

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **36 (1981)**

Heft 2

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinschrift erbeten bis *10. Oktober 1981* an *Dr. H. Kappus*. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit *Problem ... A, B* bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601A (Band 25, S.67), Problem 625B (Band 25, S.68), Problem 645A (Band 26, S.46), Problem 672A (Band 27, S.68), Aufgabe 680 (Band 27, S.116), Problem 724A (Band 30, S.91), Problem 764A (Band 31, S.44).

**Aufgabe 857.** Im gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  mit  $|AB| = |AC| \neq |BC|$  bezeichnen  $w_a$  bzw.  $w'_b$  die Innenwinkelhalbierende durch  $A$  bzw. die Aussenwinkelhalbierende durch  $B$ . Das Dreieck soll bei gegebenen  $w_a, w'_b$  mit Zirkel und Lineal konstruiert werden. Genau für welche rationalen Werte des Verhältnisses  $k = w_a/w'_b$  ist dies möglich?

J. T. Groenman, Groningen, NL

H. Kappus, Rodersdorf

**Aufgabe 858.**  $P$  bezeichne einen inneren Punkt der vom Umkreismittelpunkt  $M$  und Inkreismittelpunkt  $I$  eines nicht regulären Dreiecks  $A_1A_2A_3$  begrenzten Strecke. Die Cevatransversalen  $A_iP$  treffen die Gegenseiten in  $Q_i$ , und es werde  $|PQ_i| = x_i, |A_iP| = y_i (i = 1, 2, 3)$  gesetzt. Man beweise die Existenz eines Punktes  $P$  derart, dass  $y_1 + y_2 + y_3 = 2(x_1 + x_2 + x_3)$ .

F. Leuenberger, Feldmeilen

**Aufgabe 859.** Es seien  $s_1, \dots, s_n \in \mathbb{C}, t_1, \dots, t_n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ . Die  $(n, n)$ -Matrix  $A = (a_{jk})$  mit

$$a_{jk} = \begin{cases} s_k & \text{für } j = 1, \quad k = 1, \dots, n \\ (t_k/t_j) \cdot a_{j-1, k-1} & \text{für } j = 2, \dots, n, \quad k = 1, \dots, n \end{cases}$$

heisse verallgemeinerte zyklische Matrix. Man zeige durch explizite Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren von  $A$ , dass jede verallgemeinerte zyklische Matrix diagonalisierbar ist.

A. Fässler, Biel-Bienne

## Literaturüberschau

W. Ast und B. Hafenbrak: Einführung in die Analysis, Band 1. Uni-Taschenbücher, Band 780, 173 Seiten, 65 Abbildungen, DM 13.80. Schöningh, Paderborn 1978.

Mit Hilfe der Peano-Axiome werden die natürlichen Zahlen eingeführt, und über die ganzen Zahlen wird der rationale Zahlenkörper aufgebaut. Zur Definition der reellen Zahlen benützen die Autoren Cauchy-Folgen. Mengentheoretische Grundlagen dienen zur Darstellung reeller Funktionen. Der Behandlung der Differentialrechnung folgt die Betrachtung stetiger Funktionen.

Das Buch richtet sich an Mathematikstudenten in den ersten Semestern. Die wohldotierte Stoffauswahl, zahlreiche Figuren und Beispiele führen den Leser in die Grundbegriffe und ihre wichtigsten Zusammenhänge ein. Übungsaufgaben, deren Lösungen in einem Anhang beigelegt sind, dienen zur Vertiefung und Ergänzung des Stoffes.

W. Holenweg

S.L. Salas und E. Hille: *Calculus: One and Several Variables*. 3. Auflage, XIII und 888 Seiten, US-\$27.30. Wiley & Sons, New York 1978.

Ce premier volume donne les éléments du calcul différentiel et intégral d'une variable. La présentation est très claire et extrêmement détaillée. De nombreux exemples illustrent les notions introduites, et beaucoup d'exercices sont proposés. Un chapitre est consacré aux sections coniques. M.-A. Knus

I.L. Kantor und A.S. Solodownikow: *Hyperkomplexe Zahlen*. Übersetzung aus dem Russischen. Mathematische Schulbücherei, Band 95, 156 Seiten, M 9.-. Teubner, Leipzig 1978.

Die Menge aller Summen zweier Quadrate (natürlicher Zahlen) ist bekanntlich multiplikativ abgeschlossen. Setzt man nämlich etwa  $z = a_1 + a_2i$ ,  $z' = b_1 + b_2i$ , so bedeutet

$$|z| \cdot |z'| = |z \cdot z'| \quad (1)$$

nichts anderes als

$$(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) = (a_1b_1 - a_2b_2)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)^2. \quad (2)$$

Die Beziehung zwischen (2) und (1) ist für den Aufbau des Büchleins wegweisend. Sie lässt sich in bemerkenswerter Weise ausbauen und so zur Gewinnung einer Übersicht über Verallgemeinerungen der Formel (2) heranziehen. Es zeigt sich in der Tat, dass jede Identität vom Typus

$$(a_1^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + \dots + b_n^2) = \Phi_1^2 + \dots + \Phi_n^2, \quad (3)$$

wo  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$  Bilinearformen in  $(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n)$  sind, eng verknüpft ist mit einem System hyperkomplexer Zahlen (Zahlen der Form  $z = a_1 + a_2i_2 + \dots + a_ni_n$  mit imaginären Einheiten  $i_2, \dots, i_n$ ), in welchem die Relation (1) gilt. Die Bedeutung dieses Sachverhaltes liegt nun darin, dass mit den Systemen der reellen und komplexen Zahlen ( $n=1, 2$ ), der Quaternionen ( $n=4$ ) und Oktaven ( $n=8$ ) bereits alle solchen Systeme aufgezählt sind (Satz von Hurwitz), also Identitäten (3) nur für diese  $n$  möglich sind. Die präzise Formulierung des Zusammenhanges von (3) und (1) sprengt jedoch den Rahmen der hyperkomplexen Zahlen und macht die Einbeziehung allgemeinerer Algebren (ohne 1-Element) nötig. Dies nehmen die Autoren zum Anlass, die Ausnahmestellung der erwähnten vier Zahlensysteme auch von dieser Seite zu beleuchten: Sie sind unter den verallgemeinert assoziativen Algebren die einzigen mit Division (Satz von Frobenius). Das Werk wird durch eine Aufzählung aller zweidimensionalen kommutativen Divisionsalgebren sowie Bemerkungen zu Struktursätzen assoziativer Algebren über allgemeinen Körpern abgerundet (Sätze von Wedderburn).

Das Büchlein ist im kleinen wie im grossen sehr sorgfältig, didaktisch hervorragend und anregend geschrieben. Sämtliche benötigten Hilfsmittel wie die Theorie der hyperkomplexen Zahlen und Algebren werden bereitgestellt. Vor allem die eingehende Behandlung der Quaternionen und Oktaven ist auch Mittelschülern höherer Stufen zugänglich. Insgesamt ein lobenswertes Beispiel dafür, wie ein abstrakter Überbau nutzbringend zur Beantwortung einer konkreten Frage eingesetzt werden kann. J. Gutknecht

J. van Dormolen: *Didaktik der Mathematik*. X und 198 Seiten, 108 Abbildungen, DM 24.80. Vieweg, Braunschweig 1978.

Es scheint uns sehr begrüssenswert, dass dieses Buch – bestimmt für «Kollegen und Arbeitskreise, die sich mit der Didaktik der Mathematik befassen» – aus dem Holländischen ins Deutsche übersetzt worden ist (durch Siegmur Kempfle). Denn Bücher, die auf diesem Gebiet Synthesen versuchen, wie sie van Dormolen anstrebt, gibt es zurzeit in unserem Sprachbereich fast keine. Synthesen in verschiedener Hinsicht: praktische Lehrerfahrung mit Konzepten der Unterrichtspsychologie, Tradition und Modernisierung, schliesslich auch eine Gesamtschau der gymnasialen Unter- und Oberstufe. Als besonders wohlthuend muss auch die ausgesprochene Praxisnähe des Buches hervorgehoben werden. – Zweierlei bedauert der Rezensent: Zunächst, dass das Buch nicht durch Überarbeitung einiger Stellen so umgestaltet worden ist, dass es direkt auf die Situation im deutschen Sprachgebiet Bezug nehmen würde, und dann das Fehlen eines Literaturverzeichnisses (auf das übrigens irrtümlicherweise an vereinzelt Stellen – z. B. S. 145 – verwiesen wird). R. Ineichen

Geometrical Probability and Biological Structures: Buffon's 200th Anniversary. Lecture Notes in Biomathematics, Band 23, XII und 338 Seiten, 110 Abbildungen, DM 29.50. Hrsg. R.E. Miles und J. Serra. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1978.

Le livre publié par Springer, «Geometrical Probability and Biological Structures» dans sa série «Lecture Notes in Biomathematics» comble une lacune importante. Cet ouvrage présente en effet simultanément les aspects théoriques des probabilités géométriques et leurs applications à la biologie, et plus particulièrement à la stéréologie. Le lecteur a ainsi la possibilité de se rendre compte de l'état actuel des recherches à travers une collection d'articles écrits par des spécialistes des deux disciplines. Ce livre est en effet le compte rendu d'une rencontre entre biologistes et mathématiciens à l'occasion du 200e anniversaire du problème de l'aiguille de Buffon. Outre une introduction historique qui retrace les développements engendrés par le travail de Buffon, un des grands mérites de ce volume est qu'il rassemble une foule de références et d'informations qui étaient jusqu'à présent disséminées dans la littérature. J.-P. Gabriel

Didaktik der Mathematik. Wege der Forschung, Band CCCLXI. XLVIII und 478 Seiten, Fr. 56.40. Hrsg. H. G. Steiner. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1978.

In der Einleitung gibt der Herausgeber zuerst eine eigentliche kleine Geschichte der Didaktik der Mathematik. Anschliessend werden zahlreiche Beiträge verschiedener Autoren wiedergegeben, die in den Jahren 1952–1974 in Fachzeitschriften erschienen sind, gegliedert in die drei Hauptabschnitte «Zur Orts- und Aufgabenbestimmung der Mathematikdidaktik», «Empirische Forschung (Psychologische und lerntheoretische Aspekte)» und «Gegenstandsdidaktische Analyse und Strukturforschung». Mancher Leser wird es sehr begrüßen, hier viele Aufsätze vereinigt zu finden, von denen richtungsweisende Impulse ausgegangen sind – und oft auch noch weitere ausgehen sollten (!). Und selbstverständlich wird der informierte Leser einige Aufsätze vermissen, die auch in diesen Strauss gehört hätten; aber es ist ja sicher nicht möglich, mit einem solchen Band ein «abgerundetes» Bild der Mathematikdidaktik zu geben. R. Ineichen

F. Padberg: Didaktik der Bruchrechnung. 212 Seiten, Fr. 24.–. Herder, Freiburg, Basel, Wien 1978.

In den letzten beiden Jahrzehnten ist die Didaktik der Bruchrechnung von verschiedenen Autoren neu überdacht worden, und es sind in den zurzeit vorliegenden Mathematikbüchern der entsprechenden Stufe (meistens etwa 6. oder 7. Schuljahr) mehrere Wege zur Behandlung der Brüche erkennbar. Der Verfasser diskutiert nach einer kurzen Einleitung und einer Übersicht über die verschiedenen Möglichkeiten ausführlich das «Grössenkonzept» (« $\frac{3}{4}$  von einem Ganzen» z. B.) und das «Operatorkonzept» («der Operator  $\frac{3}{4}$  ordnet der Zahl 8 die Zahl 6 zu»); für einen optimalen Lehrgang empfiehlt er die Verwendung von Komponenten beider Konzepte. Praxisnähe, viele Hinweise auf Motivierungsmöglichkeiten und Anwendungen und leichte Lesbarkeit könnten das Buch zu einem wirksamen Helfer der Lehrer der erwähnten Stufe machen; hoffen wir, dass es von ihnen gelesen wird! R. Ineichen

I. B. Cohen: Introduction to Newton's 'Principia'. XXIV und 380 Seiten, £7.95. Cambridge University Press, 1978.

Die vorliegende Paperbackausgabe ist ein Wiederabdruck des Einleitungsbandes von I. B. Cohen (Cambridge 1971) zu der von ihm und A. Koyré edierten Textausgabe von Newtons «Principia» (Cambridge 1972), in der erstmals auch die Textvarianten der einzelnen Editionen und Manuskripte dieses Werkes verzeichnet sind. Der hier wiederabgedruckte Einleitungsband gliedert sich in 4 Teile und enthält die Editionsprinzipien (Teil 1) sowie eine ausführliche Dokumentation zur Geschichte der «Principia» und deren Analyse (Teile 2–4) von ihrer Konzeption bis zu der dritten Edition, welche ein Jahr nach Newtons Tod stattfand: Der Autor bespricht zunächst den ausschlaggebenden Besuch von Halley (1684), analysiert die Beziehung zwischen den «Principia» und dem vorangegangenen Werk «De motu» und beschreibt die Ausarbeitung und Drucklegung der ersten Edition (1687). Darnach setzt er sich mit den Reaktionen der Fachwelt auseinander und untersucht Newtons Überarbeitungen und Verbesserungen, die der zweiten Edition (1713) unter Cotes und der dritten, nur wenig veränderten Ausgabe (1726) unter Pemberton vorangegangen sind. Im Anhang des Werkes bespricht er schliesslich noch verschiedenes Quellenmaterial, welches mit der Abfassung der «Principia» im Zusammenhang steht. Cohens Buch ist eine äusserst sorgfältig zusammengestellte, reichhaltige Dokumentationsammlung, die für jeden absolut unentbehrlich ist, der sich detaillierter mit den «Principia» auseinandersetzen will. E. Neuenschwander

S.K. Sehgal: Topics in Group Rings. Pure and Applied Mathematics, Band 50, VI und 251 Seiten, US-\$24.50. Dekker, New York, Basel 1978.

Voraussetzung für die Lektüre dieses ausgezeichneten Buches sind einige Kenntnisse in Gruppen- und Ringtheorie sowie ein wenig Vertrautheit mit der Darstellungstheorie von Gruppen. Schwierigere Sätze aus Gruppentheorie und kommutativer Algebra werden jeweils dann hergeleitet, wenn sie gebraucht werden.

Das Buch behandelt einige meist einfach zu formulierende, aber schwierig zu behandelnde Fragen aus der Theorie der Gruppenringe. So wird zum Beispiel sehr ausführlich das «Isomorphismenproblem» behandelt: Sei  $R$  ein kommutativer Ring mit Eins. Folgt aus der Isomorphie der Gruppenringe  $RG$  und  $RH$  die Isomorphie der Gruppen  $G$  und  $H$ ? Eine andere interessante Frage ist die, wann der Gruppenring  $RG$  nilpotente Elemente haben kann. Auch sie wird gründlich diskutiert. Im Anhang findet man etwa 40 noch offene Probleme aus der Theorie der Gruppenringe. H. Widmer

W.W. Sawyer: A First Look at Numerical Functional Analysis. XI und 186 Seiten, £4.25. Clarendon Press, Oxford 1978.

Diese überaus schätzenswerte Einführung in die Funktionalanalysis und in einige ihrer Anwendungen auf die numerische Mathematik entstand aus der Idee, einmal nicht durch möglichst allgemeine und abstrakte Formulierungen einen brillanten und deduktiven Aufbau der Funktionalanalysis zu bewerkstelligen. Der Autor hat es vorgezogen, den Leser daran zu erinnern, dass die Funktionalanalysis aus traditionellen Themen der Analysis herausgewachsen ist. Mit Erfolg bemüht er sich, die historischen Wurzeln der Funktionalanalysis freizulegen und trotzdem den Leser an die neueren Anwendungen heranzuführen. Die Einführung beginnt mit grundlegenden Konzepten der numerischen Analysis, wie Iteration, Konvergenz, Stetigkeit und Abbildungen in Vektorräumen. Nebst Minkowskiräumen, linearen Operatoren, Differentiation und Lebesgue-Integration, Taylorreihen, euklidischen Räumen, Fourierreihen, Dualräumen und Kompaktheit behandelt das Buch Anwendungen wie die Newton-Raphson-Methode und den Kantorovitschschen Konvergenztest, Polynomoperatoren und Approximationstheorie. J. T. Marti

I. Schneider: Archimedes. Erträge der Forschung, Band 102, VIII und 209 Seiten, 25 Zeichnungen, DM 39.-. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1979.

Das vorliegende Werk fasst die «Erträge» der Archimedes-Forschung zusammen im Anschluss an die im selben Verlag seit 1963 in mehreren Nachdrucken erschienene deutschsprachige Ausgabe der Werke von Archimedes. Eine der Hauptthesen des Werkes besagt, dass Archimedes von der Praxis des Architekten, Geschütz- und Instrumentenbauers über die Mechanik erst relativ spät zur reinen Mathematik kam. Zu den behandelten Themen gehören die Lebensumstände von Archimedes und seine Stellung am Hofe von König Hieron II., die relative Abfolge der archimedischen Schriften, Archimedes als Ingenieur und Naturwissenschaftler, Archimedes als Mathematiker sowie Bedeutung und Wirkung der archimedischen Schriften bis in die Neuzeit. Schneiders Buch bietet eine äusserst nützliche Einführung und Quellensammlung zur Archimedes-Forschung seit Heiberg, wobei jedoch aufgrund des begrenzten Umfangs und der vielen allerneuesten Publikationen manches nur gestreift und anderes nicht abschliessend behandelt werden konnte. E. Neuenschwander

Mathematical Logic. Proceedings of the First Brazilian Conference. XII und 303 Seiten, Fr. 76.-. Hrsg. A. I. Arruda, N. C. A. da Costa und R. Chuaqui. Dekker, New York, Basel 1978.

Der vorliegende Band enthält 17 Referate, die an der ersten brasilianischen Konferenz über mathematische Logik im Juli 1977 an der Universität von Campinas gehalten wurden. Der Inhalt überstreicht weite Gebiete klassischer und nichtklassischer Logik und Grundlagen der Mengenlehre und besticht vor allem durch seine sorgfältige Redaktion. Nur drei der Autoren stammen nicht aus Südamerika; trotzdem sind alle Artikel in meist tadellosem Englisch abgefasst. Für den Nichtspezialisten besonders wertvoll ist ein Übersichtsartikel von H.P. Sankappanavar zu den Entscheidungsproblemen, der den Stand der Forschung bis in die allerneueste Zeit wiedergibt und damit den schon «klassisch» gewordenen Bericht von Erschow et al. aus dem Jahre 1965 ergänzt. Ohne epochemachende Entdeckungen zu enthalten, zeigt der Band doch den hohen Stand der südamerikanischen, insbesondere der brasilianischen Grundlagenforschung auf. P. Wilker