

Über die Wahrscheinlichkeit benachbarter Zahlen beim Lotto

Autor(en): **Egli, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **33 (1978)**

Heft 2

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-32939>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Über die Wahrscheinlichkeit benachbarter Zahlen beim Lotto

Das Auftreten von zwei oder gar drei aufeinanderfolgenden Zahlen bei einer Ausspielung des Lottos wird normalerweise als recht unwahrscheinlich angesehen. Dass diese Ereignisse in Wirklichkeit gar nicht so selten sind, soll im folgenden gezeigt werden.

Schon vor einiger Zeit wurde für das Deutsche Zahlenlotto (6 aus 49) die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von mindestens zwei aufeinanderfolgenden Zahlen angegeben ([1, 2]). Eine verallgemeinerte Form dieses Problems soll hier für das Schweizer Zahlenlotto (6 aus 40) gelöst werden.

Zunächst ordnen wir die sechs ausgewählten Zahlen der Grösse nach:

$$1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 \leq 40.$$

Dann bilden wir sechs neue Zahlen nach der Vorschrift

$$b_i = a_i + 1 - i, \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

Offensichtlich gilt für diese neuen Zahlen b_i die Ungleichungskette

$$1 \leq b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq b_5 \leq b_6 \leq 35.$$

Ferner gilt

$$b_k = b_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, 5$$

genau dann, wenn

$$a_k = a_{k+1} - 1$$

ist, d. h. wenn a_k und a_{k+1} aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sind.

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten aufeinanderfolgender Zahlen braucht man also nur alle möglichen 6-Tupel (b_i) mit keinen, zwei, drei, ... gleichen Zahlen zu zählen, was sehr einfach ist:

keine Nachbarzahlen (z. B. 8, 14, 19, 27, 36, 39)	$\binom{35}{6} : \binom{40}{6} = 0,42288$
zwei Nachbarzahlen (z. B. 10, 19, 20, 25, 32, 37)	$\binom{5}{1} \cdot \binom{35}{5} : \binom{40}{6} = 0,42288$
zweimal zwei Nachbarzahlen (z. B. 2, 11, 12, 18, 32, 33)	$\binom{4}{2} \cdot \binom{35}{4} : \binom{40}{6} = 0,08185$
drei Nachbarzahlen (z. B. 9, 10, 11, 23, 25, 34)	$\binom{4}{1} \cdot \binom{35}{4} : \binom{40}{6} = 0,05456$

drei und zwei Nachbarzahlen $\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{35}{3} : \binom{40}{6} = 0,01023$
(z. B. 5, 13, 14, 22, 23, 24)

vier Nachbarzahlen $\binom{3}{1} \cdot \binom{35}{3} : \binom{40}{6} = 0,00512$
(z. B. 15, 19, 20, 21, 22, 29)

dreimal zwei Nachbarzahlen $\binom{35}{3} : \binom{40}{6} = 0,00171$
(z. B. 7, 8, 16, 17, 33, 34)

vier und zwei Nachbarzahlen $\binom{2}{1} \cdot \binom{35}{2} : \binom{40}{6} = 0,00031$
(z. B. 8, 9, 10, 11, 27, 28)

fünf Nachbarzahlen $\binom{2}{1} \cdot \binom{35}{2} : \binom{40}{6} = 0,00031$
(z. B. 6, 21, 22, 23, 24, 25)

zweimal drei Nachbarzahlen $\binom{35}{2} : \binom{40}{6} = 0,00016$
(z. B. 15, 16, 17, 32, 33, 34)

sechs Nachbarzahlen $\binom{35}{1} : \binom{40}{6} = 0,00001$
(z. B. 26, 27, 28, 29, 30, 31)

H. Egli, Zürich

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 Praxis der Mathematik, Jahrgang 13, S. 301.
- 2 A. Engel: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Band 1, S. 48/166.

Aufgaben

Aufgabe 783. Es bezeichne $[x]$ die grösste ganze Zahl $\leq x$. A sei die durch $a_1 = 1, a_{n+1} = [a_n + 2\sqrt{a_n}]$, $n \in \mathbb{N}$ definierte Teilmenge von \mathbb{N} . Ferner seien $B = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots\}$ und $C = \{1, 16^1, 16^2, \dots\}$. Man beweise, dass $A \cap B = C$.
(Vgl. Problem E2619*, Amer. Math. Monthly, Vol. 83, p. 740, 1976.)

E. Trost, Zürich

Solution: Soit $a_{n+1} = a_n + [2\sqrt{a_n}]$ pour $n \geq 1$; soit $a_1 > 0$ entier. Si $a_n = N^2$, alors $a_{n+1} = N^2 + 2N$; si $a_n = N^2 + k$ avec $N+1 \leq k \leq 2N$, alors $2N+1 < \sqrt{4a_n} < 2N+2$, donc $a_{n+1} = (N+1)^2 + k$; et si $a_n = N^2 + k$ avec $1 \leq k \leq N$, alors $a_{n+1} = (N+1)^2 + k - 1$.

Ainsi, quel que soit a_1 , il existe n_0 tel que a_{n_0} soit carré.

Et en partant d'un carré de la suite, disons de $a_n = N^2$, on aura

$$a_{n+v} = (N+v-1)^2 + 2N, \quad v = 1, \dots, N+1.$$