

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **43 (1988)**

Heft 1

PDF erstellt am: **08.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Aufgabe 980.** Berechnet man die beiden Integrale

$$I_2 = \int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx \quad \text{und} \quad I_4 = \int_0^{\pi} \cos^4 x \, dx$$

mit der Simpsonregel, wobei man das Intervall  $[0, \pi]$  in mehr als zwei bzw. in mehr als vier Teilintervalle unterteilt, so erhält man die exakten Werte. Ist dies Zufall oder kann man verallgemeinern?

M. Vowe, Therwil

## Mitteilung der Redaktion

Herr Prof. Dr. M. Knus (ETH-Zürich) ist auf den 31. 12. 1987 aus der Redaktion ausgetreten. Seine etwas mehr als 5 Jahre währende Mitarbeit an der Zeitschrift sei ihm im Namen der Herausgeber bestens verdankt. Die Rezensionsparte wird ab 1. 1. 1988 neu von Herrn Prof. Dr. H. Chr. Im Hof (Universität Basel) betreut.

## Literaturüberschau

M. Davis: *The Art of Decision-Making*. VII und 92 Seiten, 20 Figuren. DM 58.—. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1986.

Dieses Buch gibt 43 Beispiele von zum Teil alltäglichen Situationen, in welchen der „Gesunde Menschenverstand“ zu falschen oder paradoxen Entscheidungen führt. Die Beispiele stammen zum grössten Teil aus dem Bereich der Ökonomie, umfassen aber auch mathematische Spiele, logische Paradoxien, Wahlprobleme und Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Allen Beispielen gemeinsam ist eine didaktisch gekonnte Einleitung, die den naiven Leser unweigerlich in die Falle führt. Das Buch ist auch für den Nichtmathematiker ohne weiteres verständlich, gelegentlich wird jedoch in Form von Anhängen die mathematische Lösung einer Frage skizziert. Der überaus erfrischende Stil dieses schmalen Bandes macht die Lektüre zum Genuss. Die einzige Schwierigkeit für den europäischen Leser besteht darin, dass die beschriebenen Situationen (besonders diejenigen aus dem Kapitel „decisions in business and economics“) etwas stark vom amerikanischen way of life geprägt sind und daher manchen Lesern nicht unmittelbar verständlich sein mögen.

B. Flury

A. Hurwitz and N. Kritikos: *Lectures on Number Theory*. Universitext. Aus dem Deutschen übersetzt von W. C. Schulz. XIV und 273 Seiten. DM 58.—. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1986.

This is a translation into English of notes (in German) of Hurwitz's lectures on elementary number theory, given at the E.T.H. in Zurich. They were edited by N. Kritikos, who attended lectures by Hurwitz in 1916–1917. It is not clear from Kritikos' introduction whether the notes are in fact Hurwitz's own, or whether they were taken by a student attending his lectures. The material, covered in six chapters, is classical. As the translator points out, its organization by Hurwitz is extremely efficient, in particular the joint development of continued fractions and of binary quadratic forms in the last chapter. The translator has added a set of problems after each chapter, and a bibliography for further reading at the end of the book.

J. Steinig

A. Prestel: *Einführung in die Mathematische Logik und Modelltheorie*. Aufbaukurse Mathematik. vieweg studium, Band 60. XIV und 286 Seiten, DM 40.—. Vieweg, Braunschweig 1986.

Das Buch geht aus einer Vorlesung über mathematische Logik und Modelltheorie hervor. Es ist somit vor allem an den darin nicht spezialisierten interessierten Mathematiker gerichtet. In diesem Sinne fügt es sich gut in die Reihe „vieweg studium: Aufbaukurs Mathematik“.

Es sollen hier die bekanntesten, in der Algebra zur Zeit üblichen, modelltheoretischen Schlüsse vermittelt werden.

Dabei wird mit einem sorgfältigen Kapitel zur mathematischen Logik begonnen. Die Ausführungen zur Logik 1. Stufe (Syntax und Semantik) wird vor allem für den in der formalen Logik ungeübten Leser hilfreich sein. In einem Anhang wird dann noch auf hier aufgeworfene Fragen zur Entscheidbarkeit eingegangen. Mit einigen wichtigen Methoden der Modelltheorie wird der Leser über die nächsten beiden Kapitel hinweg bekannt gemacht. (Z. B. elementare Erweiterung, saturierte Strukturen, Kompaktheit, Separation, Modellvollständigkeit, Quantorenelimination.) Natürlich musste sich der Autor bei der Auswahl der Themen in dem weiten Feld der Modelltheorie einschränken, dafür hat er aber die berücksichtigten ausführlich und in sich abgeschlossen behandelt.

Der Gipfel jedoch wird erst im letzten Kapitel erreicht, wo die Modelltheorie angewendet wird auf einige Beispiele aus der Algebra. (Dabei stehen die bewerteten Körper stark im Vordergrund.)

Durchwegs gehen den einzelnen Kapiteln und Unterkapiteln Einführungen voran, die eine Übersicht und Einordnung in das nachfolgende Thema geben. Leider ist es hier unterlassen worden, reichhaltige, historische Bezüge herzustellen, und damit dem synthetischen Charakter und einer gewissen Losgelöstheit des behandelten Stoffs entgegenzuwirken.

Last but not least wird der Leser sehr dankbar sein für das gute Symbolverzeichnis.

T. Weibel

A. V. Jategaonkar: Localization in Noetherian Rings. London Mathematical Society, Lecture Note Serie 98. XII und 324 Seiten, US-\$ 34.50, £ 17.50. Cambridge University Press, Cambridge 1986.

In der Theorie der kommutativen und insbesondere der kommutativen Noetherschen Ringe spielt die Technik der Lokalisierung eine wichtige Rolle. So war es nur natürlich, dass man auch für die nicht-kommutativen Noetherschen Ringe – die im Anschluss an die Ende der fünfziger Jahre erschienenen Arbeiten von Goldie zum Gegenstand intensiver Forschung geworden waren – entsprechende Verfahren zu entwickeln suchte. Dies gelang allerdings nur teilweise, denn die Lokalisierungstechniken sind entweder so allgemein, dass sie nicht alle wünschenswerten Eigenschaften besitzen oder aber sie lassen sich nicht in allen Fällen anwenden. In der vorliegenden Monographie, die viele bisher unveröffentlichte Resultate enthält, zeigt der Autor neue Gesichtspunkte zur Lokalisierungstheorie auf, die einerseits gewisse Sachverhalte erklären und andererseits Anlass zu neuer Forschung bieten. Dieses Material wird in den Kapiteln 4–9 entwickelt. Obwohl sich dieser eher technische Teil an den Spezialisten richtet, nimmt sich der Autor von Zeit zu Zeit die Mühe, dem Leser zu erklären, warum er jetzt diesen oder jenen Begriff einführen will und wie sich alles in die Problematik der Lokalisierung einfügt. In den ersten drei Kapiteln werden die nötigen Voraussetzungen zusammengestellt. Hier kann sich der mit einigen Vorkenntnissen aus der Ringtheorie versehene Leser einen Überblick über den gesicherten Bestand der Lokalisierungstheorie verschaffen, bevor er Neuland betreten will.

H. H. Storrer

W. Ballman, M. Gromov et V. Schroeder: Manifolds of Nonpositive Curvature. Progress in Mathematics, Band 61. IV und 263 Seiten, Fr. 74.–. Birkhäuser, Boston, Basel, Stuttgart 1985.

Ce volume présente de façon détaillée d'importants résultats obtenus récemment en théorie des variétés à courbure nonpositive. Il est basé sur une série d'exposés au Collège de France en 1981 par Gromov. Ces conférences ont été très soigneusement rédigées par Schroeder. Un appendice par Ballman et quatre appendices par Schroeder reflètent les progrès de la théorie après 1981.

M.-A. Knus

J.-L. Verdier et J. Le Potier: Module Des Fibrés Stables Sur Les Courbes Algébriques. Notes de l'Ecole Normale Supérieure, Printemps, 1983. Progress in Mathematics, Band 54. 129 Seiten, Fr. 38.–. Birkhäuser, Boston, Basel, Stuttgart 1985.

Ce volume reprend une série de conférences données à l'Ecole normale supérieure de Paris au printemps 1983. Le thème abordé est le calcul de la cohomologie entière de l'espace des modules des fibrés stables sur une surface de Riemann compacte, d'après des travaux récents de Atiyah et Bott.

M.-A. Knus

B. C. Berndt: Ramanujan's Notebooks. 1. Teil. X und 357 Seiten, DM 188.–. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.

This volume is the first of a projected set of three, devoted to a careful and painstaking editing of Ramanujan's three notebooks and of his "quartely reports" to the University of Madras for the years 1913 and 1914. Berndt's introduction retells the story of Ramanujan's life in detail. The notebooks contain the results Ramanujan obtained between the ages of 16 and 26 in the years 1903 to 1914, before his trip to England in 1914. The work of editing them was begun in 1929 by G. N. Watson and B. M. Wilson. Wilson died in 1935, and their work was never completed. A photostat edition was published in 1957 by the Tata Institute (Bombay). The notebooks con-

tain few proofs; the results are often stated in Ramanujan's own notation, and the conditions of validity are frequently omitted.

The volume under review deals with Chapters 1 through 9 of the second notebook (which is a revised and enlarged version of the first) and with the quarterly reports. Berndt has continued the work begun by Watson and Wilson. He has rewritten the results in a more usual notation, and provided proofs for all the statements that admit of a correct interpretation. He has made use of the work done by Watson and Wilson, and has had help from P. T. Joshi and R. J. Evans in some of the chapters. This book is obviously a labor of love, for which we must be grateful to its author.

J. Steinig

H. Kerner: *Übungen zur Analysis. VII* und 229 Seiten, 57 Texttabellen, DM 23.50. Wissenschaftl. Buchgesellschaft, Darmstadt 1985.

Das Buch ist als Ergänzung zur „Einführung in die Analysis I, II“ desselben Verfassers gedacht und enthält 240 mit – auf ca. 200 Seiten ausführlich vorgerechneten – Lösungen versehene Aufgaben, welche nach folgenden Teilgebieten geordnet sind: Folgen und Reihen, stetige und differenzierbare Funktionen, Integration, Funktionsfolgen und Potenzreihen, Numerische Verfahren, Differentialrechnung im  $R^2$ , Differentialgleichungen, Integralrechnung im  $R^2$ , Komplexwertige Funktionen. Somit dürfte der heute üblicherweise in einer 2-semesterigen Grundvorlesung „Infinitesimalrechnung I, II“ angebotene Stoff abgedeckt sein. Der Aufgabenteil ist mit durchgerechneten Beispielen durchsetzt, einige benötigte Sätze werden bewiesen. So kann das Büchlein auch unabhängig vom Lehrbuch zum Selbststudium benutzt werden, zumal viele gängige Standardaufgaben übernommen wurden.

H. Kappus

E. Grosswald: *Representations of Integers as Sums of Squares. IX* und 251 Seiten, 6 Figuren, DM 148.–. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.

Das reichhaltige Buch entstand aus einer zweisemestrigen Vorlesung am Technion in Haifa und richtet sich an eine breite mathematische Leserschaft. Es beginnt mit den klassischen Untersuchungen zur Darstellung einer ganzen Zahl durch zwei (Fermat, Euler, Gauss, Jacobi), drei (Legendre, Gauss) und vier (Euler, Lagrange, Jacobi) Quadrate und folgt dabei ungefähr der historischen Entwicklung. Überhaupt findet man viele historische Angaben, und die historische Anlage des Buches findet auch dadurch Unterstützung, dass ein und derselbe Satz nicht selten auf mehrere und ganz verschiedene Weisen bewiesen wird. Zur Bestimmung der Anzahl der Darstellungen benötigt man analytische Methoden, die recht ausführlich diskutiert werden: Theta-Funktionen, elliptische Funktionen, Modulfunktionen, Lambert-Reihen, hypergeometrische Funktionen und die Kreismethode von Hardy, Ramanujan und Littlewood. Spezielle Kapitel betreffen Legendres Satz über ternäre diagonale quadratische Formen, und dessen Beziehung zum Hasse-Prinzip, die Darstellung von ganzen Zahlen durch Summen nicht verschwindender Quadrate, wo sich insbesondere Anwendungen auf Eigenwertprobleme in der Physik ergeben, die Darstellung durch eine gerade Anzahl von Quadraten und die Anzahl der Darstellungen einer ganzen Zahl durch mehr als vier Quadrate (Eisenstein, Mordell, Hardy, Estermann). In jedem Kapitel kommen auch neueste Resultate zur Sprache. Das letzte Kapitel über neuere Forschungen zur entsprechenden Theorie der quadratischen Formen über algebraischen Zahlkörpern und zum 11ten und 17ten Hilbertschen Problem enthält u. a. auch Artins Theorie der Darstellung total positiver ganzer algebraischer Zahlen durch Quadratsummen und die algebraische Theorie von Pfister. Jedes Kapitel ist mit interessanten Aufgaben versehen, und dem Buch ist eine reichhaltige Liste von fast 600 Literaturnachweisen sowie eine kleine Liste von offenen Problemen beigegeben.

Ein schönes und empfehlenswertes Buch.

G. Frei

Chandrasekharan, K.: *Elliptic Functions. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 281.* 189 Seiten, 14 Figuren, DM 138.–. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.

Il s'agit d'une introduction à la théorie des fonctions elliptiques et aux liens entre celles-ci, les intégrales elliptiques, les fonctions  $\theta$  et les fonctions modulaires.

Quatre parmi les onze chapitres sont dédiés aux applications à la théorie des nombres: sommes de Gauss et réciprocité, nombres pentagonaux et partitions, théorèmes de Lagrange et de Jacobi, représentations d'un entier par une forme quadratique.

La lecture de cet ouvrage ne demande que les rudiments de la théorie des fonctions analytiques d'une variable. Tout le reste est démontré en détail, avec précision et élégance: même, par exemple, le fait qu'une congruence de degré  $n$  modulo un premier  $n$ 'a pas plus de  $n$  solutions, ou le critère pour qu'une équation cubique ait une racine double.

Les notes qui suivent chaque chapitre donnent au lecteur une foule de renseignements historiques et bibliographiques et, surtout, l'envie d'approfondir les sujets traités. Je ne peux m'empêcher en lisant cet ouvrage de penser «comme l'on serait savant si l'on connaissait bien seulement cinq à six livres». M. Ojanguren

B. L. van der Waerden: *A History of Algebra. From al-Khwarizmi to Emmy Noether*. XI und 271 Seiten, 28 Figuren, DM 98.—. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.

Ce livre n'est pas un traité systématique d'histoire des mathématiques, mais plutôt un recueil de brefs articles sur trois grands thèmes: équations algébriques, théorie des groupes et théorie des algèbres.

Chaque article est consacré à un mathématicien («Maestro Biaggio», «Otto Hölder», ...) à un sujet («Galois Fields», «Cyclic algebras», ...) ou même à un événement («The Duel»).

Il n'est pas nécessaire, à mon avis, d'en commencer la lecture à la page 1 pour terminer à la page 271. Ouvrez-le au hasard et à chaque page vous trouverez des faits intéressants (quelle est la relation entre les nombres réels, Omar Khayyam et les fractions continues?), des liens peu connus (comment est née la théorie des caractères?) ou des précisions surprenantes (qui a inventé les octaves de Cayley?).

Le style est rapide et concis, le langage est celui d'un mathématicien qui s'adresse à d'autres mathématiciens.

M. Ojanguren

H. Kraft: *Geometrische Methoden in der Invariantentheorie. Aspekte der Mathematik*, Bd. D 1. 310 Seiten, DM 54.—. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 1984.

La version la plus terre-à-terre de la théorie des invariants est l'étude des polynômes complexes  $f(X_1, \dots, X_n)$  qui ne changent pas quand on fait opérer linéairement sur les variables un certain groupe (algébrique)  $G$ . On démontre, par exemple, que pour une vaste classe de groupes (les groupes «réductifs») l'algèbre des polynômes invariants est de type fini.

Dans ce livre, la théorie des invariants est présentée dans sa veste géométrique:  $G$  agit sur une variété affine  $Z$  et on étudie les propriétés géométriques de l'ensemble des orbites. On démontre, par exemple, l'existence d'un quotient algébrique  $Z/G$  pour tout groupe réductif  $G$ , ce qui généralise le théorème de finitude mentionné ci-dessus.

Le livre se compose de trois chapitres. Le premier traite en détail plusieurs exemples très bien choisis, qui illustrent la théorie développée dans la suite. Le deuxième est dédié essentiellement aux théorèmes de finitude. Le troisième traite, entre autres, les représentations linéaires des groupes réductifs, les «Nullformen» et les  $SL_2$ -plongements.

Le niveau est à peu près celui d'un cours de troisième cycle.

M. Ojanguren