

Ueber die Beeinflussung der geothermischen Tiefenstufe durch Berge und Täler, Schichtstellung, durch fliessendes Wasser und durch Wärme erzeugende Einlagerungen

Autor(en): **Königsberger, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Eclogae Geologicae Helvetiae**

Band (Jahr): **9 (1906-1907)**

Heft 1

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-156576>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Ueber die Beeinflussung der geothermischen Tiefenstufe
durch Berge und Täler, Schichtstellung, durch fliessendes Wasser
und durch Wärme erzeugende Einlagerungen.**

Von J. KÖNIGSBERGER,

Mitglied der schweiz. geolog. Ges., in Gemeinschaft mit E. THOMA.

Im Folgenden sollen kurz einige neue Resultate der mathematischen Theorie der stationären Wärmeleitung mit den Beobachtungen verglichen werden. Die Beweise und Herleitung der Formeln wird an andern Ort ausführlich gegeben werden. Die geothermische Tiefenstufe in der Ebene beträgt, wie aus zahlreichen Messungen hervorgeht, etwa 29—34 M., im Mittel 33 M.; sie ist von der Gesteinsbeschaffenheit fast unabhängig, so lange keine Wärme produzierenden Einlagerungen, z. B. oxidierbare Substanzen, Kohle oder oxidierbare Erze, vorhanden sind. Dagegen haben schon die Beobachtungen im *Mont-Cenistunnel* und dann die Messungen von STAPF im *Gotthardtunnel* gezeigt, dass die geothermische Tiefenstufe unter Bergspitzen (etwa in der Mitte des Tunnels) um 30 % verschieden von der Tiefenstufe in den Tälern (am Anfang des Tunnels) ist. Man hat diese empirisch gefundenen am *Gotthardtunnel* genau gemessenen Unterschiede den Temperaturberechnungen ohne weiteres andern Tunnels mit andern Bergformen zu Grunde gelegt. Das ist nicht richtig.

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass die Theorie der Wärmeleitung lediglich aus der Bergform und der geothermischen Tiefenstufe in der Ebene die Tiefenstufe und die Temperatur für jeden Punkt unter Bergen und Tälern zu berechnen erlaubt. Hierbei ergibt sich, dass die strenge Durchführung der Theorie wesentlich andere Grundlagen für die Berechnung der Tunneltemperaturen ergibt als bisher angenommen wurde. Diese Unterschiede zwischen der Theorie und den von den früheren Autoren gemachten Annahmen sind gross, weit

grösser als alle Beobachtungsfehler. Dagegen finden wir eine so gute Uebereinstimmung zwischen unserer Theorie und den Beobachtungen, dass es nicht nötig ist, sekundären Einflüssen wie Quellen, Schichtstellung, eine derartig starke Wirkung zuzuschreiben, wie das vielfach geschieht. Die theoretische Berechnung dieser Einflüsse zeigt vielmehr, dass dieselben zwar vorhanden sein müssen, aber doch gering sind. Es scheint dringend erforderlich, dass man die Theorie berücksichtigt, falls man überhaupt mathematisch rechnen will und sich nicht mit der Feststellung der Tatsachen begnügt.

Eine rein empirische Berechnung der einzelnen Einflüsse kann zu keinem sichern Ergebnisse führen. Gerade die Ueberschätzung der sekundären Einflüsse zeigt, dass das Fehlen einer Theorie unrichtige Anschauungen zur Folge gehabt hat. Wir haben es daher für nützlich gehalten, derartigen an sich sehr wertvollen Rechnungen eine feste Grundlage zu geben.

Die **mathematische Formulierung des Problems** wird in folgender Weise erhalten:

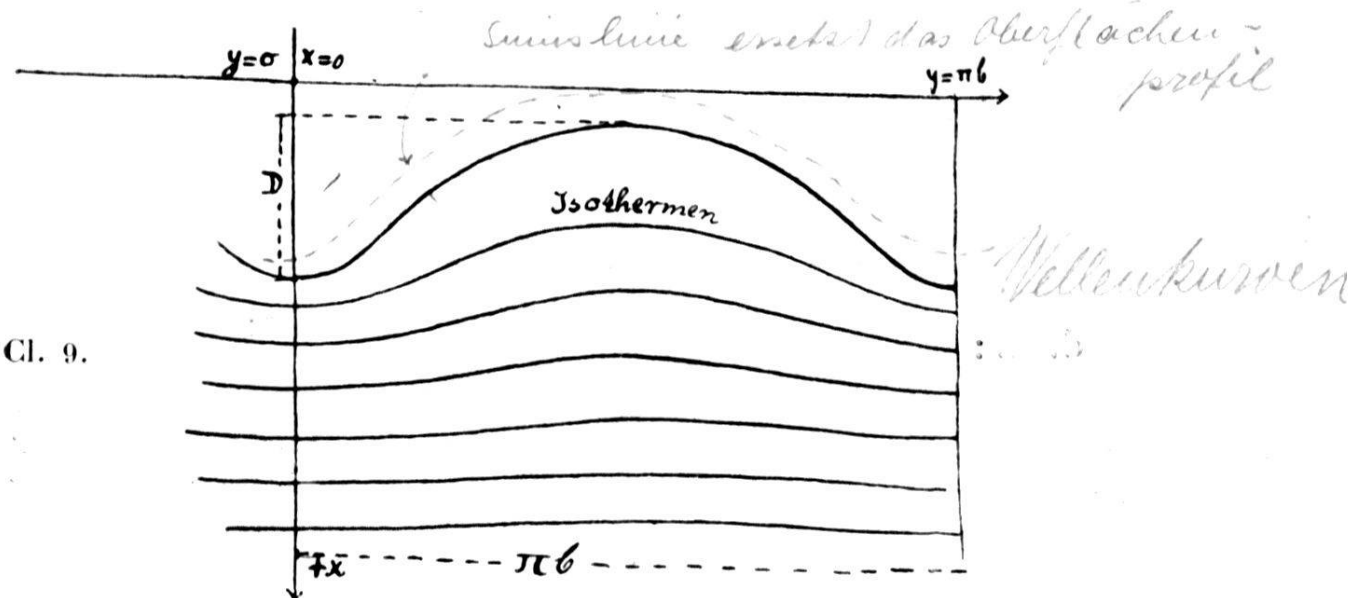
Für die Tunnelstrecke darf die Kugelfläche der Erde als Ebene betrachtet werden; der dadurch begangene Fehler liegt auch für eine zehnmal grössere Strecke noch weit unter den Beobachtungsfehlern der Temperaturmessungen im Tunnel. Die Profillinie, welche durch die Gestalt der Berge bedingt ist, darf durch eine regelmässige Kurve, die den gleichen Flächeninhalt und angenähert gleiche Form hat, ersetzt werden. Nur stellenweise, wo tief eingeschnittene Täler sich befinden, wird diese Annahme merklich von der Wirklichkeit abweichen. Aber auch dann ist der hierdurch entstandene Fehler nicht gross, wenn das Tunnel sich in grösserer Tiefe (über 500 M.) befindet; denn es findet eine rasche Ausgleichung der Temperatur nach innen statt. Wir haben auch schon die mathematischen Formeln entwickelt um diesen kleinen Unterschieden Rechnung zu tragen.

Von grösserer Wichtigkeit ist der Einfluss der den Centralmassiven benachbarten Seitenketten. Die Gestalt der von uns als Lösung gefundenen Kurve setzt die Anwesenheit solcher Seitenketten, wie sie z. B. nördlich und südlich vom Gotthard und Simplon vorhanden sind, voraus. Wenn dieselben fehlen, ist die Lösung und die Temperaturverteilung etwas, aber nicht wesentlich, verschieden und auch dann ohne Schwierigkeit berechenbar.

Die zweite Bedingung ist die, dass tief im Innern der Erde der Temperaturgradient wieder der normale ist, die Isothermenflächen, also Kugelflächen, bzw. Ebenen, werden. Für einen solchen Raum, der begrenzt ist einerseits durch eine Fläche, die durch Berge und Täler gleichmässig wellig gebogen ist, andererseits durch eine Fläche, die mit einer Ebene konfundiert werden darf, ist, (vergl. Inaugural-Dissertation von E. THOMA, Müller'sche Hofbuchdruckerei Karlsruhe), die Funktion

$$\vartheta = C_1 \operatorname{lognat} (A + \sqrt{A^2 - 1}) + C_2$$

eine Lösung der Differentialgleichung der Wärmeleitung bei stationärem Zustand¹.



Dabei ist

$$A = e^{\frac{2x}{b}} + \sqrt{1 - \left(2 \cos \frac{2y}{b} - e^{\frac{2x}{b}}\right) e^{\frac{2x}{b}}}$$

$b\pi$ ist die Periode der Funktion,
 C_1 und C_2 sind Konstanten.

Diese ϑ -Flächen sind Wellenflächen, wie sich aus der aus obiger Funktion ableitbaren Form

$$x = C - \frac{1}{2} b \operatorname{lognat} \left(C_1 - \cos \frac{2y}{b} \right)$$

ohne weiteres ergibt. C und C_1 bedeuten hierin Funktionen von $\vartheta = \text{const.}$

¹ Dieselbe Lösung gilt, wie sich zeigen lässt (vgl. J. KÖNIGSBERGER, Physik. Zeit., 1906), in praktisch genügender Annäherung (auf 0,1 % genau) auch für den Fall, dass die Erdwärme teilweise oder ganz durch radioaktive Substanzen oder chemische Prozesse in den Gesteinen erzeugt würde.

Der Differentialquotient $\frac{d\vartheta}{dx}$ gibt den verschiedenen Verlauf des Temperaturgradienten unter Bergen und Tälern, nämlich:

1. Unter der Bergspitze:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{2 C_1}{b} \cdot \frac{e^{\frac{x}{b}} \left\{ e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} - 1} \right\}}{e^{\frac{x}{b}} \left\{ e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} - 1} \right\} - 1}$$

also auch von der Entfernung von der Bergspitze nach unten, x , abhängig.

2. Unter Tälern ist:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{2 C_1}{b} \cdot \frac{e^{\frac{x}{b}} \left\{ e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right\}}{e^{\frac{x}{b}} \left\{ e^{\frac{x}{b}} + \sqrt{e^{\frac{2x}{b}} + 1} \right\} + 1}$$

$$3. \quad \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x = \infty} = \frac{2 C_1}{b} = \text{const.}$$

d. h.:

Die Distanz der geothermen Flächen ist unter Bergen eine grössere als unter Tälern und für jede Bergform genau zahlenmässig anzugeben, für hinreichend grosse Werte von x sind dieselben Ebenen mit konstanter Distanz.

Um diese Funktion auf den St. Gotthard anzuwenden, verfährt man folgendermassen:

1. Man ermittelt aus dem Siegfriedatlas das Oberflächenprofil und berechnet aus diesem die Fläche, welche durch die Profillinie und Tunnellinie begrenzt ist. Mit deren Hilfe findet man dann diejenige Sinuskurve, die mit der Tunnelinie die gleiche Fläche einschliesst wie die Profillinie, und sich ihr demnach am besten anschmiegt. Hierbei ist zu bemerken, dass wegen der Gestalt des Nordabhangs des St. Gotthards nicht die ganze Strecke Göschenen—Airolo in die Rechnung eingehen kann. Wir beschränkten uns auf die Linie Andermatt—Airolo.

2. Um nun aus obiger Sinuslinie eine isotherme Wellenlinie zu erhalten, wäre es nötig, an allen Punkten genaue Oberflächentemperaturen zu besitzen. Da diese nicht bekannt sind, so interpoliert man aus einigen von STAFF als

angegebenen Temperaturen die übrigen und konstruiert auf diese Weise die Wellenlinie.

Die Konstanten b , C_1 und C_2 bestimmt man auf folgende Art :

1. Aus $b\pi$ gleich der Distanz Andermatt-Airölo ergibt sich b .

2. Aus

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=\infty} = \frac{2C_1}{b}$$

ergibt sich C_1 , indem man für $\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=\infty}$

den aus zahlreichen Versuchen ermittelten mittleren Temperaturgradienten der Ebene = 0,030 einsetzt.

3. C_2 berechnet man mit Hilfe der aus obiger Funktion ϑ aus dem Wert $y = \frac{b\pi}{2}$ und der Differenz zweier Gleichungen ableitbaren Gleichung :

$$\vartheta = \text{const.} = C_1 \log_{\text{nat.}} \frac{e^{\frac{D}{b}} + 1}{e^{\frac{D}{b}} - 1} + C_2$$

Dabei bedeutet D die Höhe der Wellenlinie d. i. den Abstand zwischen Bergspitze und Tal für die Wellenlinie der konstanten Oberflächentemperatur.

Wir beabsichtigen diese ganze Theorie durch graphische Darstellung so auszubilden, dass man in einfacher Weise mit den Hilfsmitteln der Elementarmathematik Temperatur und Gradient für jede beliebige Bergform aus einer Figurentafel mit genügender Genauigkeit entnehmen kann.

Diese Theorie lässt sich nun auch erweitern auf einen Raum, dessen einseitige Begrenzungsfläche nicht gleichmässig durch Berge und Täler wellig gebogen ist. Die Superposition solcher durch obige Funktion gegebenen Wellenflächen ermöglicht diese Erweiterung. Ein solcher Fall ist in oben genannter Abhandlung näher untersucht.

Vorstehende Theorie haben wir angewendet auf das Problem der Temperaturverteilung im Innern des *Mont Cenis*, des *Gotthards* und des *Simplons*. Von letzterem geben wir hier nur 2 Temperaturen.

Ausführliche Berechnungen sollen in kurzer Zeit erfolgen.

1. Am **Mont-Cenis** wurde als Maximaltemperatur beobachtet 29,5 ° C. Obige Theorie liefert 30,4 ° C.

2. St. Gotthard.

Ort. Entfernung vom Südportal in Meter.	Temperaturen.	
	v. Stäpf beob. in °C.	Nach der Theorie ber. in °C.
700—900	13,8—14,96	14,91—15,0
3500	25,92	25,98
6500	30,43—31,74	32,16
9500	25,21	25,98

Als Temperaturgradient ergibt sich nach unserer Theorie:

1. über der Scheitelstrecke

a) am höchsten Punkt 0,0210 ° C. pro M.

b) in der Mitte 0,0223.

c) im Tunnel auf der Scheitelstrecke 0,02339.

2. unter der Andermatt-Ebene

a) oben 0,03543

b) im Tunnel 0,0331.

Wie man sieht, erhält man aus der Bergform und dem normalen Temperaturgradienten in der Ebene, die Temperatur und den Gradienten sehr gut in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen von STÄPF.

Ueber den Grund der kleinen Differenzen vergl. weiter unten.

3. Simplon.

Als Temperatur auf der Scheitelstrecke ergibt sich aus vorläufigen Rechnungen nach unserer Theorie 48,6 ° C. (gefunden 52 °, nach Figur 14 bei SCHARDT, *Die wissenschaftlichen Ergebnisse des Simplondurchstichs*, Winterthur 1904); als solche zwischen 4,4 und 4,6 Km. unter Vallé einwärts vom Südportal aus 27—28 ° C. (beobachtet 19 °, SCHARDT, loc. cit., S. 38).

Der Temperaturgradient beträgt in der Mitte des Tunnels 0,0246 ° C. pro M., am höchstgelegenen Punkt senkrecht über der Scheitelstrecke 0,02284.

Aus diesen Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung ergibt sich, dass der sekundäre Einfluss, der herrührt von fließendem Wasser und von verschiedener Schichtenstellung, zwar vorhanden, aber bei weitem nicht so bedeutend ist, als gewöhnlich angenommen wird.

Die früheren Berechnungen hatten bei 4,4—4,6 Km. 35—37 ° ergeben¹, während unsere Theorie nur wie oben erwähnt, 27—28 ° findet, in weit besserer Uebereinstimmung

mit den Tatsachen. Dass Oberflächentemperaturen und andere Beobachtungen vielleicht Fehler bis zu 2—3° aufweisen, ist bei diesen grossen Unterschieden gleichgültig.

Die jetzt noch vorhandenen ziemlich grossen Differenzen sind zum Teil auch durch die Abweichung der Profillinie von der idealen Wellenlinie bedingt, die namentlich unter Vallé in negativem, unter der Forchetta in positivem Sinn sich geltend machen. Wir werden die eingehende Berechnung unter Berücksichtigung der wirklichen Profillinie bald veröffentlichen.

Den Einfluss der Schichtstellung und der verschiedenen Wärmeleitfähigkeit der Gesteine ganz streng zu berechnen, ist ein sehr schwieriges Problem, das für jeden speziellen Fall der Begrenzung der Schichten gegeneinander andere mathematischen Lösungen, die meist praktisch nicht brauchbar wären, besitzt. Deshalb ist es notwendig, die Fragestellung so zu vereinfachen, dass einerseits die Annäherung an die Wirklichkeit genügend und andererseits die Lösung eine bequem verwendbare Form hat. Dass hierbei sehr weitgehende Vereinfachungen erlaubt sind, folgt schon daraus, dass die Geologen die für die Rechnung wichtigste Frage über die vollständige Umgrenzung der Schichten in horizontaler, wie nach unten in vertikaler Richtung nicht zu beantworten vermögen. Hievon hängt aber der ganze Einfluss der Schichtstellung mit der dadurch bedingten verschiedenen Wärmeleitung ab. Nehmen wir z. B. den Simplontunnel in dessen nördlichen Teil nahezu vertikale Schichten in einer horizontalen Ausdehnung von etwa 6 Km. in der Tunnelinie an horizontale Schichten grenzen. Je nach der Annahme über die Tiefe bis zu der die beiden Schichtstellungen reichen und über die Stellung der Schichten unterhalb beider Grenzen wird das Temperaturgefälle entweder in beiden gleich oder aber sich wie 1 : 1,5 verhalten². Man kann die Rechnung für folgende drei Fälle durchführen: Die Erdoberfläche sei eben und habe die Temperatur ϑ_0 ; in grösserer Tiefe t (etwa 10 oder 20 Km.) sei wieder gleichmässige Wärmeleitung und gleiche Temperatur ϑ_1 längs einer Ebene vorhanden.

¹ Vergl. SCHARDT, loc. cit., S. 30.

² Hiebei ist für den feuchten Sellagneiss bzw. für die parallel und vertikal gelagerten Gesteine das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten parallel und senkrecht zur Schieferung gleich 1,5 : 1 gesetzt (vgl. Nachtrag). Es verhält sich $A_1 : A_2 = \sqrt{K_1} : \sqrt{K_2}$. Die Formeln sind unabhängig von dieser speziellen Annahme abgeleitet.

Die Ausdehnung der Schichten in der Richtung senkrecht zur Zeichnungsebene sei gross. Die x -Axe sei normal zur Oberfläche gelegt.

1. Bis zur Tiefe d (vgl. Cl. 10 u. 11) reiche das eine Gestein 1 oder die eine bestimmte Schichtstellung, für welche die in erster praktisch stets genügender Annäherung als vertikal aufzufassende Wärmeströmung mit der Wärmeleitfähigkeit K_1 fliesst, von d bis l sei die Wärmeleitfähigkeit K_2 . Dann ist die Temperatur in K_1 durch die Formel gegeben:

$$\vartheta_1 = \frac{X \cdot al \cdot K_2}{K_1 l + d (K_2 - K_1)}$$

in K_2 :

$$\vartheta_2 = \frac{X \cdot al \cdot K_1}{K_1 l + d (K_2 - K_1)} + \frac{d (K_2 - K_1) al}{K_1 l + d (K_2 - K_1)}$$

des Temperaturgradient in K_1 :

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_1 = \frac{al \cdot K_2 \cdot K_1}{K_1 l + d (K_2 - K_1)} \cdot \frac{1}{K_1}$$

in K_2 :

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_2 = \frac{al \cdot K_1 \cdot K_2}{K_1 l + d (K_2 - K_1)} \cdot \frac{1}{K_2}$$

Hierin bedeutet a den gewöhnlichen Temperaturgradienten in der Ebene: $\frac{1}{33} = 0,03^\circ \text{ p. M.}$

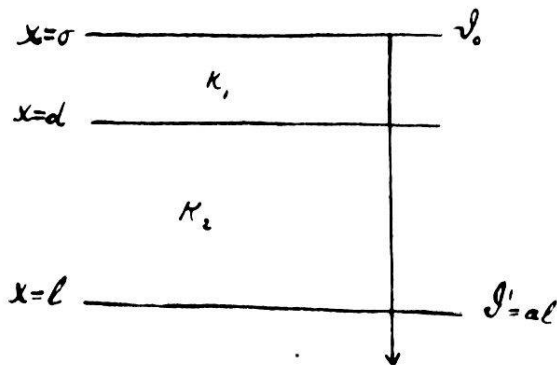
Man sieht, dass je nach der Tiefe, in die 1 reicht, der Temperaturgradient in 1 oder 2 von dem normalen merklich verschieden sein wird. Ist d klein gegen l , so herrscht unten der normale Gradient, oben z. B. in einem Gebirge mit vertikaler Schichtstellung, entsprechend dem Aare- und Gotthardmassiv, die mit vertikaler Schichtstellung in die sonst meist horizontal geschichtete Erdkruste eingelagert sind, wäre der Gradient $\frac{0,03 \cdot K_2}{K_1} = \frac{0,03}{1,5}$ ¹. Dies gilt aber nicht, wenn die vertikale Schichtstellung tief hinabreicht.

Wenn z. B. $d = \frac{l}{2}$ ist, so folgt aus obiger Formel, dass der Gradient in 1

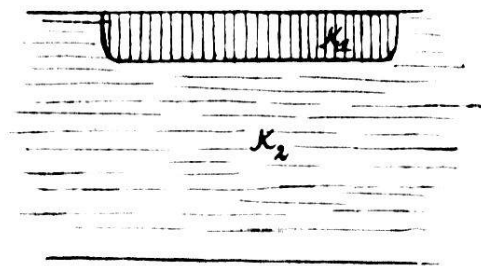
$$\vartheta = \frac{0,03 \cdot \frac{K_2}{K_1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{K_2}{K_1}} = \frac{0,03}{1,20}$$

¹ Falls z. B. $K_1 : K_2$ sich verhält wie 1,5 : 1.

also weniger von dem normalen verschieden ist. Je grösser d , um so mehr ist der Temperaturgradient in 1 der normale. In 2 ist er $= 0,03 \cdot 1,18$, also entsprechend höher als der normale. Ganz dasselbe gilt, wenn man annehmen würde, dass die Erde in grösserer Tiefe die gute Wärmeleitfähigkeit der vertikal gestellten Schichten besitzt. Ueber diese Annahme gedenken wir auch noch eingehender zu berichten. Vergleichen wir die aus der früher angegebenen Theorie für den Gotthardtunnel berechneten Temperaturen und Gradienten mit den gefundenen, so ergibt die gute Uebereinstimmung



Cl. 10.

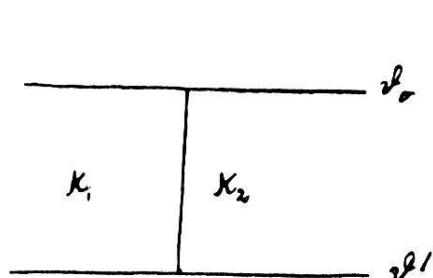


Cl. 11.

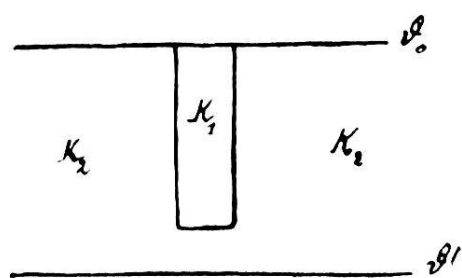
zwischen Theorie und Beobachtung, dass in diesem Fall der Gradient für die vertikale Schichtstellung auf etwa $5 \frac{0}{10}$ der gleiche ist wie der normale Gradient in der Ebene für horizontale Schichtstellung. Dies besagt nach dem oben erörterten, dass das Gotthardmassiv tief hinab vertikale Schichtstellung hat, also ein autochthones Zentralmassiv ist.

2. Es grenze das eine Gestein mit der Wärmeleitung K_1 an das andere mit K_2 vertikal an, und beide reichen, bis in sehr grosse Tiefen, in denen dann wieder auf einer Ebene gleichmässige Temperatur herrscht (vgl. Cl. 12). Als dann zeigt die Theorie, dass der Temperaturgradient in beiden Gesteinen der gleiche ist. Es gilt also das gleiche wie im Fall 1, wenn das Gestein K_1 tief hinabreicht. Deshalb ist die Lösung 1 auch in praktisch stets genügender Annäherung für die durch Cl. 13 dargestellte Begrenzungen des einen Gesteins gegen das andere richtig. Daher ist bei der vertikalen oder Fächerstellung von Schichten sehr verschiedener Wärmeleitfähigkeit der Temperaturgradient gleichwohl in allen Gesteinen derselbe, und so erklärt sich die merkwürdig gute Uebereinstimmung der Theorie (S. 138) mit den Beobachtungen.

3. Falls ein Gestein von bestimmter Wärmeleitfähigkeit oder Schichtstellung in ein anderes eingelagert ist, und man will unmittelbar an der Grenze die Temperaturverteilung studieren, wie dies z. B. für den Simplontunnel an mehreren Stellen zutrifft, so bietet die strenge Lösung dieses Problems grosse Schwierigkeiten. Doch kann man sowohl für den Fall einer begrenzten, eingelagerten Schicht, die nach einer Richtung sehr ausgedehnt ist, wie auch für den Fall einer Einlagerung, deren Begrenzung durch Rotation um die Axe erhalten wird, aus der Kondensatortheorie für begrenzte



Cl. 12.



Cl. 13.

Platten, die CLAUSIUS KIRCHHOFF, MAXWELL, J. J. THOMSON u. a. entwickelt haben, ein klares Bild von der Temperaturverteilung sich verschaffen.

Wie anderorts bewiesen werden soll, ist für einen Abstand von der Grenze, der gleich $\frac{1}{3}$ der Tiefe des Mediums K_1 ist, der Temperaturgradient in K_2 auf $(0,9 + 0,1 \cdot \frac{K_1}{K_2})$ der gleiche wie in K_1 d. h. für $\frac{K_1}{K_2}$ z. B. den Wert aus $2 = 1,5$ gesetzt, erhält man $1,05 A$, also nur eine Erhöhung um 5% .

Erst in grösserer Entfernung über 2 Km. von der Grenze würde der Einfluss der verschiedenen Wärmeleitfähigkeit die Beobachtungsfehler übersteigen können. Man könnte hieraus auf die Schichtstellung in der Tiefe Schlüsse ziehen. Im allgemeinen wird selbst bei grosser Differenz der Wärmeleitfähigkeit der Einfluss der Schichtstellung in Entfernungen von der Grenze, die praktisch bei Tunnels in Betracht kommen, ein geringer sein und selten den Temperaturgradienten um mehr als $5-10\%$ ändern. Den Einfluss einer kugelförmigen oder auch linsenförmigen, ellipsoidisch gestalteten Einlagerung von verschiedenem K lässt sich streng berechnen. Derselbe ist weit geringer als gewöhnlich angenommen wird.

Die **fließenden Wasser**, sowohl kalte Quellen, die von oben herabströmen, wie warme, die von unten heraufdringen, können die Temperatur im Innern beeinflussen. Ihr Einfluss wird jedoch meist stark überschätzt oder vielmehr nicht richtig in Rechnung gesetzt. Das Gestein in weiterem Abstand, etwa 100 M. und mehr, wird durch sie nur eine sehr kleine Temperaturänderung erfahren. Es folgt das schon aus der bekannten Tatsache, dass artesische Brunnen sehr nahe die Temperatur der Schicht besitzen, welcher sie entspringen; sie können also keine merkliche Wärmemenge abgeben. Bei Tunnelbauten bahnen sich auch die entfernter fließenden Quellen nach einiger Zeit einen Weg in den Tunnel, weil sie den kleinsten Widerstand finden, und dann werden Tunnelwände und eingesetzte Thermometer fast direkt von Quellwasser bespült und nehmen natürlich die Temperatur des Wassers an. Die Gesteinsmasse selbst erfährt nur eine kleine Änderung. Herr SCHARDT teilt in seiner schönen Schrift eine interessante Beobachtung in dieser Richtung mit. Bei Vallé war die Temperatur vor dem Anbohren der Quellen etwa 19° , nachher, als die Quellen in das Tunnel drangen, nur 15° . Dies zeigt, dass schon in geringem Abstand von den Quellen, wie er ursprünglich vorhanden war die Temperatur rasch den normalen Wert annimmt. Die Wärmemenge, die eine kalte Quelle aufnimmt oder eine warme abgibt, kann im Maximum auf 1 M. Höhe $= \Sigma \pi R^2 \cdot v \cdot a$ betragen. Hierin ist R der Radius der einzelnen zylindrisch gedachten Quellstränge in M, v die Strömungsgeschwindigkeit, also $\Sigma \pi R^2 \cdot v$ die Sekundenliterzahl dividiert durch 1000, a ist der Temperaturgradient in der Erde $= 0,03$. Vergleichen wir diese Wärmemenge für eine sehr starke Quelle von 1000 Sekundenliter mit der auf etwa 100×100 M. Fläche von dem Gestein fortgeleiteten Wärme, so ergibt sich, dass diese letztere $= a \cdot 10^4 K$ also 50 mal grösser ist. In das Erdinnere nimmt der Temperatureinfluss der Quellen zu, nach der Oberfläche hin nimmt er ab. Die Temperaturverteilung lässt sich nach der Methode der elektrischen Bilder und Quellpunkte bestimmen und soll ausführlich auch mit Rücksicht auf die heissen Quellen, Geysire etc. diskutiert werden. Die künstliche Temperaturverminderung eines kleineren Raumes durch kaltes Wasser erscheint gerade wegen der geringen räumlichen Ausdehnung der Wärmewirkung bei geeigneter Verteilung des Wassers sehr aussichtsreich.

Eine eingehende Behandlung erfordert der Fall, dass

Wärme erzeugende Einlagerungen in der Erde vorhanden sind. Diese Probleme lassen sich lösen und geben eine gute Erklärung für die Beobachtungen des anormalen Temperaturgradienten oberhalb und des nahezu normalen unterhalb von Kohlenflötzen. Man kann aus dem Temperaturgradienten direkt die pro Kubikmeter in der Sekunde erzeugte Wärmemenge berechnen.

Für eine annähernd als kugelförmige aufzufassende Einlagerung, die in der Tiefe d unter der Oberfläche ihren Mittelpunkt hat, ist bis an die Einlagerung selbst:

$$\vartheta = \frac{Q}{4\pi K} \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + (x-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (x+d)^2}} \right) + ax$$

Nehmen wir z. B. an, dass diese Einlagerung etwa 500 M. tief liegt ($d=500$ M.), ferner dass der Gradient in 400 M. Tiefe statt 0,03 etwa 0,05 beträgt. Dann ist die in einer Sekunde in der ganzen Einlagerung produzierte Wärmemenge gleich 1400 Gr. Calorien, oder falls sich z. B. Schwefelmetalle oxydieren, so würden im Jahr etwa 150 Kg. Kupfersulfür in Kupfervitriol sich verwandeln müssen, oder etwa 4 Kg. Kohle verbrennen. Man sieht also, dass die Energiemenge, die zu der starken Aenderung des Gradienten erforderlich ist, leicht durch sekundäre Prozesse in Bergwerken und Bohrlöchern geliefert werden kann.

Die etwas umständlicheren Formeln für linsenförmige und flötartige wärmeproduzierende Einlagerungen (Kohlenflötze etc.) sind ebenfalls rechnerisch verwertbar. Man kann den dadurch bedingten eigentümlichen Verlauf des Gradienten graphisch darstellen; er ist oberhalb der Schichten sehr klein, unterhalb derselben wird er bald normal.

Nachtrag. — Wir haben am stark geschieferten Gestein vom St. Gotthard (Sellagneiss vom Piz Prevot) das Verhältnis der Axen der Wärmeleitungsellipse parallel und senkrecht zur Schieferung im normalen gesteinsfeuchten Zustand nach der etwas abgeänderten SENARMONT'schen Methode gemessen; die Werte schwankten zwischen 1,20 und 1,30, im Mittel $A_1 : A_2 = 1,25$. Im trocknen Zustand ist der Unterschied viel grösser, mehr als 1,5. Sehr wahrscheinlich ist die Wärmeleitfähigkeit aller Gesteine im normalen feuchten Zustand sowohl untereinander wie nach verschiedenen Richtungen nur wenig von einander verschieden, da das Wasser mit ziemlich guter Wärmeleitfähigkeit die Zwischenräume ausfüllt. Auch dies zeigt, dass die sekundären Einflüsse gering sind.