Über die Wahrscheinlichkeit benachbarter Zahlen beim Lotto

Autor(en): **Egli, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **33 (1978)**

Heft 2

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-32939

Über die Wahrscheinlichkeit benachbarter Zahlen beim Lotto

Das Auftreten von zwei oder gar drei aufeinanderfolgenden Zahlen bei einer Ausspielung des Lottos wird normalerweise als recht unwahrscheinlich angesehen. Dass diese Ereignisse in Wirklichkeit gar nicht so selten sind, soll im folgenden gezeigt werden.
Schon vor einiger Zeit wurde für das Deutsche Zahlenlotto (6 aus 49) die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von mindestens zwei aufeinanderfolgenden Zahlen angegeben ([1, 2]). Eine verallgemeinerte Form dieses Problems soll hier für das Schweizer Zahlenlotto (6 aus 40) gelöst werden.
Zunächst ordnen wir die sechs ausgewählten Zahlen der Grösse nach:

$$1 \le a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 \le 40 .$$

Dann bilden wir sechs neue Zahlen nach der Vorschrift

$$b_i = a_i + 1 - i, \qquad i = 1, 2, \ldots, 6 .$$

Offensichtlich gilt für diese neuen Zahlen b_i die Ungleichungskette

$$1 \le b_1 \le b_2 \le b_3 \le b_4 \le b_5 \le b_6 \le 35 .$$

Ferner gilt

$$b_k = b_{k+1}, \qquad k = 1, 2, \ldots, 5$$

genau dann, wenn

$$a_k = a_{k+1} - 1$$

ist, d.h. wenn a_k und a_{k+1} aufeinanderfolgende natürliche Zahlen sind.
Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten aufeinanderfolgender Zahlen braucht man also nur alle möglichen 6-Tupel (b_i) mit keinen, zwei, drei, ... gleichen Zahlen zu zählen, was sehr einfach ist:

keine Nachbarzahlen (z.B. 8, 14, 19, 27, 36, 39)	$\binom{35}{6} : \binom{40}{6} = 0{,}42288$
zwei Nachbarzahlen (z.B. 10, 19, 20, 25, 32, 37)	$\binom{5}{1} \cdot \binom{35}{5} : \binom{40}{6} = 0{,}42288$
zweimal zwei Nachbarzahlen (z.B. 2, 11, 12, 18, 32, 33)	$\binom{4}{2} \cdot \binom{35}{4} : \binom{40}{6} = 0{,}08185$
drei Nachbarzahlen (z.B. 9, 10, 11, 23, 25, 34)	$\binom{4}{1} \cdot \binom{35}{4} : \binom{40}{6} = 0{,}05456$

drei und zwei Nachbarzahlen (z.B. 5, 13, 14, 22, 23, 24)	$\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{35}{3}:\binom{40}{6}=0{,}01023$
vier Nachbarzahlen (z.B. 15, 19, 20, 21, 22, 29)	$\binom{3}{1}\cdot\binom{35}{3}:\binom{40}{6}=0{,}00512$
dreimal zwei Nachbarzahlen (z.B. 7, 8, 16, 17, 33, 34)	$\binom{35}{3}:\binom{40}{6}=0{,}00171$
vier und zwei Nachbarzahlen (z.B. 8, 9, 10, 11, 27, 28)	$\binom{2}{1}\cdot\binom{35}{2}:\binom{40}{6}=0{,}00031$
fünf Nachbarzahlen (z.B. 6, 21, 22, 23, 24, 25)	$\binom{2}{1}\cdot\binom{35}{2}:\binom{40}{6}=0{,}00031$
zweimal drei Nachbarzahlen (z.B. 15, 16, 17, 32, 33, 34)	$\binom{35}{2}:\binom{40}{6}=0{,}00016$
sechs Nachbarzahlen (z.B. 26, 27, 28, 29, 30, 31)	$\binom{35}{1}:\binom{40}{6}=0{,}00001$

H. Egli, Zürich

LITERATURVERZEICHNIS

1 Praxis der Mathematik, Jahrgang 13, S. 301.
2 A. Engel: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, Band 1, S. 48/166.

Aufgaben

Aufgabe 783. Es bezeichne $[x]$ die grösste ganze Zahl $\leq x$. A sei die durch $a_1=1, a_{n+1}=[a_n+2\sqrt{a_n}]$, $n\in\mathbf{N}$ definierte Teilmenge von $\mathbf{N}$. Ferner seien $B=\{1^2, 2^2, 3^2, \ldots\}$ und $C=\{1, 16^1, 16^2, \ldots\}$. Man beweise, dass $A\cap B=C$.
(Vgl. Problem E2619*, Amer. Math. Monthly, Vol. 83, p. 740, 1976.)

E. Trost, Zürich

Solution: Soit $a_{n+1}=a_n+[2\sqrt{a_n}]$ pour $n\geqslant 1$; soit $a_1>0$ entier. Si $a_n=N^2$, alors $a_{n+1}=N^2+2N$; si $a_n=N^2+k$ avec $N+1\leqslant k\leqslant 2N$, alors $2N+1<\sqrt{4a_n}<2N+2$, donc $a_{n+1}=(N+1)^2+k$; et si $a_n=N^2+k$ avec $1\leqslant k\leqslant N$, alors $a_{n+1}=(N+1)^2+k-1$.
Ainsi, quel que soit a_1, il existe n_0 tel que a_{n_0} soit carré.
Et en partant d'un carré de la suite, disons de $a_n=N^2$, on aura

$$a_{n+v}=(N+v-1)^2+2N, \qquad v=1, \ldots, N+1.$$