XCIe ANNEE - No 14 9 avril 1955

EDUCATEUR
ET BULLETIN CORPORATIF

Procédés de calcul

TABLE DE PYTHAGORE

Considérations sur la table de Pythagore

Pour multiplier un nombre par un autre, il faut savoir par cœur la table de multiplication.

Cette table renferme les produits de deux quelconques des 15 premiers nombres.

Pour la construire, on écrit sur une même ligne et de gauche à droite les 15 premiers nombres.

On obtient la 2e ligne en ajoutant à eux-même les nombres de la 1re.

On obtient la 3e ligne en ajoutant les nombres de la 1re à ceux de la 2e.

On obtient la 4e ligne en ajoutant les nombres de la 1re à ceux de la 3e, etc.

Soit à multiplier 5 par 8. On suit la 5e colonne verticale, jusqu'à la 8e ligne horizontale. Le nombre 40 est le produit cherché.

On serait arrivé au même résultat en suivant la 8e colonne verticale jusqu'à la 5e ligne horizontale.

On peut aussi construire la table de pythagore en comptant de de 1 en 1, de 2 en 2, de 3 en 3...

Exercice excellent à faire mentalement.

La table de Pythagore permet de vérifier qu'un produit de deux facteurs ne change pas de valeur lorsqu'on intervertit l'ordre des facteurs :

$$5 \times 8 = 8 \times 5 = 40.$$

La construction de cette table n'exige que la connaissance de l'addition.

Les lignes horizontales et les colonnes verticales qui commencent par le même chiffre se composent des mêmes nombres.

Si l'on mène la diagonale qui joint les nombres extrêmes 1 et 225, on voit que les produits de deux nombres égaux (2×2), (3×3)... c'est-à-dire les carrés des 15 premiers nombres, se trouvent sur cette diagonale.

Le produit de deux nombres inégaux se trouve deux fois dans la table et symétriquement par rapport à la diagonale.

Si la table est écrite dans un carré de 15×15 cm, on a 1 dm^2 et demi.

C'est la preuve qu'on obtient la surface du carré et celle du rectangle en multipliant la longueur par la largeur.

C'est la preuve que les mesures de surface sont de 100 en 100 fois plus grandes ou plus petites.

C'est un tableau du carré des nombres de 1 à 15.
C'est un tableau des racines carrées de 1 à 225.
C'est une table de multiplication et de division.
C'est une table de soustraction et d'addition.
C'est un tableau de la numération décimale.
On voit tout le parti qu'on peut tirer d'une telle table.

S'exercer à découvrir tout ce que ce tableau contient. Par exemple : surface d'un carré, d'un rectangle de tant sur tant. — Combien y a-t-il de nombres au cube ?...

Table de calculs de la multiplication

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	k
A	3	11	22	39	40	52	63	111	250	411
B	1	16	26	30	43	55	70	132	263	810
C	7	10	23	36	49	50	69	177	212	517
D	0	19	21	31	46	53	77	120	208	888
E	9	13	24	37	42	57	89	187	297	902
F	2	17	29	32	45	51	84	153	281	916
G	5	14	25	35	41	54	98	165	249	844
H	6	18	27	33	47	59	91	198	225	755
I	4	12	20	38	44	58	95	199	276	899
K	8	15	28	34	48	56	99	148	237	999

Exercices :

1. Multiplier les nombres horizontalement et verticalement par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, puis par 20, etc.
2. Multiplier deux colonnes entre elles : a × b ; b × c...

3. Multiplier les nombres en introduisant la virgule, soit au multiplicande, soit au multiplicateur, ou les deux à la fois.
4. Utiliser les procédés étudiés pour ces divers exercices, en ajoutant des multiplicateurs comme : 11, 101, 1001...
   22, 33, 44...
   0,9 ; 1,9 ; 2,9... (v. tableaux des procédés).
5. Elever au carré les nombres des premières colonnes.
6. Elever au cube.

Procédés de calcul mental relatifs à la multiplication

1. **Par 11, 101, 1001... 12, 102, 1002...** — On multiplie par 10, 100, 1000 et l'on ajoute au résultat le nombre lui-même ou son double.
   Exemples : 78 × 101 = 7800 + 78 = **7878**
   85 × 1002 = 85 000 + 170 = **85 170**
2. **Par 21, 31, 41... 91 et 22, 32, 42... 92.** — On multiplie par 20, 30, 40... 90 et l'on ajoute au résultat le nombre lui-même ou son double.
   Exemples : 45 × 21 = 900 + 45 = **945**
   35 × 32 = 1050 + 70 = **1120**
3. **Par 2,1 ; 3,1 ; 4,1 ;... 9,1.** — On multiplie par 2, 3, 4... 9 et l'on ajoute au résultat le 10e du nombre.
   Exemples : 45 × 2,1 = 90 + 4,5 = **94,5**
   35 × 4,1 = 140 + 3,5 = **143,5**
4. **Par 9, 99, 999... 8, 98, 998.** — On multiplie par 10, 100, 1000 et l'on retranche du résultat le nombre lui-même ou son double.
   Exemples : 94 × 9 = 940 — 94 = **846**
   94 × 8 = 940 — 188 = **752**
5. **Par 19, 29, 39... 89 et 18, 28, 38... 88.** — On multiplie par 20, 30, 40... 90 et l'on retranche du résultat le nombre lui-même ou son double.
   Exemples : 65 × 39 = 2600 — 65 = **2535**
   85 × 48 = 4250 — 170 = **4080**
6. **Par 0,9 ; 1,9 ; 2,9 ;... 9,9.** — On multiplie par 1, 2, 3, 4... 10 et l'on retranche du résultat le 10e du nombre.
   Exemples : 26 × 4,9 = 130 — 2,6 = **127,4**
   48 × 8,9 = 432 — 4,8 = **427,2**
7. **Par 0,95 ; 1,95 ; 2,95 ; 3,95...** — On multiplie par 1, 2, 3, 4... et l'on retranche du résultat 5 fois le 100e du nombre ou la moitié du 10e.
   Exemples : 14 × 1,95 = 28 — 0,70 = **27,3**
   26 × 3,95 = 104 — 1,3 = **102,7**
8. **Par 22, 33, 44, 55...** — On multiplie par 20, 30, 40, 50... et l'on augmente le résultat de son 10e.
   Exemples : 35 × 44 = 1400 + 140 = **1540**
   78 × 66 = 4680 + 468 =**5148**

9. **Par 2.** — On ajoute le nombre à lui-même.

Exemples : 245 × 2 = 245 + 200 + 40 + 5 = **490**

On peut aussi procéder par tranches.

Exemples :	6 24	36 1	13 17	3 15 2
	12 48	72 2	26 34	6 30 4

10. **Par 4.** — On double le nombre, puis on double le résultat.

Exemples : 48 × 4 = 96 × 2 = **192**
129 × 4 = 258 × 2 = **516**

11. **Par 6.** — On double le nombre, puis on triple le résultat.

Exemples : 8,5 × 6 = 17 × 3 = **51**
421 × 6 = 842 × 3 = **2526**

12. **Par 11.** — Produit par 11 d'un nombre de 2 chiffres.

a) le total des 2 chiffres du nombre ne dépasse pas 9. — On additionne les deux chiffres du nombre, et on intercale le résultat trouvé entre ces deux chiffres.

Exemples : 34 × 11 = 3 (3 + 4 = 7) 4 = **374**

b) le total des 2 chiffres dépasse 9. — On additionne les deux chiffres du nombre et on place les unités du total entre ces deux chiffres après avoir augmenté le chiffre des dizaines d'une unité.

Exemple : 83 × 11 = 9 (8 + 3 = 11) 3 = **913**

N.-B. — Si le nombre a plus de deux chiffres, on pose d'abord le chiffre des unités, puis à sa gauche successivement la somme des deux premiers chiffres, la somme du 2e et du 3e, la somme du 3e et du 4e... et enfin le dernier chiffre en tenant compte de la retenue s'il y a lieu.

Exemple : 4836 × 11 ; 5, (4 + 8), (8 + 3), (3 + 6), 6 = **53 196**

13. **Par 5, 50, 500...** — On multiplie par 10, 100, 1000... et on prend la moitié du résultat.

Exemples : 28 × 5 = 280 : 2 = **140**
37 × 50 = 3700 : 2 = **1850**

14. **Par 0,5 ; 0,05 ; 0,005...** — Par 0,5 : on prend la moitié. Par 0,05 : on prend la moitié et on divise le résultat par 10. Par 0,005 : on prend la moité et on divise le résultat par 100.

Exemples : 28 × 0,5 = 28 : 2 = **14**
28 × 0,05 = (28 : 2) : 10 = **1,4**

15. **Par 15, 150, 1500...** — On multiplie le nombre par 10, 100, 1000, et on augmente le résultat de sa propre moitié.

Exemples : $48 \times 15 = 480 + \frac{480}{2} = 480 + 240 = \mathbf{720}$

$$124 \times 150 = 12\,400 + \frac{12\,400}{2} = 12\,400 + 6\,200 = \mathbf{18\,600}$$

16. **Par 1,5 ; 0,15 ; 0,015...** — Par 1,5 : on augmente le nombre de sa moitié. Par 0,15 : on augmente le nombre de sa moitié et on divise

le résultat par 10. Par 0,015 : on augmente le nombre de sa moité et on divise le résultat par 100.

Exemples : $54 \times 1{,}5 = 54 + \dfrac{54}{2} = 54 + 27 = \mathbf{81}$

$26 \times 0{,}15 = (26 + \dfrac{26}{2}) : 10 = \mathbf{3{,}9}$

17. **Par 25, 250, 2500...** — On multiplie par 100, 1000, 10 000... et l'on prend le quart du produit obtenu.

Exemples : $84 \times 25 = (84 \times 100) : 4 = \mathbf{2100}$

$96 \times 250 = (96 \times 1000) : 4 = \mathbf{24\,000}$

18. **Par 2,5 ; 0,25 ; 0,025...** — Par 2,5 : on multiplie le nombre par 10 et l'on prend le quart du produit obtenu. Par 0,25 : on prend le quart du nombre. Par 0,025 : on prend le quart du nombre et l'on divise le résultat par 10.

Exemples : $164 \times 2{,}5 = (164 \times 10) : 4 = \mathbf{410}$

$82 \times 0{,}25 = 82 : 4 = \mathbf{20{,}5}$

19. **Par 75, 750, 7500...** — On multiplie le nombre par 100, 1000, 10 000, et on prend les trois quarts du résultat.

Exemples : $45 \times 75 = (45 \times 100) \times \dfrac{3}{4} = \mathbf{3375}$

$24 \times 750 = (24 \times 1000) \times \dfrac{3}{4} = \mathbf{18\,000}$

20. **Par 7,5 ; 0,75 ; 0,075...** — Par 7,5 : on multiplie par 10 et on prend les trois quarts du résultat. Par 0,75 : on prend les trois quarts du nombre. Par 0,075 : on prend les trois quarts du nombre et l'on divise le résultat par 10.

Exemples : $18 \times 7{,}5 = (18 \times 10) \times \dfrac{3}{4} = \mathbf{135}$

$16 \times 0{,}75 = 16 \times \dfrac{3}{4} = \mathbf{12}$

21. **Par 125, 1250, 12 500...** — On multiplie par 1000, 10 000, 100 000... et l'on prend le huitième du résultat.

Exemples : $14 \times 125 = (14 \times 1000) : 8 = \mathbf{1750}$

$18 \times 1250 = (18 \times 10\,000) : 8 = \mathbf{22\,500}$

22. **Par 12,5 ; 1,25 ; 0,125...** On multiplie par 1000, on prend le huitième du résultat et l'on divise encore par 10, 100, 1000, le dernier résultat.

Exemples : $36 \times 12{,}5 = \dfrac{36 \times 100}{8}) : 10 = \mathbf{450}$

$28 \times 1{,}25 = \dfrac{28 \times 1000}{8}) : 100 = \mathbf{35}$

23. **Par 45.** — On multiplie par 100, on divise le produit par 2, et au résultat, on retranche son dixième.

Exemples : 76×45 ; 76×100, 7600 ; 7600 : 2, 3800 ; $3800 - 380 = \mathbf{3420}$
92×45 ; 92×100, 9200 ; 9200 : 2, 4600 ; $4600 - 460 = \mathbf{4140}$

24. **Par 55.** — On multiplie par 100, on divise le produit par 2, et au résultat, on ajoute son 10e.

Exemples : 76×55; 76×100, 7600; 7600 : 2, 3800; $3800 + 380 = \mathbf{4180}$
92×55; 92×100, 9200; 9200 : 2, 4600; $4600 + 460 = \mathbf{5060}$

25. **Par 225, 375, 625, 875, 35, 9, 12, 18,** voir pages 14 et 16.

26. **Produit de deux nombres terminés par 5.** — On multiplie les dizaines entre elles, on ajoute à ce produit la demi-somme des dizaines, on multiplie cette somme par 100, et l'on ajoute 25.

Exemples : $35 \times 75 = (21 + 5) \times 100 + 25 = \mathbf{2625}$
$25 \times 95 = (18 + 5{,}5) \times 100 + 25 = \mathbf{2375}$

27. **Produit de deux mêmes nombres terminés par 5** (carré). — On multiplie le nombre des dizaines par le nombre entier immédiatement supérieur et l'on écrit 25 à droite de ce produit.

Exemples : $65^2 = 65 \times 65 = (6d \times 7d) + 25 = \mathbf{4225}$
$85^2 = 85 \times 85 = (8d \times 9d) + 25 = \mathbf{7225}$

28. **Produit de deux nombres compris dans la même dizaine et dont la somme des unités est égale à 10** (voir 14).

Exemples : $47 \times 43 = (4d \times 5d) + 21 = \mathbf{2021}$
$68 \times 62 = (6d \times 7d) + 16 = \mathbf{4216}$

29. **Produit de deux nombres compris dans deux dizaines successives et dont la somme des unités est égale à 10.** — On ne tient compte que du grand nombre. On élève au carré le chiffre des dizaines d'une part, et d'autre part le chiffre des unités. Du premier résultat on retranche le second.

Exemples : 47×53 ; 50×50, 2500 ; 3×3,9 ; $2500 - 9 = \mathbf{2491}$
78×82 ; 80×80, 6400 ; 2×2, 4 ; $6400 - 4 = \mathbf{6396}$

30. **Produit de deux nombres compris entre 10 et 20.** — On ajoute au premier facteur les unités du second, on multiplie cette somme par 10 et l'on ajoute au résultat le produit des unités.

Exemples :

17×13 ; $17 + 3$, 20 ; 20×10, 200 ; 7×3, 21 ; $200 + 21 = \mathbf{221}$
12×16 ; $12 + 6$, 18 ; 18×10, 180 ; 2×6, 12 ; $180 + 12 = \mathbf{192}$

31. **Produit de deux nombres compris dans la même dizaine.** — C'est l'extension du cas ci-dessus. Au lieu de multiplier par 10, on multiplie par le chiffre de la dizaine.

Exemples :

28×25 ; $28 + 5$, 33 ; 33×20, 660 ; 8×5, 40 ; $660 + 40 = \mathbf{700}$
97×96 ; $97 + 6$, 103 ; 103×90, 9270 ; 7×6, 42 ; $9270 + 42 = \mathbf{9312}$

32. **Produit de deux nombres compris entre 100 et 120.** — On ajoute au premier facteur les dizaines et les unités du second, on multiplie cette somme par 100 et l'on ajoute au résultat le produit des dizaines et unités des deux nombres.

Exemples : 107 × 109 ; 107 + 9, 116 × 100, 11 600 ;
7 × 9, 63 ; 11 600 + 63 = **11 663**
117 × 115 ; 117 + 15, 132 ; 132 × 100, 13 200 ;
17 × 15, 255 ; 13200 + 255 = **13 455**

33. **Produits de deux nombres terminés par 1.** — On écrit de gauche à droite le produit des chiffres des dizaines, la somme de ces chiffres et le chiffre 1. Si la somme des dizaines est supérieure à 9, on tient compte de la retenue.

Exemples : 61 × 31 = 6d × 3d, 18d ; 6 + 3, 9 ; 1 = **1891**
81 × 41 = 8d × 4d, 32d ; 8 + 4, 12 ; 1 = **3321**

34. **Produit de deux nombres terminés par 9.** — On fait la différence entre le produit et la somme des nombres ronds voisins et on ajoute 1 au résultat.

Exemples :
59 × 39 = (60 × 40) — (60 + 40) + 1 = 2400 — 100 + 1 = **2301**
69 × 59 = (70 × 60) — (70 + 60) + 1 = 4200 — 130 + 1 = **4071**

35. **Produit de deux nombres compris entre 20 et 100.** — On fait le produit du multiplicande par les dizaines du multiplicateur ; on lui ajoute le produit des dizaines du multiplicande par les unités du multiplicateur. Au résultat qui exprime des dizaines, on ajoute le produit des unités.

Exemples : 83 × 24 ; 83 × 2, 166 ; 166 + 32, 198 ; 198d + 12 = **1992**
48 × 56 ; 48 × 5, 240 ; 240 + 24, 264 ; 264d + 48 = **2688**

Application de quelques formules au calcul mental

1. $(a + b) \times n = an + bn$ **Produit d'une somme par un nombre.**

Exemples : 82 × 5 = (80 + 2) × 5 = 400 + 10 = **410**
134 × 8 = (125 + 9) × 8 = 1000 + 72 = **1072**

2. $(a — b) \times n = an — bn$ **Produit d'une différence par un nombre.**

Exemples : 78 × 6 = (80 — 2) × 6 = 480 — 12 = **468**
donc : 96 × 25 = 100 — 4) × 25 = 2500 — 100 = **2400**

3. $(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$ **Carré d'une somme.**

Application : carré de 21, 31, 41, 51... 91

Exemples : $41^2 = (40 + 1)^2 = 1600 + 80 + 1 =$ **1681**
$71^2 = (70 + 1)^2 = 4900 + 140 + 1 =$ **5041**

4. $(a — b)^2 = a^2 — 2\,ab + b^2$ **Carré d'une différence.**

Application : carré de 19, 29, 39, 49, 59... 99

Exemples : $49^2 = (50 — 1)^2 = 2500 — 100 + 1 =$ **2401**
$79^2 = (80 — 1)^2 = 6400 — 160 + 1 =$ **6241**

5. $(a + b) \times (a — b) = a^2 — b^2$ **Produit de la somme de deux nombres par leur différence.**

Application : Produit de deux nombres équidistants d'un nombre rond.

Exemples : 43 × 37 = (40 + 3) × (40 — 3) = 1600 — 9 = **1591**
104 × 96 = (100 + 4) × (100 — 4) = 10 000 — 16 = **9984**

6. a × (bc) = a × b × c **Décomposition des facteurs.**

Application : Multiplication par 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18...

Exemples : 28 × 6 = 28 × (2 × 3) = **168**

52 × 9 = 52 × (3 × 3) = **468**

Moyen de trouver les diviseurs d'un nombre

72	2	1, 2
36	2	4
18	2	8
9	3	3, 6, 12, 24
3	3	9, 18, 36, **72**
1		

900	2	1, 2
450	2	4
225	3	3, 6, 12
75	3	9, 18, 36
25	5	5, 10, 20, 15, 30, 60, 45, 90, 180
5	5	25, 50, 100, 75, 150, 300, 225, 450, **900**

Règle :

1. On décompose le nombre en ses facteurs premiers : 2, 3, 5, 7... (2e colonne).
2. On écrit le résultat de chacune de ces divisions sous le nombre en question (1er colonne).
3. On écrit ensuite d'abord le facteur 1, puis le premier facteur trouvé, on multiplie ensuite chacun des facteurs de la deuxième colonne par ceux de la troisième qu'on a déjà trouvés.

180	2	1, 2		1, 2
90	2	4	2 × 2	4
45	3	3, 6, 12	2 × 1 ; 3 × 2 ; 3 × 4	3, 6, 12
15	3	9, 18, 36	3 × 3 ; 3 × 6 ; 3 × 12	9, 18, 36
5	5	5, 10, 20, 15, 30, 60, 45, 90, **180**	5 × 1 ; 5 × 2 ;...	5, 10....
1				

Faire de nombreux exercices de décomposition en facteurs premiers.

Remarquer l'application qu'on peut faire par exemple avec la surface d'un rectangle mesurant 72 m², surface constante.

Cette surface peut avoir comme longueur et largeur les dimensions suivantes :

72 m²

Longueur	Largeur
72	1
36	2
24	3
18	4
12	6
9	8
8	9
6	12
4	18
3	24
2	36
1	72

Et du même coup, on peut expliquer ce que sont les grandeurs inversement proportionnelles.

Moyen rapide de trouver le plus petit dénominateur commun de plusieurs fractions irréductibles.

Dénominateurs			Facteurs
18	15	12	2
9		6	
9	15	6	2
		3	
9	15	3	3
3	5	1	
3	5		3
1			
	5		5
	1		

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{180}$

ou

Dénominateurs			Facteurs
18	15	12	2
9	5	6	2
3	1	3	3
1		1	3
			5

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{180}$

Marche à suivre. — On divise d'abord par 2 : 18 et 12
De nouveau par 2 : 6
Ensuite par 3 : 9, 15 et 3
De nouveau par 3 : 3
Enfin par 5 : 5

On fait le produit des facteurs trouvés et l'on obtient le dénominateur commun. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{180}$

Table de calculs des fractions

	a	b	c	d	e
A	$^1/_2$	$^1/_3$	$^1/_4$	$^1/_5$	$^1/_6$
B	$^2/_3$	$^2/_5$	$^2/_7$	$^2/_9$	$^1/_{10}$
C	$^5/_8$	$^3/_{11}$	$^3/_{13}$	$^2/_{15}$	$^1/_{14}$
D	$3\ ^1/_2$	$1\ ^3/_4$	$1\ ^1/_7$	$1\ ^1/_8$	$1\ ^1/_{12}$
E	$9\ ^1/_5$	$7\ ^3/_8$	$5\ ^2/_9$	$4\ ^1/_4$	$3\ ^2/_3$

Exercices :

1. Additionner verticalement, horizontalement, obliquement, deux fractions, trois...
2. Soustraire deux fractions dans le sens horizontal : a — b ; b — c...
3. Soustraire deux fractions dans le sens vertical, dans le sens oblique. Attention ! Ce n'est pas toujours possible !
4. Multiplier deux fractions ou plusieurs entre elles et simplifier.
4. Diviser deux fractions entre elles.
6. Transformer les fractions en fractions décimales.
7. Classer les fractions par ordre de grandeur croissante ou décroissante.
8. Utiliser les autres tables de calcul pour des exercices de simplification, d'extraction d'entiers, d'addition...

   Par exemple : **Table de calculs de l'addition** (page 5).

   Trouver dans les lignes hirizontales $\frac{A}{B}$ toutes les fractions plus grandes que l'unité, toutes celles qu'on peut simplifier.

   $$\frac{27}{21} \quad \frac{37}{33} \quad \frac{42}{46} \quad \frac{69}{66} \quad \frac{74}{80} \ \ldots$$

9. Pour rendre plus concrets ces exercices, on peut par exemple prendre les fractions du m, du kg, du g, du 1, du f et dire combien on trouve de cm, de g,...

   Exemples : 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, m = cm ?
   1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, kg = g ?
   1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6 h = mm ?

Remarques. — Ce tableau permet quantité d'autres exercices. Par exemple : Quel % d'un nombre représente chacune des fractions ?
Quelle fraction d'un nombre représentent : 1/2 % ; 1/3 %...
Mêmes exercices avec ‰

Table de calculs des intérêts

	Intérêt		Capital	Taux	Temps
1	32	(16)	800	4 %	1/2 an
2	81	(27)	1 800	4 1/2 %	1/3 an
3	1 050	(525)	20 000	5 1/4 %	6 mois
4	69,75	(23,25)	1 860	3 3/4 %	4 mois
5	20	(5)	400	5 %	3 mois
6	0,35	(0,70)	10	3 1/2 %	2 ans
7	17,5	(35)	500	3 1/2 %	2 ans
8	20	(10)	800	2 1/2 %	180 jours
9	20	(30)	400	5 %	540 jours
10	60	(5)	2 000	3 %	1 mois
11	16	(32)	400	4 %	2 ans
12	120	(60)	3 000	4 %	6 mois
13	20	(90)	400	5 %	4 ans 1/2
14	405	(135)	9 000	4 1/2 %	4 mois
15	2,45	(4,90)	70	3 1/2 %	2 ans
16	390	(32,5)	6 500	6 %	1 mois
17	90	(30)	1 800	5 %	4 mois
18	360	(150)	16 000	2 1/4 %	5 mois
19	36	(1,5)	800	4 1/2 %	15 jours
20	2 640	(440)	48 000	5 1/2 %	60 jours
21	63	(1,75)	1 800	3 1/2 %	10 jours
22	90	(45)	2 000	4 1/2 %	6 mois
23	20	(5)	1 000	2 %	3 mois
24	180	(90)	4 000	4 1/2 %	6 mois
25	500	(62,5)	20 000	2 1/2 %	45 jours

Remarque. — Le premier nombre de la colonne **intérêt** indique toujours l'intérêt annuel, le second nombre indique l'intérêt correspondant au temps donné dans la colonne **temps.**

Ce tableau est auto-correctif.

Exercices :

1. Cacher une colonne, par exemple celle de l'intérêt, et calculer cet intérêt d'après les autres données.
2. Trouver l'intérêt pour un temps autre que celui indiqué.
3. Doubler, tripler, quadrupler l'intérêt annuel et trouver le capital correspondant.
4. Doubler, tripler... le capital et trouver l'intérêt correspondant.
5. Doubler, tripler... le temps et trouver l'intérêt correspondant.

Il est aisé de multiplier les exercices.

Rappel : $\text{Intérêt annuel} = \dfrac{\text{Capital}}{100} \times \text{Taux}$

$$\text{Capital} = \frac{\text{Intérêt annuel}}{\text{Taux}} \times 100$$

$$\text{Taux} = \frac{\text{Intérêt annuel}}{\text{100e du Capital}} \qquad \text{Temps} = \frac{\text{Intérêt total}}{\text{Intérêt annuel}}$$

Quelques problèmes sur les fractions

I

1.	Les $^3/_4$ d'un nombre = 15.	Quel est ce nombre ?	R 20
2.	Un nombre + son $^1/_3$ = 24	»	R 18
3.	Le $^1/_3$ d'un nombre + ses $^2/_5$ = 44	»	R 60
4.	$^3/_4$ d'un nombre — son $^1/_3$ = 25	»	R 60
5.	$^1/_4$ d'un nombre + 20 = 36	»	R 64
6.	$^3/_5$ d'un nombre — 15 = 21	»	R 60
7.	On prend les $^2/_5$ d'un nombre ; il reste 18.	»	R 30
8.	On prend le $^1/_3$ + les $^2/_5$ d'un nombre ; il reste 84.	»	R 315
9.	On prend les $^2/_3$ — les $^2/_5$ d'un nombre ; il reste 77.	»	R 105
10.	On prend le $^1/_4$ d'un nombre + 21 ; il reste 15.	»	R 48
11.	On prend les $^4/_5$ d'un nombre — 15 ; il reste 58.	»	R 215
12.	On prend les $^3/_5$ d'un nombre + $^1/_4$ du reste ; il reste 18.	»	R 60
13.	Les $^2/_5$ d'un nombre valent 162 fr. Que valent les $^4/_9$ de cette somme ?	»	R 180

II

$20 \times ... = 70$ R $3\ ^1/_2$	$50 : ... = 40$ R $1\ ^1/_4$
$30 \times ... = 50$ R $1\ ^2/_3$	$120 : ... = 50$ R $2\ ^2/_5$
$40 \times ... = 90$ R $2\ ^1/_4$	$240 : ... = 70$ R $3\ ^3/_7$
$50 \times ... = 80$ R $1\ ^3/_5$	$450 : ... = 80$ R $5\ ^5/_8$
$120 \times ... = 230$ R $1\ ^{11}/_{12}$	$234 : ... = 90$ R $2\ ^3/_5$
$310 \times ... = 450$ R $1\ ^{14}/_{31}$	$330 : ... = 220$ R $1\ ^1/_2$

QUELQUES EXERCICES DE CALCUL RAPIDE

Nous proposons quelques exercices de calcul mental en fin d'ouvrage parce qu'ils nous paraissent nécessaires pour acquérir une certaine sûreté, en particulier en ce qui concerne les fractions.

L'exercice expliqué ci-dessous permet de se rendre compte du vocabulaire usité en arithmétique.

Il faut bien faire la différence entre valeur absolue et valeur relative.

Par exemple : $8 + \frac{1}{4} = \frac{32+1}{4} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$

ou 8,25 = valeur absolue de $^1/_4$.

mais 8 + le $^1/_4$ (sous-entendu le $^1/_4$ de 8) $= 8 + \frac{8}{4} = 10$

= valeur relative de $^1/_4$

Exercice expliqué

120 — 40	= 80	= 80
+ 20	= 80 + 20	= 100
+ le $^1/_4$	$= 100 + \frac{100}{4}$	= 125
$\times$ $^1/_5$	$= \frac{125 \times 1}{5}$	= 25
Prendre le $^1/_5$	$= \frac{25 \times 1}{5}$	= 5
+ la moitié	$= 5 + \frac{5}{2}$	= 7,5
+ $^1/_2$	= 7,5 + 0,5	= 8
: 4	= 8 : 4	= 2
+ 80 %	= 2 + 0,80	= 2,80
+ le 5 %	$= 2{,}80 + \frac{2{,}80 \times 5}{100}$	= 2,94
— $^4/_5$	= 2,94 — 0,80	= 2,14
— $^1/_{10}$	= 2,14 — 0,1	= 2,04
— les $^2/_3$	= 2,04 — 1,36	= 0,68
+ 2 $^1/_5$	= 0,68 + 2,20	= 2,88
+ les $^3/_4$	= 2,88 + 2,16	= 5,04
— 4 %	= 5,04 — 0,04	= 5
Au carré	$= 5 \times 5$	= 25
: $^5/_7$	$= \frac{25 \times 7}{5}$	= 35

Quelques exercices de calcul rapide

1 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 (= 55)	**2** $\frac{1}{1}$ + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{6}$ + $\frac{1}{7}$ + $\frac{1}{8}$ + $\frac{1}{9}$ + $\frac{1}{10}$ (= 2,92)	**3** 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 (= 385)	**4** 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 (= 3025)
5 Moyenne ? 75 f + 60 f + 120 f + 150 f + 25 f + 15 f + 12 f + 79 f + 140 f + 175 f (= 85,1)	**6** Prix moyen ? 20 c + 22 c + 25 c + 24 c + 27 c + 21 c + 23 c + 26 c + 29 c + 28 c (= 24,5)	**7** Somme ? 50 % + 25 % + 75 % + 12 $\frac{1}{2}$ % + 37 $\frac{1}{2}$ % + 2 $\frac{1}{2}$ % + 15 % + 10 % + 5 % + 100 % (= 332,5)	**8** Somme ? $\frac{5}{8}$ + 2 $\frac{5}{8}$ + $\frac{1}{8}$ + $\frac{3}{8}$ + 4 $\frac{5}{8}$ + 1 $\frac{3}{8}$ + 10 $\frac{1}{8}$ + $\frac{7}{8}$ + $\frac{15}{8}$ + $\frac{8}{8}$ (= 23 $\frac{5}{8}$)
9 Réponse en cm + 12 mm + 10 cm + 15 dm + $\frac{1}{10}$ m + $\frac{1}{5}$ dam + $\frac{1}{4}$ hm + $\frac{1}{100}$ km + 79 $\frac{3}{4}$ cm + 2 $\frac{1}{2}$ dam + $\frac{4}{5}$ km (= 86 450,95)	**10** Réponse en cm $\frac{1}{2}$ m + $\frac{1}{4}$ m + $\frac{3}{4}$ m + $\frac{1}{12}$ m + $\frac{4}{5}$ m + $\frac{1}{10}$ m + $\frac{3}{10}$ m + $\frac{3}{8}$ m + $\frac{1}{3}$ m + $\frac{1}{6}$ m (= 365,83)	**11** Réponse en kg 1 t + 11 q + $\frac{11}{10}$ kg + $\frac{1}{2}$ hg + 10 dag + 100 g + 1000 dg + $\frac{12}{5}$ cg + $\frac{18}{5}$ mg + 7 livres (= 2 104,95)	**12** Réponse en l + $\frac{1}{2}$ hl + $\frac{1}{3}$ dal + $\frac{1}{4}$ l + $\frac{1}{5}$ dl + 12 cl + 105 ml + $\frac{9}{10}$ hl + 107 dal + $\frac{1}{100}$ l + 210 dl (= 1 234,83)
13 Réponse en g $\frac{1}{2}$ kg + 2 $\frac{1}{4}$ kg + 7 $\frac{1}{2}$ kg + $\frac{5}{8}$ kg + $\frac{3}{4}$ kg + $\frac{1}{5}$ kg + $\frac{5}{6}$ kg + 1 $\frac{1}{2}$ kg + 8 $\frac{3}{4}$ kg + $\frac{5}{12}$ kg (= 23 554,99)	**14** 30 m — 1 $\frac{1}{2}$ m — 5 $\frac{1}{2}$ m — 4 $\frac{1}{10}$ m — 2 $\frac{1}{4}$ m — 2 $\frac{2}{5}$ m — 3 $\frac{1}{4}$ m — 2 $\frac{1}{2}$ m — 2 $\frac{3}{10}$ m — 2 $\frac{3}{4}$ (= 3,45)	**15** Réponse en c $\frac{1}{2}$ f + $\frac{3}{4}$ f + $\frac{2}{5}$ f + 4 $\frac{7}{10}$ f + $\frac{3}{10}$ f + $\frac{4}{5}$ f + 8 $\frac{1}{2}$ f + 30 $\frac{1}{2}$ f + 4,7 f + 9 $\frac{1}{5}$ f (= 6 035)	**16** Réponse en f $\frac{1}{2}$ f + 50 c + $\frac{3}{4}$ f + 25 c + $\frac{1}{4}$ f + $\frac{2}{4}$ f + 25 c + 75 c + 20 c + 5 c (= 4)
17 Réponse en mn $\frac{1}{4}$ h + $\frac{2}{4}$ h + $\frac{3}{4}$ h + $\frac{1}{2}$ h + 15 mn + 30 mn + 20 mn + 120 sec. + 45 mn + 10 mn (= 242)	**18** Réponse en mn $\frac{1}{2}$ h + $\frac{1}{4}$ h + $\frac{3}{4}$ h + 1 $\frac{1}{2}$ h + 5 $\frac{3}{4}$ h + $\frac{1}{6}$ h + $\frac{1}{3}$ h + $\frac{5}{4}$ h + $\frac{12}{60}$ h + $\frac{15}{20}$ h (= 672)	**19** Réponse en jours (1 an = 360 j) $\frac{1}{4}$ an + $\frac{1}{3}$ an + $\frac{1}{9}$ an + $\frac{3}{4}$ an + $\frac{1}{2}$ an + $\frac{1}{12}$ an + $\frac{1}{72}$ an + $\frac{1}{6}$ an + $\frac{1}{36}$ an + $\frac{2}{5}$ an (= 949)	**20** Réponse en mois $\frac{1}{2}$ an + $\frac{1}{3}$ an + $\frac{1}{4}$ an + $\frac{3}{4}$ an + $\frac{2}{3}$ an + $\frac{1}{6}$ an + $\frac{5}{6}$ an + $\frac{7}{12}$ an + 1 $\frac{2}{3}$ an + 2 $\frac{1}{4}$ an (= 96)

21 Réponse en pièces 12 pièces + 12 douzaines + 12 grosses + 1/2 douzaine + 1/2 grosse + 40 pièces + 4 1/2 douzaines + 1 1/4 grosse + 2 11/12 grosse + 3 1/6 douzaines (= 2694)	**22** Réponse en m^2 1/8 km^2 + 2/5 hm^2 + 10 dam^2 + 17 3/5 m^2 + 15 1/2 dm^2 + 20 1/5 cm^2 + 100 3/4 mm^2 + 1/2 km^2 + 1/4 hm^2 + 1/10 dam^2 (= 632 527,75)	**23** Réponse en m^2 1 mm^2 + 1 cm^2 + 1 dm^2 + 1 m^2 + 1 ca + 1 a + 1 ha + 1 km^2 + 5/2 km^2 + 2/5 a (= 3 510 142.01)	**24** Réponse en dm^3 1 m^3 + 10 dm^3 + 15 cm^3 + 18 mm^3 + 1000 dm^3 + 100 cm^3 + 10 cm^3 + 3/10 m^3 + 1/5 dm^3 + 1000 mm^3 (= 2 310,32)
25 19 + 27 + 54 : 25 + 16 + 1/5 + 80 % : 7 × 17 + 49 — 18 (= 82)	**26** 17 × 15 : 3 + 15 — 48 la moitié + 50 % prendre le 1/5 + 7/10 × 3 + 82 (= 100)	**27** les 4/5 de 80 : 8 au carré + 100 % au carré + 775 : 8 + 75 : 350 — 200 % (= 0)	**28** 11^2 — 10^2 + 79 au carré — 999 — 100 % : 450 prendre les 3/5 prendre les 3/4 au cube : 81 (= 9)
29 1,5 + 2,5 — 0,75 — 0,2 — 0,05 — 1,8 : 0,06 : 0,1 × 0,24 : 0,4 × 0,05 (= 6)	**30** 0,02 × 0.1 × 1000 — 0,2 + 3,1 : 0,01 × 0,03 + 0,3 : 0.5 × 2.2 : 0,06 (= 1 100)	**31** 1/3 + 1/6 + 1/2 : 1/12 : 1/10 : 8/25 : 25 le double le triple : 9/10 × 0,25 (= 25)	**32** 25^2 : 5^2 × 7/5 + 75 — 10^2 × 3/4 + 3/4 + 0,75 : 9 + 7/7 × 15 % (= 0,30)
33 1/4 de 1 + 3/4 + 1/2 + 3/5 + 8/10 + 10 % — 1/8 — 0,875 — 0,125 — 5/8 (= 1,25)	**34** 1,5 × 4 × 18 prendre le 1/9 prendre les 5/6 : 5/7 : 7/8 : 8/13 × 2/5 + 6/10 au carré (= 121)	**35** 8/9 : 2 + 5/9 + 2 1/2 + 5/6 + 5/18 — 5/18 — 3 2/9 + 1 + 2 — 4 (= 1/9)	**36** 3/4 : 1/2 : 1/5 : 1/8 : 1/3 : 4 + 1/4 — 5 3/5 — 3 : 5 — 0,33 (= 7)
37 les 4/5 d'un nombre = 60 quel est ce nbre ? prendre le 1/5 + le 1/4 de 40 au cube + les 100 % + 750 : 125 prendre les 10 % + 1,4 (= 3)	**38** les 2 % d'un nb = 54 quel est ce nb ? — 10 — 15 + 5 : 50 × 1/2 × 12 3/4 + 4 : 2 (= 172,85)	**39** les 15/12 d'un nb = 300 quel est ce nb ? prendre les 3/8 prendre les 4/9 prendre le 1/4 — la moitié + le triple — 20 % + 5,2 × 0,001 (= 0,025)	**40** les 7/8 d'un nb = 280 quel est ce nb ? prendre les 80 % prendre la moitié prendre les 3/4 + le 1/8 : 9 : 12 au carré au cube (= 1)

PROBLÈMES VARIÉS

Transvasements

I. — Jean-Paul est envoyé par sa maman à la rivière pour y prendre exactement 5 litres d'eau.

Il n'a à sa disposition que deux seaux : l'un de 4 litres, l'autre de 3 litres.

Comment doit-il faire pour ne rapporter que 5 litres d'eau ?

Première solution

5

4	3	
4	0	on remplit le seau 4 ;
1	3	avec ce seau 4 on remplit le seau 3 ;
1	0	on vide ce seau 3 ;
0	1	on verse le litre du seau 4 dans le seau 3 ;
4	1	on remplit à nouveau le seau 4.

4 + 1 = **5 litres.**

Deuxième solution

5

4	3	
0	3	on remplit le seau 3 ;
3	0	on verse le seau 3 dans le seau 4 ;
3	3	on remplit de nouveau le seau 3 ;
4	2	on complète le seau 4 en ajoutant 1 litre du seau 3 ;
0	2	on vide le seau 4 ;
2	0	on verse le reste du seau 3 dans le seau 4 ;
2	3	on termine en remplissant une dernière fois le seau 3.

2 + 3 = **5 litres.**

II. — Un fermier envoie son domestique à la fontaine pour qu'il lui rapporte 4 litres d'eau. Or, le domestique ne dispose que d'un bidon de 5 litres et d'un autre de 3 litres. Comment va-t-il faire ?

Première solution

4

5	3	
0	3	on remplit le bidon 3 ;
3	0	on verse ce bidon 3 dans le bidon 5 ;
3	3	on remplit de nouveau le bidon 3 ;
5	1	on complète le bidon 5 en ajoutant deux litres du bidon 3 ;
0	1	on vide le bidon 5 ;
1	0	on verse le reste du bidon 3 dans le bidon 5 ;
1	3	on remplit encore une fois le bidon 3.

1 + 3 = **4 litres.**

Deuxième solution

4

5	3	
5	0	on remplit le bidon 5 ;
2	3	avec ce bidon 5 on remplit le bidon 3 ;
2	0	on vide ce bidon 3 ;
0	2	on verse le bidon 5 dans le bidon 3 ;
5	2	on remplit de nouveau le bidon 5 ;
4	3	avec ce bidon 5 on complète le bidon 3 qu'on vide ;
4	0	il reste quatre litres dans le bidon 5, et c'est la réponse.

4 litres.

III. — On t'envoie à la pompe avec un seau de 7 litres et un seau de 5 litres.
On te demande de rapporter exactement 8 litres d'eau.
Comment vas-tu faire ?
A l'aide des problèmes précédents, cherche toi-même une ou plusieurs solutions.

La marche à reculons

I. — Bernard, s'adressant à son père, lui dit : « Papa, si tu me donnes le double de ce que j'ai en poche, je dépose 6 francs dans ma tirelire. »

« D'accord » lui dit son père.

L'enfant fit ensuite la même demande à son bon vieux grand-père, puis à son oncle Roger, qui, tous deux, accèdent à son désir.

L'enfant ayant déposé chaque fois 6 francs dans sa tirelire n'eut plus rien en poche.

Quel était son avoir primitif ?

Solution : il faut commencer par la fin. Voici la triple marche à suivre :

III.	$0 + 6 = 6$ $6 : 2 = 3$
II.	$3 + 6 = 9$ $9 : 2 = 4{,}50$
I.	$4{,}5 + 6 = 10{,}50$ $10{,}50 : 2 = 5{,}25$

Vérification

I.	$5{,}25 \times 2 = 10{,}50$ $10{,}50 - 6 = 4{,}50$
II.	$4{,}50 \times 2 = 9$ $9 - 6 = 3$
III.	$3 \times 2 = 6$ $6 - 6 = 0$

Réponse : **5,25 francs**

II. — Un homme entre dans une première maison de jeu. Il paie un franc d'entrée. Il dépense la moitié de ce qu'il lui reste et paie un franc pour la sortie. Il entre dans la deuxième maison de jeu. Il paie un franc d'entrée, dépense la moitié de ce qu'il lui reste, et paie un franc pour sortir. De même dans la troisième et la quatrième maison. En quittant la dernière maison, il n'a plus rien.

Combien avait-il à l'entrée de la première maison ?

Solution :

IV.	$0 + 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $2 + 1 = 3$
III.	$3 + 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $8 + 1 = 9$
II.	$9 + 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $20 + 1 = 21$
I.	$21 + 1 = 22$ $22 \times 2 = 44$ $44 + 1 = 45$

Réponse : **45 francs.**

II. — Un maraudeur pénétra dans un verger gardé par trois hommes dont il ne soupçonnait pas la présence. Il fit une provision de pommes. Quand il voulut sortir, le premier gardien exigea la moitié des pommes plus deux pommes. Rencontrant le second gardien il dut lui donner la moitié de ce qui lui restait plus deux pommes. Le dernier gardien, à son tour, exigea la moitié de ce qui lui restait plus deux pommes.

Le malheureux sortit avec une seule pomme !

Combien avait-il cueilli de pommes ?

Trouve toi-même quelle était la provision de pommes du maraudeur.

Les coups de ciseaux

I. — Un tailleur coupe chaque jour deux mètres d'une pièce de drap de 16 mètres de longueur.

Au bout de combien de jours aura-t-il coupé la pièce ?

Etablir la solution graphique

Réponse : **7 jours.**

II. — Une mercière a un ruban de 20 mètres de long ; tous les jours, elle en coupe deux mètres.

Au bout de combien de jours le ruban sera-t-il entièrement coupé ?

Solution :

Nombre de jours : 20 m : 2 m = 10 jours ; 10 jours — 1 jour = **9 jours**
ou : 20 m — 2 m = 18 m ; 18 m : 2 m = **9 jours**

III. — Un tailleur a une pièce de drap de 42 m. Tous les jours il en coupe 3 m. Au bout de combien de jours la pièce sera-t-elle entièrement coupée ?

A l'aide des problèmes précédents, trouve toi-même la réponse.

Les échelons

I. — Une maison est en flammes. Un pompier se tient sur l'échelon du milieu d'une grande échelle et dirige le jet de sa lance sur l'incendie. La fumée diminuant, il s'élève de trois échelons et continue à arroser le feu. Celui-ci augmentant, le pompier doit redescendre de cinq échelons. Un peu plus tard, il remonte de sept échelons et y reste jusqu'à ce que l'incendie soit éteint. Alors il grimpe les six échelons qui restent et pénètre dans le bâtiment.

Combien l'échelle a-t-elle d'échelons ?

Etablir la solution graphique

Si on appelle M l'échelon du milieu ou O, on trouve en haut et en bas de ce point de départ : 11 + 11 = 22 échelons ; + 1 celui du milieu.

Réponse : **23 échelons.**

II. — Une échelle de pompier déployée mesure 24 m. de longueur. Tous les 30 cm, il y a un échelon.

Combien l'échelle a-t-elle d'échelons ?

Solution :

l'échelle a : 24 m : 0,30 m = 80 ; 80 — 1 = **79 échelons**

ou : 24 m — 0,30 m = 23,70 ; 23,70 m : 0,30 = **79 échelons**

Les montres à retardement

I. — Une montre retarde d'un quart de minute pendant le jour ; mais par suite du changement de température, elle avance de un tiers de minute pendant la nuit.

Au bout de combien de jours aura-t-elle avancé de deux minutes, sachant qu'aujourd'hui, au soir, elle donnait l'heure exacte ?

Solution :

en 24 h, une nuit et un jour, la montre avance de $1/3 - 1/4 = 1/12$ de minute; après 20 jours de 24 h., elle avance de $1/12 \times 20 = 20/12$ ou $5/3$ de minute au soir de ce vingtième jour. La nuit suivante elle avancera de :

$$5/3 + 1/3 = 6/3 \text{ ou 2 minutes}$$

Réponse : **20 jours plus une nuit.**

II. — Un comte se couche en donnant l'ordre à son valet de chambre de le réveiller à 6 heures. Pendant la nuit, le comte se réveille brusquement et consulte sa montre. Il remarque qu'elle indique minuit, mais qu'elle est arrêtée. Il la remonte et se rendort. Quand le valet de chambre frappe, la montre du comte marque 4 heures.

A quelle heure s'est-il réveillé pendant la nuit ?

Solution :

Le valet de chambre vient frapper à la porte du comte à 6 heures. Or la montre marquait 4 heures. Elle avait donc 2 heures de retard et s'était arrêtée pendant 2 heures. Quand la montre marquait minuit, il était en réalité 2 heures.

Réponse : **2 heures.**

III. — Marc et Denis doivent se retrouver à midi exactement. La montre de Marc retarde de 5 minutes et il croit qu'elle avance de 5 minutes. La montre de Denis avance de 5 minutes et il pense qu'elle retarde de 5 minutes.

Lequel arrivera le premier ?

Les escargots sportifs

I. — Un escargot, voyant le soleil se cacher après une averse, a entrepris de monter au faîte d'un poteau télégraphique de 20 mètres. Il l'a justement choisi pour sa haute taille, car il veut en remontrer au soleil. Mais hélas ! ce pauvre escargot s'il réussit à monter de 5 m le jour, il redescend de 4 m chaque nuit !

Combien de jours lui faudra-t-il, dans ces conditions, pour chanter victoire en atteignant le sommet ?

Solution :

L'escargot progresse d'un mètre par jour. Quand il aura marché pendant quinze jours complets, il sera à 5 m du sommet. Ce dernier sera atteint à la fin du jour qui suivra.

Il lui faudra donc marcher seize jours et quinze nuits.

Réponse : **16 jours, 15 nuits.**

II. — Un escargot se lève un dimanche à 6 heures du matin et monte le long d'un arbre. Pendant le jour (c'est-à-dire jusqu'à 6 heures du soir) il grimpe de 5 m, mais durant la nuit, il descend de 2 m.

Quel jour sera-t-il au sommet de l'arbre qui mesure 9 m ?

A toi de trouver ?

Le rail, la route et les mouches

I. — **La mouche et les trains.**

De Genève à Yverdon, il y a 100 km.

Un train de marchandises part d'Yverdon pour Genève. Il roule à 35 km à l'heure.

Au même moment, un train de voyageurs part de Genève pour Neuchâtel, via Lausanne-Yverdon. Il roule à 65 km à l'heure.

Au même moment encore, une mouche volant à 150 km à l'heure part du train de marchandises, suit la voie exactement jusqu'au moment où elle rencontre le train de voyageurs, fait alors demi-tour, revient jusqu'au train de marchandises, retourne au train de voyageurs, et fait ainsi la navette entre les deux trains jusqu'au moment où ils se croisent.

Combien de kilomètres aura parcouru cette mouche magnifique ?

Solution :

en une heure le train de marchandises couvre 35 km ;
en une heure le train de voyageurs couvre 65 km ;
soit ensemble une distance couverte de 100 km. Donc, ils se croisent au bout d'une heure.
La mouche ayant volé pendant cette même heure aura tout simplement parcouru 150 km puisqu'elle vole en faisant du 150.

Pas plus compliqué que cela !

Réponse : 150 km.

I. — Deux villes A et B sont distantes de 240 km. A midi exactement partent : 1. un motocycliste faisant 70 km/h ; 2. une mouche posée sur le front du motocycliste qui fait 90 km/h.

A la même heure, un autre motocycliste faisant 50 km/h part de B pour se rendre en A. La mouche dépasse le premier motocycliste et va à la rencontre du deuxième, puis rebrousse chemin et revient vers le premier. Dès qu'elle a rencontré le front du premier, elle revient sur ses pas et ainsi de suite. Lorsque nos deux hommes se rencontrent, leurs fronts s'entrechoquent malencontreusement et l'insecte est écrasé.

On demande le chemin parcouru par la mouche quand a eu lieu l'accident, compte tenu de tous ses va-et-vient et ensuite à quelle heure a eu lieu cette rencontre.

Solution :

vitesse totale : 70 + 50 = 120 km/h ;
ils rouleront durant 240 : 120 = 2 heures.
Chemin parcouru par la mouche : 90 × 2 = 180 km. La rencontre a eu lieu à 14 heures.

Réponse : **180 km - 14 h.**

Les partages difficiles

I. — A dit : « Donne-moi dix francs et je deviens le triple de toi. » B dit : « Si tu me donnes dix francs je deviens le quintuple de toi. »

Réponse : **110/7 et 130/7.**

II. — A dit : « Donne-moi deux francs et je deviens le double de toi. » — B dit : « Donne-moi deux francs et je deviens le triple de toi ».

Réponse : **4,4 et 5,2.**

III. — A dit : « J'ai ce que le second a et le tiers de la part du troisième ». — B dit : « J'ai ce que le troisième a et le tiers de la part du premier ». — C dit : « J'ai dix francs et le tiers de la part du second. »

Réponse : **45, 37,5 et 22,5.**

IV. — Si tu me donnes une pomme, j'en aurai deux fois plus que toi. Si je te donne une pomme, nous en aurons tous deux le même nombre.
Combien de pommes a chaque enfant ?

Réponse : **5 et 7 pommes.**

V. — **Le partage des pommes.**

Une mère de famille a partagé des pommes entre ses quatre enfants. Elle donne au premier la moitié des pommes plus une demi-pomme ; au second, la moitié du reste, plus une demi-pomme ; au troisième la moitié du reste plus une demi-pomme et enfin au quatrième, la moitié du reste plus une demi-pomme. Toutes les pommes sont distribuées et **aucune n'a été coupée !** Combien y avait-il de pommes à partager ?

Solution : Il y avait 15 pommes à partager :

le premier enfant reçoit	:	$^{15}/_{2} + {}^{1}/_{2}$ ou 8
le second en a	:	$^{7}/_{2} + {}^{1}/_{2}$ ou 4
le troisième en a	:	$^{3}/_{2} + {}^{1}/_{2}$ ou 2
le quatrième en a	:	$^{1}/_{2} + {}^{1}/_{2}$ ou 1
Total :		15

et aucune des pommes n'a été coupée.

VI. — Une femme doit partager un héritage de Fr. 350 000.— avec son enfant à naître : si elle a un fils, elle ne recevra que la moitié de la part de son fils, mais si elle a une fille, elle prendra au contraire le double de la part de sa fille.

Or, il advient que la femme a deux jumeaux, un garçon et une fille. Comment répartira-t-on l'héritage ?

Réponse : à la mère : Fr. 100 000.—
au fils : Fr. 200 000.—
à la fille : Fr. 50 000.—

Les soldats, les dames et la police

I. — Trois soldats entrent dans un restaurant et y consomment pour 30 francs. Chacun donne 10 francs et la sommelière porte cette somme au patron. Le patron fait une remise de 5 francs sur le tout. La sommelière garde 2 francs pour elle et rend 1 franc à chaque soldat.

Première solution :

Le patron garde dans sa caisse 25 francs, les soldats gardent 3 francs et la sommelière 2 francs. Total 30 francs. Paiement de chaque soldat : **9 francs.**

Deuxième solution :

Le patron a pris 25 francs et la sommelière 2 francs. Les soldats ont donc dépensé 27 francs. Cette somme représente donc pour chacun une dépense de 9 francs. Il reste à chacun 1 franc. Total : 30 francs.

Troisième solution :

Chaque soldat a payé au patron $\frac{30 - 5}{3} = 8\ {}^{1}/_{3}$ francs ; chacun garde 1 franc et donne à la sommelière : $^{2}/_{3}$.
Total $(8\ {}^{1}/_{3} + 1 + {}^{2}/_{3}) \times 3 = 30$ francs. Dépense de chaque soldat : 9 fr.

Remarque :

La faute consiste à ajouter à la dépense totale de 27 francs, les 2 francs donnés à la sommelière, alors que ces 2 francs y sont déjà compris.

Réponse : **9 francs.**

II. — Refais le problème, mais cette fois-ci en argent français, en multipliant par 100 les sommes en francs.

III. — Au bon vieux temps trois dames entrent chez un pâtissier. Elles achètent 5 tartelettes à trois cinquièmes de franc chacune et 4 biscuits valant chacun le quinzième d'une tartelette.

Quelle est la nationalité de ces dames ?

Solution :

prix des tartelettes : $\frac{3 \times 1}{5} \times 5 = 3$ fr

prix des biscuits : $\frac{15 \times 5}{3} \times 4 = 0{,}16$ fr

prix total : 3 + 0,16 = 3,16 fr = Trois Françaises.

Réponse : **Trois Françaises.**

IV. — **Enigme policière.**

Des suspects s'étaient réunis dans une chambre d'hôtel assez tard dans la nuit. La police l'ayant su, un gendarme vint enquêter chez le locataire de la chambre voisine.

Celui-ci répondit :

— A un moment donné, j'entendis le bruit sec du départ d'un bouchon. Les verres se choquèrent et je comptai quinze chocs. Ensuite j'entendis le bruit d'une porte et un homme qui descendait l'escalier. De nouveau, on trinqua, mais cette fois je ne perçus que dix chocs, puis tous se retirèrent.

— Cela suffit, répondit le policier, je connais le nombre des suspects et je vous remercie.

Peux-tu en dire autant ?

I. — **Tour du monde.**

Suppose que l'on construise un viaduc de 10 m de haut, en suivant l'équateur et qu'un passage soit laissé sous le viaduc à même le sol.

Deux as entreprennent un tour du monde, l'un sur le viaduc, l'autre dessous. L'un des deux aura un trajet plus long que celui de l'autre, tu es d'accord ?

De combien le trajet sera-t-il plus long ? Exprime cette différence en mètres. Diamètre équatorial : 12 755 km.

Solution :

Tour du monde sous le viaduc : 12 755 km × 3,14 = 40 050,70 km.
Tour du monde sur le viaduc : 12 755 km + 0,020 km = 12 755,020 km ;
12 755,020 km × 3,14 = 40 050,76280 km.

Différence :
$$\begin{array}{r} 40\,050{,}76280 \text{ km} \\ -\ 40\,050{,}70000 \text{ km} \\ \hline 0{,}06280 \text{ km} = 62{,}80 \text{ mètres.} \end{array}$$

Réponse : **62,80 mètres.**

II. — **Problème des sphères.**

De deux boîtes de verre carrées de même grandeur, l'une contient une sphère qui touche tous les côtés de sa surface, l'autre est entièrement remplie de petites boules d'égale grosseur.

Il s'agit de savoir lequel des deux récipients est le plus plein, celui qui a la grosse boule ou celui qui contient les petites boules.

Solution :

Les deux récipients sont également pleins, qu'ils contiennent une grosse boule ou plusieurs petites, à condition toutefois que celles-ci soient disposées les unes sur les autres en rangs réguliers.

Espace occupé = 52,36 % du récipient.

Exemple numérique avec 1 dm³ en verre et des boules de 2 cm de diam.
1 dm³ = 1000 cm³ ; 1 dm³ peut contenir : 5 × 5 × 5 = 125 boules de 2 cm de diamètre.

a) Volume de la grande sphère :

$$\frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{1}{6} \times 3{,}1416 \times 1000 = \mathbf{523{,}6\ cm^3}$$

b) Volume total des petites sphères :

$$\frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{1}{6} \times 3{,}1416 \times 8 \times 125 = \mathbf{523{,}6\ cm^3}$$

Réponse : V. $\bigcirc$ = V. $\circ$ × 125 = **523,6 cm³**

Essaie de refaire le problème avec des billes de 1 cm de diamètre.

Au pays de Pythagore

I. — Polycrate, tyran de Samos, demande à Pythagore le nombre de ses élèves :

— Fortuné Pythagore, rejeton héliconien des Muses, dis-moi combien, dans ton école, tu as d'athlètes que tu dresses aux glorieux exercices de la philosophie ?

— Je vais te le dire Polycrate : la moitié étudie les belles Sciences mathématiques ; l'éternelle nature est l'objet des travaux d'un quart ; un septième s'exerce au silence et à la méditation, il y a de plus trois femmes dont Théano est la plus distinguée. Voilà le nombre de mes disciples, qui sont aussi ceux des Muses.

Solution : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} = \frac{25}{28}$ Nombre de disciples : $\frac{3 \times 28}{3} = 28$

Réponse : **28.**

II. — Le puissant Alcide demandait à Augias le nombre de ses bœufs. Le roi lui répondit : « Sur les bords de l'Alphée, il y en a la moitié, le huitième de mon troupeau est à paître sur la colline de Saturne, le douzième est près de la borne de Taraxippe, le vingtième pâture aux environs de la divine Elis, j'en ai laissé le trentième dans les herbages d'Arcadie et tu verras ici le reste du troupeau, 50 bœufs.

Combien en avait-il ?

Réponse : **240.**

III. — Je suis une Minerve d'or massif. Le métal est un don des poètes. Charisios en a fourni la moitié, Thespia la huitième partie ; Solon la dixième, Themison la vingtième. Les neuf autres talents et l'œuvre même de ma statue sont dus à Aristonice.

Quel est le poids de la statue ?

Réponse : **40 talents.**

Chinoiseries

I. — Les visages barbouillés.

Trois amis, Jean, Jacques, Claude, se sont endormis. Un mauvais plaisant pendant leur sommeil, leur a barbouillé le visage avec de la suie. Les trois amis se réveillent, se regardent les uns les autres, et chacun se met à rire en se moquant des deux autres. Mais brusquement, ils s'arrêtent de rire, car chacun a compris qu'il avait comme ses amis, le visage tout noir...

Par quel raisonnement ?

Solution :

Prenons par exemple Jean. Il se dit : « Puisque Jacques rit, c'est qu'il ne sait pas qu'il est noir. Or, si moi j'étais blanc, Jacques s'étonnerait de voir rire Claude, puisque, selon lui, Claude n'aurait pas de raison de rire. Puisque Jacques ne s'étonne pas de voir rire Claude, c'est qu'à son avis, Claude rit de moi et que, par conséquent, j'ai le visage barbouillé de suie. »

II. — Un conte.

Il y avait une fois en Chine un Sage qui avait trois esclaves. Survint une famine dans le pays qui l'obligea à tuer deux de ses serviteurs. Il désirait garder le plus intelligent des trois. Pour cela il les dispose en triangle sur une place, de sorte que chacun puisse voir ce qui se passait derrière les deux autres sans qu'il soit possible de regarder ce qu'il y avait derrière lui.

Le Sage prit 5 boules : 3 blanches et 2 noires. Il mit derrière chaque esclave une boule, blanche ou noire, et tint cachées les deux boules restantes. Chaque esclave voyait donc les deux boules de ses vis-à-vis sans voir la sienne, ni les deux qui étaient cachées.

Le Sage dit : « Le premier qui dira avec certitude la couleur de sa boule aura la vie sauve, les deux autres périront. » Alors le plus intelligent regarda les deux autres et réfléchit, regarda de nouveau et se gratta la tête. Après qu'il eût regardé et réfléchi pour la troisième fois, il dit : « Ma boule est blanche. » Et c'était exact.

Voilà le conte. Dis-moi maintenant quels sont les trois raisonnements que cet esclave dut faire pour affirmer, sans crainte de se tromper, que sa boule était blanche.

Quelques cas intéressants

I. — Un explorateur distribue des souliers à 1000 Noirs. 20 pour 100 ont perdu une jambe à la guerre des crocodiles ; la moitié du reste préfère aller nu-pieds. Combien a-t-il distribué de souliers ?

Solution :

Deux cents unijambistes prennent chacun un soulier ; 400 bipèdes en prennent chacun 2, soit 800. L'explorateur distribue donc 1000 souliers. Ici l'équivoque est créée par la confusion qu'on fait entre un soulier et une paire de souliers.

Réponse : **1000 souliers.**

II. — A deux de ses clients, un marchand pèse avec une balance fausse, c'est-à-dire dont les bras du fléau sont inégaux, un même poids de marchandises. Pour le premier, il met des poids marqués P dans le plateau A et la marchandise dans le plateau B. Pour le second, il fait l'inverse.

On demande s'il gagne ou s'il perd ?

Réponse : **il perd.**

II. — Une mère a deux enfants : une fille et un garçon. La mère a le double de l'âge de la fille. La fille a le double de l'âge du fils. Les trois âges réunis font 77 ans.

Quel est l'âge de chacun ?

Solution :

Soit 1 l'âge supposé du garçon, 2 l'âge de la fille, 4 l'âge de la mère :

$$1 + 2 + 47 ; 77 : 7 = 11$$

Age du garçon : $11 \times 1 = 11$ ans ; âge de la fille : $11 \times 2 = 22$ ans ; âge de la mère : $11 \times 4 = 44$ ans.

Réponse : **11, 22, 44.**

IV. — Trois joueurs conviennent que le perdant doublera l'argent des deux autres. Après trois parties perdues successivement par les trois joueurs, chacun se retire avec 24 francs. Combien chacun avait-il ?

Réponse : **39, 21 et 12.**

V. — Un homme a dépensé un tiers de son argent et perd encore deux tiers du reste. Il lui reste alors 12 écus. Combien avait-il ?

Réponse : **54.**

VI. — Si je donnais 7 deniers à chacun des pauvres qui sont devant ma porte, il me resterait 24 deniers ; si je voulais leur donner à chacun 9 deniers, il m'en manquerait 32. Quel est le nombre de pauvres et combien ai-je de deniers ?

Réponse : **28 pauvres ; 220 deniers.**

Quelques nombres bizarres !

I. — Comment obtenir avec trois 9 seulement :

1. 11 Réponse : $^{99}/_9$
2. 10 Réponse : $9 + {}^9/_9$
3. 2 Réponse : $\dfrac{9 + 9}{9}$

II. — Forme le nombre 20 avec quatre chiffres 9.

Réponse : $9 + \dfrac{99}{9} = 20$

III. — Ecris le nombre 1000 en utilisant le seul chiffre 8, 8 fois.

Réponse : $\mathbf{888} + \mathbf{88} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{8} = 1000$

IV. — Ecris le nombre 31 avec cinq chiffres 3 seulement.
Réponse : $\mathbf{3} + \mathbf{3^3} + \mathbf{3/3} = \mathbf{31}$.

V. — Trouve 14 avec cinq chiffres impairs.

Réponse : $\mathbf{1} + \mathbf{1} + \mathbf{1} + \mathbf{11} = 14$.

VI. — Trouve quatre nombres dont la somme soit égale à 100 et tels qu'en ajoutant 4 au premier, en retranchant 4 au second, en multipliant le troisième par 4 et en divisant le dernier par 4, on obtienne le même résultat.

Réponse : $\mathbf{12} + \mathbf{20} + \mathbf{4} + \mathbf{64} = 100$.

VII. — Détermine des nombres entiers, pouvant être décomposés en quatre parties également entières et telles que les résultats obtenus :

en ajoutant 2 à la première partie,
en retranchant 2 à la seconde partie,
en multipliant par 2 la troisième partie,
en divisant par 2 la quatrième partie,

soient égaux entre eux.

Réponse : $18 = 2 + 6 + 2 + 8$
$27 = 4 + 8 + 3 + 12$
$36 = 6 + 10 + 4 + 16$
$45 = 8 + 12 + 5 + 20$...

VIII. — Trouve trois nombres entiers tels que leur somme égale leur produit.

Réponse : **1, 2, 3.**

IX. — Trouve un nombre entier de deux chiffres qui soit égal au double produit de ses chiffres.

Réponse : **36.**

X. — Trouve un nombre entier x tel que la somme des x premiers nombre est alors **666.**

Réponse : le seul nombre est $x = \mathbf{36}$, la somme des **36** premiers nombres entiers se compose de trois chiffres égaux.

XI. — Trouve des nombres égaux à la somme des chiffres de leurs cubes.

Réponse :	1	8	17	18	26	27
	1	512	4 913	5 832	17 576	19 683

Jeux

I. — **Jeu de Pythagore.**

Deux partenaires, A et B, conviennent de jouer jusqu'à une certaine somme, 100, 300, 1000...

A choisit un nombre jusqu'à une certaine limite, par exemple jusqu'à 10, 30...

B choisit à son tour un nombre qui ne dépasse pas cette limite fixée au début et l'ajoute à celui de son partenaire.

A de nouveau choisit un nombre, toujours dans les limites, et l'ajoute à la somme constituée jusque là par les deux joueurs.

B à son tour ajoute un nombre au résultat précédent, etc... jusqu'à ce qu'un des deux joueurs arrive au nombre total convenu. Le joueur qui atteint ce total est le gagnant.

II. — **Variante.**

On groupe des objets semblables : billes, bâtonnets, allumettes, boutons, jetons, pièces de monnaie, cartes... jusqu'à tant.

Chaque partenaire en choisit un certain nombre ne dépassant pas une limite fixée au préalable, jusqu'à 5 par exemple.

Le joueur qui réussit à s'emparer du dernier objet est proclamé vainqueur.

III. — **Jeu du technicum.**

Deux partenaires A et B, dessinent un carré d'un certain nombre de cases, 4, 5, 6, 7, 8... Le tour du carré est tracé en rouge, ou à l'encre, par exemple, mais la division en carrelets est esquissée au crayon.

Les deux joueurs doivent repasser à tour de rôle chaque côté d'un carrelet avec un crayon de couleur différente, ou à l'encre. Quand l'un des deux partenaires arrive à terminer un carrelet, il compte un point.

Celui qui termine le plus de carrelets gagne.

IV. — **Jeu des croix.**

Deux joueurs, A et B, tracent un carré de 81 carrelets (9 $\times$ 9). Chaque partenaire indique d'une croix la case qu'il a choisie. Le joueur qui aligne trois croix, ou qui termine l'alignement de trois croix, dans le sens soit vertical, soit horizontal, compte un point. Celui qui en aligne six, compte deux points ; celui qui en aligne neuf, trois points.

Le partenaire qui termine avec le plus de croix gagne.

Maurice Nicoulin
Le Cerneux-Péquignot
(Neuchâtel)

Les postes suivants sont à repourvoir à l'Ecole Suisse de Bogotà (Colombie)

Pour entrée le plus tôt possible :

1 maîtresse primaire

Pour janvier 1956 :

1 maîtresse jardin d'enfants

1 maître primaire

1 maître secondaire ou maître de gymnase pour l'enseignement des langues. Les candidats de langue française auront la préférence.

1 maître secondaire ou maître de gymnase pour l'enseignement des sciences.

De plus amples renseignements peuvent être obtenus auprès du Secrétariat du Comité d'aide aux écoles suisses de l'étranger, Wallgasse, 2, Berne.

Les offres manuscrites, avec photo, copies de certificats et références, doivent parvenir à la même adresse jusqu'au 20 avril 1955.

MONTREUX, 16 avril 1955 XCIe année — No 15

DIEU • HUMANITÉ • PATRIE

ÉDUCATEUR

ET BULLETIN CORPORATIF

ORGANE HEBDOMADAIRE
DE LA SOCIÉTÉ PÉDAGOGIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

396

Rédacteurs responsables
Educateur : **André Chabloz**, Lausanne, Clochetons 9
Bulletin : **G. Willemin**, Case postale 3, Genève-Cornavin
Administration, abonnements et annonces
Imprimerie Corbaz S.A., Montreux, place du Marché 7, téléphone 6 27 98
Chèques postaux II b 379

Prix de l'abonnement annuel : Suisse Fr. 13.50 ; Etranger Fr. 18.—

Supplément trimestriel : Bulletin bibliographique

ECOLE NORMALE

LAUSANNE

●

Une classe spéciale pour former en **une année** des instituteurs et des institutrices primaires s'ouvrira à l'Ecole normale le 1er novembre 1955.

Le programme de cette classe portera sur les disciplines proprement professionnelles, à l'exclusion des branches de culture générale, dont l'étude sera attestée par la possession des titres requis pour l'admission. La formation théorique sera complétée dès le printemps 1956 par des stages dans les classes du canton. Les élèves de la classe spéciale recevront, en automne 1956, après examens, un brevet provisoire, qui deviendra définifif après quelques cours de perfectionnement durant les deux premières années de pratique.

Les conditions d'admission sont :

Age minimum : 18 ans révolus au 31 décembre 1955.

Age maximum : 25 ans révolus au 31 décembre 1955
(des dispenses d'âge pourront être accordées dans des cas exceptionnels par le département.)

Titre : baccalauréat ès lettres ou ès sciences ;
ou certificat de maturité, types A, B, ou C ou commercial
ou diplôme de culture générale du Gymnase de jeunes filles ;
ou autre titre reconnu équivalent.

Les candidats subiront un examen médical et un examen d'aptitude à la musique vocale. Ils s'engageront à desservir pendant au moins trois ans une école publique du canton.

Les candidats s'inscriront en se présentant personnellement, jusqu'au 15 septembre 1955, au directeur de l'Ecole normale, en produisant :

a) une pièce d'état civil (livret de famille, acte d'origine ou acte de naissance) ;

b) un des certificats ou diplômes énumérés ci-dessus ;

c) une attestation de moralité signée par une personne autorisée (directeur d'école, pasteur, etc.).

Le département de l'instruction publique et des cultes statuera sans recours sur les demandes d'admission.