

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Band:** 49 (1994)  
  
**Rubrik:** Bücher und Computersoftware

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

---

---

## Bücher und Computersoftware

---

---

**A. Fröhlich, M.J. Taylor: Algebraic Number Theory.** 355 Seiten, £ 50.–. Cambridge University Press, Cambridge 1991; ISBN 0-521-36664-X.

Die algebraische Zahlentheorie wurde Anfang des 19. Jahrhunderts durch C.F. Gauss geschaffen, in der ersten Hälfte jenes Jahrhunderts namentlich von Dirichlet, Eisenstein und Jacobi weiterentwickelt und schliesslich in der zweiten Hälfte von Kummer, Kronecker und Dedekind ausgestaltet und zu einem gewissen Abschluss gebracht. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wurde dann David Hilbert von der Deutschen Mathematiker Vereinigung beauftragt, über diese Entwicklung einen Bericht zu erstatten. Dieser sogenannte Zahlbericht (1897) ist eine Meisterleistung der Darstellung. Sie hat die nachfolgende Entwicklung auf das nachhaltigste beeinflusst. Noch heute liest man mit grossem Gewinn diesen mit leitenden Grundideen durchgestalteten Bericht, dem im wesentlichen die Lehrbücher über algebraische Zahlentheorie bis heute verpflichtet geblieben sind. Das gilt auch für das wohl am weitesten verbreitete Lehrbuch von Erich Hecke (1923), aus dem eine ganze Generation nicht nur die Theorie der algebraischen Zahlen, sondern auch die der abelschen Gruppen kennenlernte. Auch heute noch darf es als eine der besten und gründlichsten Einführungen in die algebraische Zahlentheorie gelten. Zu Recht wurde es 1983 vom Springer-Verlag in englischer Sprache neu herausgegeben. In den 70er und 80er Jahren entstand eine Reihe sehr guter Lehrbücher, die alle mehr oder weniger Hilbert und Hecke verpflichtet sind. Neu an diesen Lehrbüchern ist, dass sie, den Bedürfnissen der Nachkriegsgeneration entsprechend, Übungsaufgaben enthalten. Darunter sollte besonders das Buch von Paulo Ribenboim (1972) hervorgehoben werden. Als systematisches und leicht fassliches Lehrbuch mit reichem Übungsmaterial stellt es eine der wohl besten Einführungen in das Gebiet der algebraischen Zahlentheorie dar. Erwähnenswert und eigenständig in ihrer Darstellung sind auch die Lehrbücher von Z.I. Borewicz und I.R. Schafarewitsch (1972), wo die Theorie der  $p$ -adischen Zahlen, die lokale Methode und die Theorie der quadratischen Formen und Moduln ausführlich und systematisch entwickelt wird, von Hermann Weyl (1940), wo in Abweichung von den übrigen Lehrbüchern der Kroneckersche Zugang mit der Divisorentheorie gewählt ist, von Serge Lang (1970), das auch in die höhere algebraische Zahlentheorie, die Klassenkörpertheorie, einführt, sowie von Kenneth Ireland und Michael Rosen (1981, 1990), deren ausserordentlich attraktive Darstellung auch die höheren Reziprozitätsgesetze, die Theorie der elliptischen Kurven, die Gauss'schen und Jacobischen Summen und Teile der modernen arithmetischen algebraischen Geometrie berücksichtigt (vgl. die Besprechung von J. Kramer, *Elemente der Mathematik* 47 (1992), S. 133).

Das Buch von Fröhlich und Taylor muss durchaus als klassische Einführung im Sinne von Hilbert und Hecke bezeichnet werden. An nicht wenigen Stellen wurde aber die Darstellung durch neuere Gesichtspunkte, etwa aus der Theorie der Galois-Modul-Struktur und der Theorie der Charaktere, vereinfacht und einheitlicher gestaltet. Es behandelt der Reihe nach die Grundlagen der Körper- und Algebrentheorie, der Integritätsbereiche, die Theorie der Dedekindschen Ringe, die Theorie der Bewertungen und des vollständigen Abschlusses eines Körpers bezüglich einer Bewertung, die Modultheorie über Dedekindschen Ringen, die Theorie von Diskriminante, Verzweigung und Zerlegung in algebraischen Körpererweiterungen, zuerst für lokale und dann für globale Körper, und auch Sätze über unverzweigte und zahme Körpererweiterungen, die Hauptsätze über Einheiten und Klassengruppe, die Theorie der Kreiskörper samt einer Einführung in die Theorie der elliptischen Kurven und die Theorie der Dedekindschen  $L$ -Reihen und deren Zusammenhänge mit dem Satz über die Primzahlen in einer arithmetischen Progression, mit der Klassenzahlformel im  $(p$ -ten) Kreiskörper und mit der Langlands-Philosophie. Als attraktive Zugabe zum klassischen Stoff kann man das spezielle Kapitel über Zahlkörper von niedrigem Grad bezeichnen, wo die Eigenschaften von quadratischen, kubischen, biquadratischen und bikubischen Körpern recht ausführlich und überaus informativ behandelt werden. Damit gewinnt man schönes Anschauungsmaterial, das über die Standardbeispiele des quadratischen Körpers und des Kreiskörpers

hinausgeht und die allgemeine Theorie ganz wesentlich zu vertiefen gestattet. Beim quadratischen Zahlkörper sei die elegante Behandlung der Geschlechtertheorie besonders erwähnt, bei der die Kohomologietheorie der Gruppen deutlich durchscheint. Mit dem biquadratischen Körper ist das Kompositum von zwei quadratischen Körpern gemeint. Die Autoren gehen dort insbesondere der Frage nach, inwiefern die Einheitengruppe der quadratischen Unterkörper diejenige des Kompositums bestimmt. Beim kubischen Körper behandeln sie den nicht normalen Fall mit einer reellen und zwei komplexen Einbettungen in den Körper der komplexen Zahlen  $\mathbb{C}$  und im bikubischen Fall dessen Normalkörper. Auch dort wird die Einheitengruppe näher studiert. Die genauere Kenntnis dieser Gruppe in allen diesen Fällen wird im Abschnitt über  $L$ -Reihen dazu benützt, die Klassenzahl in diesen Körpern mit Hilfe der analytischen Klassenzahlformel zu bestimmen. In diesem Zusammenhang ist auch der letzte Abschnitt über die (Brauer-)Beziehungen der Zeta-Funktion eines Körpers mit denen seiner Unterkörper bemerkenswert. Auch die Abschnitte über zahme Verzweigung, elliptische Kurven, über die Modultheorie über Dedekindschen Ringen, über allgemeine Gauss'sche Summen zu beliebigen Restklassencharakteren sind Themen, die sich im allgemeinen nicht in einem Lehrbuch über algebraische Zahlentheorie finden und deren Aufnahme sehr zu begrüßen ist.

Das Buch ist sehr sorgfältig aufgebaut und abgefasst. Zusammen mit dem reichen Material an illustrativen Beispielen und Übungsaufgaben gibt es eine ausgezeichnete Einführung in die algebraische Zahlentheorie, die auch einem Anfänger, der nur mit den Elementen der Algebra und der Zahlentheorie vertraut ist, bestens empfohlen werden kann.

#### Literaturverzeichnis

- Borewicz, Z.I. und I.R. Schafarewitsch: *Zahlentheorie*. Birkhäuser, 1972 (deutsche Übersetzung aus dem Russischen, 1966).
- Hecke, Erich: *Theorie der algebraischen Zahlen*. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1923.
- Hilbert, David: *Die Theorie der algebraischen Zahlkörper*. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung, 1897.
- Ireland, Kenneth und Michael Rosen: *A Classical Introduction to Modern Number Theory*. Springer-Verlag, 1981 (zweite Auflage 1990).
- Lang, Serge: *Algebraic Number Theory*. Addison-Wesley, 1970.
- Ribenboim Paulo: *Algebraic Numbers*. Wiley, 1972.
- Weyl, Hermann: *Algebraische Zahlentheorie*. Hochschultaschenbücher, Bibliographisches Institut, 1968 (deutsche Übersetzung aus dem Amerikanischen, 1940).

Günther Frei, Quebec

**Martin, George: Polyominoes – a guide to puzzles and problems in tiling.** 172 Seiten, US \$ 21.–. The Mathematical Association of America 1991; ISBN 0-88385-501-1.

Dieses Buch bietet eine systematische Einführung in die Welt der Polyominos. Vom Monomino (einem Quadrat) bis zum Heptomino ist jedem Polyomino ein eigenes Kapitel mit kombinatorischen und geometrischen Fragestellungen, sowie Aufgaben, gewidmet. Der Leser findet einfache Übungsaufgaben bis zu schwierigen "Forschungsproblemen". Am Schluss des Buches behandelt der Autor Polyomino-Analogien, die nicht auf dem Einheitsquadrat, sondern auf Dreiecken oder Sechsecken basieren. Dieses Buch eignet sich zum einfachen Durchlesen, kann aber auch als Nachschlagewerk für den Problemkomponisten dienen. Das Kapitel über Hexominos könnte in der Schule in einer Arbeitswoche oder in einem Kapitel (kombinatorische) Geometrie behandelt werden. Für Schüler kann die Frage, welche Hexominos die Abwicklung eines Würfels darstellen, eine Herausforderung darstellen, die zum Experimentieren anregt.

S. D'Oratio, Bern