algèbre locale.

M. A. KNUS

*Mathematical Analysis.* Von GABRIEL KLAMBAUER. 500 Seiten. US-\$ 24.50. Verlag Marcel Dekker, New York 1975.

Das Buch behandelt, nicht ganz dem Titel entsprechend, die Analysis in einem Rahmen, der, vom letzten Kapitel abgesehen, etwa demjenigen des ersten Semesters beim Mathematikstudium entspricht.

Die Darstellung gliedert sich in fünf Kapitel, von denen sich die ersten vier mit den Grundbegriffen der Differential- und Integralrechnung der reellen Funktionen einer reellen Variablen auseinandersetzen. Im fünften Kapitel werden die wichtigen Strukturen dieser Theorie im Rahmen metrischer Räume behandelt.

Das Buch ist eine ausgezeichnete Einführung in die Grundbegriffe der Analysis und sehr gut geeignet als Lehrbuch neben einer Grundvorlesung oder zum Selbststudium, bei welchem allerdings bereits eine gewisse Vertrautheit mit mathematischen Methoden vorausgesetzt werden muss. Zahlreiche Beispiele und Übungen, von denen die schwierigeren mit Lösungshinweisen versehen und einige vollständig gelöst sind, bringen dem Leser die Begriffe und Methoden näher. Darüber hinaus sind sie dank der guten Auswahl wohl dazu geeignet, das Interesse des Lesers zu wecken.

K. WEBER

*Entscheidungs- und Spieltheorie.* Von H. BÜHLMANN, H. LOEFFEL und E. NIEVERGELT. XIII und 311 Seiten mit 121 Abbildungen und 53 Tabellen. DM 24,80. Hochschultext. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1975.

Die Entscheidungs- und Spieltheorie hat die theoretische Behandlung von Situationen zum Gegenstand, in denen bestimmten Individuen oder Gremien verschiedene Handlungsalternativen mit sicherem oder ungewissem Ausgang zu Verfügung stehen. Allein schon in der Schaffung von Modellen,

die eine mathematische Behandlung von solchen Situationen erlauben, liegt ein bedeutendes Verdienst dieser relativ jungen Theorie. Das Buch vermittelt in anschaulicher Weise die zentralen Begriffe und Sätze.

Inhaltlich gliedert es sich in drei Teile: Entscheidungstheorie – Spieltheorie – Statistische Entscheidungstheorie. Im ersten Teil wird neben einem einleitenden Kapitel über Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung das Schwergewicht auf die Risikosituation und die moderne Nutzentheorie gelegt. Der zweite Teil befasst sich vor allem mit dem 2-Personen-Nullsummenspiel. Dabei werden die Lösungsmethoden und die Querverbindung zur linearen Optimierung sorgfältig herausgearbeitet. Im letzten Kapitel wird noch das 2-Personen-Nichtnullsummenspiel erläutert und die wirtschaftstheoretische Anwendung auf das Monopol und Dupol gegeben. Der dritte Teil ist der statistischen Entscheidungstheorie nach A. Wald gewidmet. Anhand praktischer Probleme werden Minimax-Lösungen und Bayes-Lösungen durchgerechnet und diskutiert. Das Minimax-Kriterium lehnt sich an die Spieltheorie im zweiten Teil an, das Bayes-Kriterium an die Risikosituation im ersten Teil.

Der didaktische Aufbau dieses Buches ist vorbildlich. Die eingeführten Begriffe werden an Beispielen illustriert und die Theorie an praktischen Problemen, meistens aus der Wirtschaftswissenschaft, vorgeführt. Dies ermöglicht ein relativ müheloses Eindringen in die Materie. Das Buch dürfte vor allem bei Ökonomen, Soziologen und angewandten Mathematikern auf Interesse stossen. A. GISLER

*Linear Algebra, with Linear Differential Equations.* Von F. LOWENTHAL. 305 Seiten. US-\$7.-. John Wiley, New York 1975.

Das Buch kann als Einführung für Mathematiker und Naturwissenschaftler in die lineare Algebra dienen. Es behandelt in üblicher Weise Vektorräume, Lineartransformationen und Matrizen, Basis und Dimension, Systeme von linearen Gleichungen, unitäre Räume, Spektraltheorie, Hauptachsentransformation und die unitäre Diagonalisierbarkeit. Der Text enthält bemerkenswert viele Beispiele und Aufgaben (inklusive Lösungen in einem Anhang) sowie ein begrüßenswertes letztes Kapitel über Systeme von linearen Differentialgleichungen. Im Gebiet dieses letzten Kapitels finden sich auch fast ausschliesslich die Anwendungen dieses ansprechenden, aber doch nur die theoretischen Aspekte der (reinen) linearen Algebra behandelnden Werkes. J. T. MARTI

*Integral equations – a reference text.* Von P.P. ZABREYKO, A.I. KOSHELEV, M.A. KRASNOSELSKI, S.G. MIKHLIN, L.S. RAKOVSHCHIK und V.Y. STETSENKO. 443 Seiten. Hfl. 120.- Noordhoff Int. Publ., Leyden 1975.

Dieses äusserst nützliche Nachschlagewerk enthält eine Fülle von wesentlichen Begriffen und Sätzen aus der Theorie der Integralgleichungen und allgemeiner aus der Funktionalanalysis sowie Zusammenhänge mit Problemen der mathematischen Physik. Die Begriffe werden nicht nur definiert, sondern öfter auch durch Beispiele illustriert. Die Sätze sind meistens knapp formuliert, teilweise auch kommentiert; Beweise werden ausgelassen oder höchstens knapp skizziert. Die Verfasser gehören zur russischen Prominenz auf dem behandelten Stoff.

Inhalt: I. *General introduction (Mikhlin; ganz knapp gehalten).* – II. *The Fredholm theory (Mikhlin; Ergebnisse relativ detailliert dargelegt; Beispiele; Abschnitte über Gleichungen mit schwachen Singularitäten sowie über Wachstum der Eigenwerte).* – III. *Symmetric equations (Mikhlin; klar, aber sehr knapp).* – IV. *Integral equations with non-negative kernels (Zabreyko, Krasnoselski und Stetsenko; knappe Darstellung; Abschnitte über Abschätzungen für den Spektralradius sowie über Oszillationskerne und Sätze vom Sturmschen Typus).* – V. *Continuous and compact linear operators (dieselben drei Autoren; allgemeine Sätze aus der Funktionalanalysis, welche für Integraloperatoren wesentlich sind).* – VI. *One-dimensional singular equations (Mikhlin; mit beleuchtenden Beispielen).* – VII. *The integral equations of mathematical physics (Koshelev; Potentialtheorie, Elastizitätstheorie, Wärmeleitung, Schwingungen, Knickung ...).* – VIII. *Integral equations with convolution kernels (Rakovshchik; Verwendung der Fourier-Transformation und ganz besonders des «Symbols», Beispiele aus der mathematischen Physik; duale Gleichungen; kurze Skizze der Wiener-Hof-Methode).* – IX. *Multidimensional singular equations (Mikhlin; Verwendung des «Symbols» eines singulären Operators).* – X. *Non-linear integral equations (Zabreyko, Krasnoselski und Stetsenko; insbesondere Urysonische und Hammersteinsche Operatoren; Grundbegriffe der nichtlinearen Funktionalanalysis, Fréchet-Ableitung, Existenz- und Eindeutigkeitsfrage, Banachsches Kontraktionsprinzip, Prinzip von Schauder, Variationsmethode, Bifurkation, Satz über implizite Funktionen).* Die Verfasser betonen, dass die Stoffauswahl wegen des Umfangs des Buches begrenzt wurde. J. HERSCH

*Einführung in die Geometrie.* Von ARNO MITSCHKA und REINHARD STREHL. 271 Seiten. DM 24,80. Herder Verlag, Freiburg 1975.

Ein fundiertes Hintergrundwissen des Lehrers ist für die Gestaltung des Mathematikunterrichts von nicht zu unterschätzender Bedeutung. Insbesondere was die Geometrie anbetrifft, bestehen aber in dieser Hinsicht noch manchenorts Lücken.

Arno Mitschka und Reinhard Strehl, Dozenten an den Pädagogischen Hochschulen Westfalen-Lippe (Münster) und Berlin, haben sich die Aufgabe gestellt, das geometrische Hintergrundwissen für die Unterstufe des Gymnasiums zusammenzustellen. Bei der Wahl der Axiome schlugen sie einen gebrochenen Weg ein: Die Hilbertschen Axiome werden soweit aufgeführt, bis der Begriff der Geraden-Spiegelung mit Hilfe der Streckenkongruenz formuliert werden kann. Durch Verknüpfung der Geraden-Spiegelungen werden dann die Kongruenzgruppe der Ebene und ihre wichtigsten Untergruppen angegangen. Schliesslich werden unter Hinzunahme der Stetigkeitsaxiome die Ähnlichkeitsabbildungen behandelt. Es entsteht so der Eindruck eines Aufpfropfens der Abbildungsgeometrie auf das Hilbertsche System. Dieser wird aber von den Autoren bewusst in Kauf genommen, um «so schulnah wie möglich» zu bleiben. Sowohl der Hilbertsche Zugang zur euklidischen Geometrie wie auch der abbildungsgeometrische (gruppentheoretische) Zugang nach Bachmann sind ja in der Schule in unveränderter Form nicht praktikabel.

Das Buch ist durch eine starke didaktische Komponente geprägt. Jeder neue Begriff wird exemplarisch anschaulich motiviert. Zahlreiche übersichtliche Figuren illustrieren den leichtverständlichen Text. Überall findet man Hinweise auf spezifisch didaktische Probleme. Sämtliche Kapitel werden mit einer Aufgabensammlung abgeschlossen. Hiezu hat es am Schluss des Buches ausführliche Lösungshinweise.

Die beiden Autoren haben sich dem in der mathematischen Literatur mit didaktischem Einschlag zurzeit beliebten Hang zum formalistischen Feuerwerk ohne Substanz nicht angeschlossen. Das Resultat ist bemerkenswert.

C. NIEDERBERGER

*Lineare Algebra und Analytische Geometrie.* Von HERMANN SCHAAL. Band 1. VI, 255 Seiten. DM 21,80. Vieweg, Braunschweig 1976

Der vorliegende erste Band behandelt Vektorraumtheorie, Matrizen, lineare Gleichungssysteme, Determinanten, affine Geometrie. Das aus Vorlesungsskripten entstandene Buch richtet sich an Studienanfänger; es ist aber auch geeignet zur Wiederauffrischung dieses klassischen Stoffes. Die Darstellung ist ausführlich und mit vielen Beispielen versehen. Diese dienen zur Motivation der zu erarbeitenden Theorie und stellen den Bezug zur Geometrie her; sie geben auch Anregungen für den Mittelschullehrer. Viele Zahlenbeispiele sind vollständig durchgerechnet. Mustergültig sind die Illustrationen zu den Quadriken im 2- und 3dimensionalen Raum. Die in Anhängen beigefügten Formel-, Begriffs- und Zeichenzusammenstellungen machen das Buch auch als Nachschlagewerk geeignet.

H. WALSER

*Linear Programming in Industry.* Von SVEN DANØ. VII, 164 Seiten, 36 Figuren. DM 29,-. Springer Verlag, Wien 1975.

Das vorliegende Werk will den mathematisch geschulten Leser einführen in Prinzipien und wichtigste Methoden der höheren mathematischen Programmierung. Die ersten beiden Kapitel befassen sich in zusammenfassender Form mit grundsätzlichen Überlegungen hinsichtlich linearer und nichtlinearer Programmierung einschliesslich der Kuhn-Tucker-Bedingungen. Das dritte Kapitel behandelt die Linearisierung konvexer, separabler Probleme.

Kapitel IV ist der quadratischen Optimierung gewidmet. Auf die spezielle Gestalt der Kuhn-Tucker-Bedingungen wird Bezug genommen bei der Beschreibung verschiedener Verfahren (Kombinatorisches für kleine Aufgaben; Methode von Wolfe in Standardform; Verfahren von Dantzig-van de Panne; Methode von Beale).

Kapitel V bespricht die dynamische Programmierung zunächst in Übersichtsform. Die Anforderungen, welchen die Problemstellung genügen muss, damit dynamische Programmierung statthaft ist, werden skizziert, auf Möglichkeiten der Erweiterung hingewiesen.

Einfache Anwendungen der dynamischen Programmierung kommen im Kapitel VI zur Sprache: das Kürzest-Weg-Problem, Produktions-, Lagerhaltungs-, Investitionsprobleme und das Knapsackproblem werden beschrieben, alles Aufgaben mit eindimensionalen Variablen pro Stufe und endlich vielen Stufen.

Kapitel VII handelt von komplizierten Aufgaben mehrdimensionaler Variabler pro Stufe bei noch endlicher Stufenzahl.

Kapitel VIII erweitert die Thematik auf unendlich lange Prozesse.

Schliesslich erläutert Kapitel IX den Fall stochastischer Prozessentwicklungen unter Markoffschen Verhältnissen.

Ein kurzer Anhang beschreibt die Rekursionsprinzipien.

Das Buch behandelt einen umfangreichen und anspruchsvollen Stoff auf gut verständliche Art. Die anschaulichen Beispiele dürften den Leser zu eigenen Versuchen anregen. Verschiedene Aufgaben, meistens mit Angabe der Lösung, gestatten selbstkritisches Lesen.

F. WEINBERG

*Examens-Fragen Biomathematik.* Von A. HEINECKE, E. HULTSCH, R. REPGES und F. WINGERT. 137 Seiten. DM 18,-. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1975.

Seit einigen Jahren ist in Deutschland Biomathematik ein obligatorisches Fach des Medizinstudiums. 1973 wurde der Stoffumfang einheitlich festgelegt: Elementarmathematische Grundlagen (Mengenlehre, Kombinatorik, beschreibende Statistik), Wahrscheinlichkeitsrechnung (Axiome, bedingte Wahrscheinlichkeit, Multiplikationsregel), Stichprobenlehre (Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz, Planew medizinischer Erhebungen und Versuche, Normalverteilung,  $t$ -Test, Konfidenzintervall,  $F$ -Test, Chiquadratstest, Vorzeichentest, Wilcoxon-Test, Korrelation, lineare Regression), Dokumentation und Datenverarbeitung (Verschlüsselung, Identifikation, Nomenklatur, Programmiersprache). Der vorliegende Band enthält rund dreihundert Examensfragen aus diesem Bereich zusammen mit den Lösungen. Es sind ausschliesslich Multiple-Choice-Fragen mit der Wahl unter fünf möglichen Antworten. Bemerkenswert sind die verschiedenen Fragetypen. Den grössten Nutzen kann wohl ein Lehrer aus diesem Buch ziehen, der sich über die erstaunliche Flexibilität der Multiple-Choice-Methode orientieren möchte.

E. BATSCHELET

*Mehrdimensionale Integration.* Von BERNDT ANGER und HEINZ BAUER. 188 Seiten. DM 16,80. Verlag Walter de Gruyter, Berlin 1975.

Die Verfasser setzen sich zum Ziel, eine Einführung in die Integrationstheorie zu geben, welche den Studenten der ersten Semester befähigt, die in den Anfängen des Studiums auftretenden Probleme der Integralrechnung von einem ausbaufähigen Standpunkt aus zu durchschauen und zu verstehen. Entsprechend diesem Vorhaben wird der Begriff des Funktionals in den Vordergrund gestellt und bewusst auf die Einführung des Integrals bezüglich  $\sigma$ -additiver Mengenfunktion verzichtet.

Zunächst werden im ersten Kapitel Integrale eingeführt als Fortsetzungen positiver linearer Funktionale auf dem linearen Raum der stetigen Funktionen eines kompakten metrischen Raumes. Der Fall des Lebesgueschen Integrals auf kompakten Teilmengen des  $\mathbf{R}^n$  wird dabei besonders berücksichtigt. Die Theorie wird im zweiten Kapitel erweitert auf beliebige metrische Räume. Die Untersuchungen werden dabei zurückgeführt auf die bereits entwickelte Integrationstheorie für kompakte Teilräume. Es werden die wichtigen Konvergenzsätze hergeleitet und bei der Untersuchung parameterabhängiger Integrale angewendet. Schliesslich wird in diesem Kapitel der Begriff der messbaren Funktion eingeführt, und es werden die Beziehungen dieser Funktionsklasse zu derjenigen der integrierbaren Funktionen studiert. In einem dritten Kapitel gehen die Verfasser auf die Besonderheiten des Lebesgue-Integrals im  $\mathbf{R}^n$  ein. Insbesondere werden die Vertauschbarkeit der Integrationsreihenfolge und die Transformation von Integralen für den Fall des Lebesgue-Integrals eingehend untersucht. Letztere wird am Beispiel der Einführung von Polarkoordinaten im  $\mathbf{R}^n$  besonders ausführlich erläutert. In einem Anhang werden schliesslich die Beziehungen des entwickelten Integralbegriffs zu anderen Integralbegriffen kurz gestreift.

Infolge des kleinen zur Verfügung stehenden Raumes müssen die Verfasser auf viele interessante Fragestellungen verzichten. Die dargelegte Theorie ist aber in allen Richtungen ausbaufähig, so dass das gesteckte Ziel des Buches sehr wohl erreicht ist.

K. WEBER

*Paul Finsler, Aufsätze zur Mengenlehre.* Herausgegeben von GEORG UNGER. 242 Seiten. Fr. 54.90. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1975.

Paul Finsler (1894–1970) war zweifellos einer der originellsten Mathematiker, den die Schweiz in unserem Jahrhundert aufzuweisen hätte. In der Geometrie, der Zahlentheorie, der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Grundlagenforschung tätig, leistete er Wesentliches in allen diesen Gebieten.

Das vorliegende Buch beschäftigt sich zur Hauptsache mit dem letztgenannten Gebiet. Es vereinigt alle mengentheoretischen Schriften Finslers, zusammen mit Noten und streitbaren Bemerkungen und

einem ausgezeichneten Kommentar des Herausgebers, ohne den das Buch sehr schwer verständlich wäre.

1926 erschien Finslers Arbeit *Über die Grundlegung der Mengenlehre*. «Erster Teil. Die Mengen und ihre Axiome.» Die Fortsetzung erschien erst 1964 mit dem bezeichnenden Titel: «Zweiter Teil. Verteidigung.» Finslers beginnt mit folgendem Satz: «Der zweite Teil sollte die Zahlen behandeln. Nun ist aber der erste Teil auf ein derartiges Unverständnis gestossen, dass vorgezogen wurde, die Untersuchungen über die natürlichen Zahlen und das Kontinuum in gesonderten Abhandlungen erscheinen zu lassen. Eine hinreichende Verteidigung des ersten Teils wurde besonders durch äussere Umstände lange verhindert. Ich hatte allerdings auch gehofft, dass sich die Sache schliesslich selbst durchsetzen würde, zum mindesten bei solchen, die sich wirklich ernsthaft um die Grundlagen der Mathematik bemühen.» Der Passus endet mit den Worten, die wie aus einer längst vergangenen Zeit tönen: «Tatsächlich geht es hier um die Verteidigung und Rettung der klassischen Mathematik.»

Es ist ein grosses Verdienst des Herausgebers, diese Schriften Finslers gesammelt der Nachwelt vorgelegt zu haben. Die Tragik Finslers scheint in seiner philosophischen Grundhaltung gelegen zu haben, von der er nicht abwich, auch als ein Erfolg versagt blieb.

Die Grundhaltung der meisten Mathematiker ist rein pragmatisch: wenn der Formalismus, den Finsler scharf bekämpfte, zu so glänzenden Erfolgen in der Mengenlehre führte, wie wir sie in den letzten 10 Jahren erlebten, so hat sich das philosophische Denken danach zu richten, nicht umgekehrt. Die letzte Arbeit Finslers, *Über die Unabhängigkeit der Kontinuumshypothese*, erschienen 1970, zeigt nochmals deutlich, wie unerbittlich die Wissenschaft an diesem tiefen Geist vorbeigeht war. P. WILKER

*The Emergence of Probability*. Von I. HACKING. 209 Seiten. Cambridge University Press, London 1975.

Es gibt nicht viele neuere Darstellungen der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deshalb wird das Erscheinen dieses Buches, das das Aufkommen der Ideen schildert, die sich um den Begriff «Wahrscheinlichkeit» scharen, vielerorts begrüsst werden. Besonders bemerkenswert ist, dass dabei nicht nur die eigentliche Geschichte dieser Disziplin von den Anfängen bis ins 18. Jahrhundert ausgebreitet wird, sondern dass auch dem philosophischen Gehalt der grundlegenden Ideen nachgegangen wird. Der Rahmen ist dabei recht weit: Neben der Wahrscheinlichkeit werden auch Induktion und statistische Urteilsbildung behandelt; zudem wird die Weiterentwicklung mancher Idee bis in die neueste Zeit hinein skizziert. Als Beispiel dafür mag etwa das interessante Kapitel «The first limit theorem» dienen, wo nicht nur das Bernoullische Theorem ausführlich diskutiert wird, sondern auch die sich daraus entwickelnden Streitfragen bis zu den damit zusammenhängenden Ideen von Neyman und E. S. Pearson. R. INEICHEN

*Hirnverzwirner mit und ohne Mathematik*. Von DOUGLAS ST. PAUL BARNARD und OTTO BOTSCH. 220 Seiten mit 68 Abbildungen. DM 28,-. Aulis Verlag Deubner, Köln 1975.

Eine Auswahl aus den im Verlag Faber & Faber, London, in den Jahren 1962 und 1966 erschienenen Bändchen *Brain Twisters* von Douglas St. Paul Barnard ist von Otto Botsch in amüsanten Manier ins Deutsche übertragen und teilweise weitergesponnen worden. Die 112 humorvollen Denkaufgaben sind nach Schwierigkeitsgrad gekennzeichnet. Zu jeder Aufgabe gibt der Autor nebst der eigentlichen Lösung eine davon getrennte Hinführung an, die dem Leser das Überwinden der ersten Hürden erleichtern soll. Einige Aufgaben lassen sich mit rein logischen Schlüssen lösen, andere werden mit mathematischen Methoden angegangen. Die Vielfalt der Probleme und der originelle Stil, in dem das Büchlein abgefasst ist, garantieren für eine vergnügliche Lektüre. C. NIEDERBERGER

*Numerical Methods for Engineers and Scientists*. Von A. C. BAJPAL, I. M. CALUS und J. A. FAIRLEY. XII und 380 Seiten. £6.75. Taylor & Francis Ltd., London 1975.

Die Autoren geben eine erste Einführung in die klassischen Methoden der numerischen Mathematik in Form eines programmierten Lehrgangs. Sein Inhalt gliedert sich in die Hauptteile: Gleichungen und Matrizen, Differenzen und ihre Anwendungen, Differentialgleichungen.

Der Leser wird durch Probleme aus der Praxis motiviert und dann exemplarisch an deren Lösung herangeführt. Am Ende eines Abschnittes sind Übungsaufgaben und ihre Lösungen zusammengestellt.

Das Buch richtet sich an den ausschliesslich anwendungsorientierten Leser, verzichten doch die Autoren auf präzise mathematische Begründung der dargestellten Methoden. Andererseits besticht das vielfältige, praxisnahe Beispielmateriale. F. SPIRIG



*Algebraic Topology – Homotopy and Homology.* Von R. M. SWITZER. XIII und 526 Seiten. DM 122,-. Grundlehren, Band 212. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1975.

Dieses Buch enthält, ohne spezielle Vorkenntnisse vorauszusetzen, eine systematische Behandlung der Homologietheorien mit Hilfe der Spektren, wobei vor allem die K-Theorie und die Bordismentheorien behandelt werden. Ein angemessen grosser Raum wird der Diskussion der Produkte gewidmet, wobei speziell auf den Begriff der Orientierung und der Dualität eingegangen wird. Ferner werden allgemeine charakteristische Klassen definiert, und einer Einführung in Cohomologieoperationen schliesst sich ein vorzügliches Kapitel über die Adams-Spektralsequenz an. Das ganze Buch kann als ausgezeichnete Ergänzung zu den schon vorhandenen Textbüchern in algebraischer Topologie angesehen werden. Es ist ausserordentlich sorgfältig abgefasst und führt in vorbildlich übersichtlicher Art von elementaren Fakten zu neuesten Erkenntnissen der Homotopietheorie. G. MISLIN

*Komplexe Zahlen.* Von J. C. BINZ. 145 Seiten. Fr. 14.-. Orell Füssli, Zürich 1975.

Mit diesem Buch eröffnet die Deutschschweizerische Mathematikkommission die Reihe «Beihefte», die als Ergänzung des bekannten Unterrichtswerkes des Schweizerischen Mathematiklehrervereins gedacht ist.

Die Einführung der komplexen Zahlen wird zunächst motiviert durch die Adjunktion der Lösungen der Gleichung  $x^2 - 2 = 0$  zum Körper der rationalen Zahlen. Entsprechend wird dann die Gleichung  $x^2 + 1 = 0$  in verschiedenen Körpern behandelt. Andere Möglichkeiten zur Einführung der komplexen Zahlen werden in einem Anhang besprochen. Die hauptsächlich geometrischen Anwendungen sind eine Alternative zur vektoriellen Behandlung der Ebene; das weite Gebiet der konformen Abbildungen kann leider in der Schule höchstens gestreift werden, weshalb sich das vorliegende Buch auf wenige Hinweise beschränkt. Der reiche Übungsteil enthält sowohl Einführungsaufgaben wie auch Probleme verschiedenen Schwierigkeitsgrades, deren Lösungen in einem Anhang beigelegt sind

H. WALSER

*Vorlesungen über Minimalflächen.* Von J. C. C. NITSCHKE. XIII, 775 Seiten, 86 Abbildungen. DM 196,-. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 199. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1975.

Der Physiker Plateau hat 1866 die Frage gestellt, ob es zu jeder geschlossenen Kurve ein darin eingespanntes Minimalflächenstück gibt. In der Folge ist die Flächenklasse der Minimalflächen besonders intensiv bearbeitet worden; das Plateausche Problem wurde dann von J. Douglas (1931) und T. Rado (1930) gelöst.

Das vorliegende Werk über Minimalflächen darf wohl als Standardwerk angesehen werden. Es enthält als Einführung ein Kapitel über Kurven und Flächen und ein Kapitel über konforme Abbildungen von Minimalflächen. Der Hauptteil des Buches ist dem Plateauschen Problem gewidmet; anschliessend werden allgemeinere Randwertprobleme besprochen. Schliesslich werden die Minimalflächengleichung und die vollständigen Minimalflächen behandelt.

Das Buch lässt sich flüssig lesen, die Problemstellungen werden sehr oft an anschaulichen elementaren Beispielen erläutert. Die verwendeten Sätze aus der Analysis sind in eigenen Abschnitten zusammengefasst. Die Darstellung enthält zugleich einen Überblick über den historischen Werdegang der Theorie der Minimalflächen von ihren Anfängen vor mehr als zwei Jahrhunderten bis in die unmittelbare Gegenwart sowie eine Sammlung von 95 Forschungsaufgaben. Eine Fundgrube ist schliesslich das Literaturverzeichnis mit über 1200 Eintragungen. H. WALSER

*Mathematik für Lehramtskandidaten.* Band III: Geometrie. Von H. SCHEID und R. POWARZYNSKI. 272 Seiten. Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden 1975.

Der vorliegende dritte Band dieses auf vier Bände konzipierten Werkes behandelt jenen Teil der elementaren Geometrie, der auf der Unter- und Mittelstufe unserer Gymnasien durchgenommen wird: Grundlagen, Figuren, Kongruenzabbildungen, Ähnlichkeitsabbildungen, affine Abbildungen. Die Darstellung beschränkt sich auf das Wesentliche, indessen wird jeder Abschnitt ergänzt und vertieft durch einen Aufgabenteil. Ausführliche Beweise werden gelegentlich unter Hinweis auf das Literaturverzeichnis weggelassen. Das Buch möchte den wissenschaftlichen Hintergrund des Geometrieunterrichtes darlegen, es enthält deshalb keine Hinweise auf diesbezügliche didaktische Probleme.

Leider ist der Abschnitt 6.1 (Perspektive Kollineationen) etwas verunglückt: um Text zu sparen, wird auf Abbildungen verwiesen, welche falsch (Abb. 6.1.8) oder unnötig kompliziert (Abb. 6.1.9) sind.

H. WALSER