

Zeitschrift: Elemente der Mathematik (Beihefte zur Zeitschrift)
Band: 3/4/5 (1948)

Artikel: Jost Bürgi und die Logarithmen
Kapitel: Der Mathematiker
Autor: Voellmy, Erwin
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-3642>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

festlegen, sondern den Auftrag, den Bürgi dem Kupferstecher gab. Das Instrument muß älter sein. Daß Bramer sich nicht großzügig irrt, etwa um ein ganzes Jahrzehnt, bestätigt ihm unerwartet die Kunstgeschichte. Denn ihr ist der begabte vielseitige Zeichner, Stecher und Silberschmied *Anton Eisenhaut* kein Unbekannter; sie nennt 1553–1603 als seine Lebensdaten und führt unter andern erhaltenen Arbeiten ein Blatt von ihm an, die Zeichnung zum Titelpuffer (Seite 1) des Bürgi-Bramerschen Berichtes. Damit ist der Künstler identifiziert, zugleich aber ein Zeitpunkt vor 1603 festgelegt.

Gegenüber jener Feldmesserkonkurrenz scheint Bürgi nicht ganz unempfindlich geblieben zu sein; er bewarb sich um den Patentschutz der Zeit, das kaiserliche Privileg, und erhielt es am 18. Mai 1602¹⁵⁾ für zehn Jahre; schon vor Ablauf beeilte er sich am 18. November 1611, um die Verlängerung einzukommen¹⁶⁾; anscheinend wurde diese gewährt am 24. Nov. 1611.

Eine andere Erfindung Bürgis trat in Konkurrenz mit einer Leistung *Galileis*: der *Proportionalzirkel*! Galileis Instrument ist ein einfacher Zirkel mit einer größeren Anzahl von Funktionsleitern und soll 1597 entstanden sein. Sein Landsmann *Leonardo da Vinci* hatte bereits vorher ein besseres Instrument wenigstens in Skizzen dargestellt: einen Doppelzirkel mit vier Spitzen und beweglichem Kopf. Dieses Instrument führte Bürgi auch tatsächlich aus; es ist der uns allen bekannte *Reduktionszirkel*, genau so, wie er im Leitfaden der Planimetrie von Gonthier und Marti, II, 78, abgebildet ist. Das ist belegt durch eine Schrift von *Levin Hulsius*, Frankfurt 1603: «Beschreibung und Unterricht des Jobst Burgi Proportionalzirkels». Auch diese Erfindungsgeschichte verdient es, der Vergessenheit entrissen zu werden. Meines Wissens sind die technischen Skizzen Leonardos viel später bekannt geworden; Bürgis Zirkel ist seine ureigene Erfindung.

Der Mathematiker

Kepler schrieb im 43. Kapitel seines umwälzenden Werkes *Astronomia nova*: «Die Sekante von 89° und die Tangente von 89° sind zusammen so groß wie die Summe der Sinus aller Grade des ganzen Halbkreises, wie uns *Cardanus* in seinen Büchern ‚De Subtilitate‘ lehrt, ... Einen Beweis dafür kündigt *Justus Byrgius* an.» Leider ist über diesen Beweis nichts bekannt. Aber die bloße Erwähnung zeigt, wie *Kepler* seinen Bürgi einschätzt, «der ... in mathematischer Kenntnis und Erfindungsgabe viele der dortigen Professoren übertrifft»¹⁷⁾.

Durch *Benjamin Bramer* weiß man auch, daß Bürgi sich der großen Mühe unterzogen hatte, eine Sinustafel von 2 zu 2 Sekunden fortschreitend zu berechnen, einem unerhört kleinen Intervall, und daß sie nach *Kepler* sehr «scharpff», also genau war. Die damaligen Tafeln waren besonders in den hinteren Stellen oft fehlerhaft; sie zeigten im Mittel 5 Fehler auf 1000 Werte. Leider ist Bürgis Sinustafel nicht erhalten geblieben. Ihr handschriftliches Vorwort liegt unter *Keplerschen* Manuskripten in Pultawa!

Wiederum ist es durch einen Brief *Keplers* an seinen Lehrer *Mästlin* vom 2. April 1620 bekannt, daß Bürgi selbstentdeckte trigonometrische Beziehungen handhabte wie

$$1 + \sin 60^\circ = 2 \sin^2 75^\circ.$$

Heutzutage verwendet man solche Beziehungen, um algebraische Summen vor dem Logarithmieren in Produkte zu verwandeln. Früher hielt man es damit umgekehrt. Der Araber *Ibn Junus* († 1009) schrieb in Worten, was wir heute ausdrücken als

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta) .$$

Damit legte er den Grund zu einem viel gebrauchten Verfahren. Es hieß *Prosthaphairesis*, etwa Hilfstrennung. Sogar größere Produkte können durch Abspaltung eines einfachen Faktors wie 100 oder 1000 derart umgeformt werden und erfordern alsdann nur noch Addieren und zuletzt wieder Multiplikation mit der verwendeten Stufenzahl. Mangels Logarithmen war diese Rechenerleichterung ganz willkommen. Sie nahm einen neuen Aufschwung etwa um 1500. Durch den Astronomen *Wittich*, der bei Tycho Brahe in die Schule gegangen war, lernte Bürgi das Verfahren kennen, und er bildete es weiter aus.

Seine formale Geschicklichkeit bewies Bürgi auch im Bruchrechnen: man schreibt ihm die *Erfindung des Dezimalbruches* zu. Doch ist das eine ebenso verwickelte Geschichte wie die der Logarithmen. Schon das vorgeschichtliche Altertum kennt im Zweistromland Ausdrücke wie

$$a \cdot 3600 + b \cdot 60 + c \cdot 1 + \frac{d}{60} + \frac{e}{3600} ,$$

wo die hier verwendeten Buchstaben ein- bis zweistellige Zahlen in Keilschrift bedeuten sollen; geschrieben wurde jedoch (in Keilschrift) *a b c d e*, wobei die Stellung der *Ganzen* erst noch unsicher war. Das sind die *Sexagesimalbrüche*; von ihnen haben sich bis heute erhalten die partes minutae primae als die *Minuten*, die partes minutae secundae als die *Sekunden* der Zeit- und Winkelteilung, während die partes minutae tertiae, die Tertien, ausstarben. Die Umstellung von Sexagesimalbrüchen auf Dezimalbrüche hätte an sich nahe gelegen; allein dem römischen Zahlensystem fehlte die dafür wichtigste Ziffer, die Null! Der Dezimalbruch hatte sozusagen im Freien zu warten, bis dieser Däumling im Hause angekommen war und sich heimisch gemacht hatte.

Das 16. Jahrhundert brachte eine Fülle von astronomischen und trigonometrischen Werken hervor und führte damit wenigstens die dezimale Schreibweise ein. Unsern heutigen Einheitskreis beschrieb man damals mit einem willkürlich großen Radius, z. B. $r = 10\,000\,000$, meist aber noch größer, 10^{10} und dgl. — Sinus und Cosinus waren dann einfach die zugehörigen Katheten, und ihre Quadratsumme betrug r^2 .

Unsere Gewohnheit, die Winkelfunktionen als reine Verhältniszahlen aufzufassen, hat sich erst seit *Euler* durchgesetzt. Aber schon im 16. Jahrhundert haben einzelne Wissende sin und cos wenigstens für ihren eigenen Gebrauch stets durch r dividiert, so auch Bürgi; in seiner Sinustafel soll $r = 1$ gewesen sein.

Der erste Mathematiker, der folgerichtig die Dezimalbrüche als eine Fortsetzung des dezimalen Zahlensystems einführte, war *François Viète* (Viëta, 1540 — 1603) in seinem *Canon mathematicus* von 1579. Er schrieb und druckte zuerst die Einerziffer besonders fett, rückte sie von den übrigen ab und schließlich trennte er sie durch einen senkrechten Strich von den nachfolgenden Ziffern: er ist der Erfinder des « Dezimalbruchstriches ». Aber sein Werk war wenig verbreitet und zumal in Deutschland unbekannt.

Eine größere Leserschaft erreichte der holländische Kaufmann und Ingenieur *Simon Stevin* († 1620) durch seine Schrift von 1582: *De Thiende* (frz. La disme, der zehnte Teil). Darin flehte er die Regierungen an, zur Erleichterung von Handel und Wandel in Zahl, Maß, Gewicht und Münzen ein konsequentes Zehnersystem durchzuführen; dieses umfaßte auch die Dezimalbrüche. Wenn er auch bei den Regierungen keinen Erfolg hatte, so erreichte er doch, die Dezimalbrüche stärker zu verbreiten.

Unser Bürgi dagegen konnte keine fremde Sprache lesen, wie Kepler versichert; diese Vorgänge waren ihm unbekannt, als er seine Dezimalbrüche erfand; darin kennzeichnete er die Einerziffer durch ein darüber gesetztes Ringlein. Wenn so Bürgi zwar nicht als *der* Erfinder gelten kann, so darf man ihm doch mit Tropicke¹⁸⁾ die selbständige Erfindung zubilligen und betonen, daß er zur Verbreitung der Dezimalbrüche sehr viel beigetragen hat. Durch ihn bekam *Kepler* die Anregung und ebenso *Pitiscus*, von dem das Wort Trigonometrie stammt; dieser Schlesier setzte erstmals 1608 einen Dezimalpunkt hinter die Einer, es sei denn, daß *Clavius* ihm darin zuvorgekommen wäre. Der Schotte *Napier*, von dem noch zu sprechen sein wird, übernahm ausdrücklich von *Pitiscus* den Punkt, ersetzte ihn aber 1617 durch ein Komma. Um dieselbe Zeit, 1616, schrieb *Kepler* noch in seiner Faßrechnung 16(523).

So hat Jost Bürgi sicherlich einen großen Anteil an der Ausbreitung des Dezimalbruchrechnens, und manches, was die Lehrbuchverfasser bald darauf gebracht haben, dürfte sein geistiges Eigentum gewesen sein.

Das herkömmliche Rechnen war nicht allein schwerfällig in den Operationen, sondern auch belastet mit einem großen Luxus an Ziffern: 10- bis 15-stellig waren die trigonometrischen Tafeln. Es fehlte noch die Einsicht in das Maß der Genauigkeit, und es ist besonders auffallend, wie genau man die Winkel am Himmel ohne Fernrohr hätte ablesen müssen, um damit auch nur siebenstellig zu rechnen. Es wundert uns nicht, daß Bürgi auch im *abgekürzten Rechnen* vorangegangen ist, denn als Praktiker besaß er mehr Einsicht als viele Theoretiker. Tropicke¹⁹⁾ erwähnt Bürgi bei diesem Gegenstand an erster Stelle unter Berufung auf Cantor²⁰⁾, der sich seinerseits auf ein nie veröffentlichtes, wenig bekanntes Manuskript Bürgis zu einer *Arithmetica* stützt. Er bringt das folgende Beispiel für die Multiplikation zweier Dezimalbrüche, wovon allerdings nur einer durch eine vorangestellte Null gekennzeichnet ist; Bürgi hatte die üble Gewohnheit, sein Ringlein oft wegzulassen.

Bürgi:	Moderner:	Zum Vergleich ausführlich:
01234		
<u>12358</u>	<u>1,2358</u>	<u>1,2358</u>
01234	0,12340	0,1234
0246 8	2468	2468
037 0	370	3702
06 1	62	6170
0 9	10	9872
<u>01525</u>	<u>0,1525</u>	<u>0,15249772</u>

Es ist zu erkennen, daß Bürgi die 5. Stelle nach dem Komma zur Sicherheit noch mitrechnet, wenn auch nicht ganz konsequent, und daß er auf alle Fälle die 4. Stelle nach dem Komma korrekt bekommt; sein Beispiel erweist sich als gut gewählt, weil die Produkte nur 0,015 ‰ voneinander abweichen. Endlich wußte Bürgi höhere Gleichungen mit der Regula falsi zu lösen.

Bei dieser tiefen Einsicht Bürgis wundert es uns nicht, daß er sich an das schwierige von Stifel und Jacob vorgezeichnete Problem wagte, deren Reihen vornahm, verdichtete und damit auf geradlinigem Wege die Logarithmen ins Leben rief.

Die « roten Zahlen »

	0	500
0	100 000 000	100 501 227
1010 00011 277
2020 00121 328
3030 00331 380
4040 00641 433
5050 01051 487
6060 01561 543
7070 02171 599
8080 02881 656
9090 03691 714
100	100 100 045	100 601 773
11010 05511 834

Hier *kursiv* gedruckte Zahlen sind im Original *rot*. Die dort recht klein und eng gedruckten schwarzen Ziffern sind hier des Überblickes halber in Gruppen zu je dreien zusammengefaßt.

So sieht der Anfang von Bürgis Logarithmen aus. Der steigenden arithmetischen Folge von der Differenz $d = 10$ ist eine ebenfalls steigende geometrische Folge vom Quotienten $q = 1,0001$ zugeordnet. (S. Beilage)

Die Anordnung zeigt zwei neue Kunstgriffe. Um das Bild übersichtlich zu halten hat Bürgi eine große Zahl sich wiederholender Ziffern unterdrückt und durch Punkte ersetzt; dazu hat die Tafel doppelten Eingang. Unser Schema gibt die linke obere Ecke wieder; nach rechts folgen Spalten, die mit 1000, 1500, 2000, usw. bis 3500 überschrieben sind; nach unten sind es im ganzen 51 Zeilen, deren letzte die (rote) Zahl 500 trägt. Die letzte Zahl der ersten schwarzen Spalte ist gleich der ersten in der zweiten Spalte usw. Den doppelten Eingang haben die späteren Tafeln beibehalten; nur ist es seit *Newton* üblich geworden, die größeren Werte an den Seitenrand zu setzen und etwa die

zugehörigen Einer an den obern Rand, wie wir es gewohnt sind.

Zunächst wundert uns die riesenhafte 10^8 als Anfangszahl der geometrischen Folge. Doch wissen wir aus Bürgis eigenen Worten, wenn auch viel später erst, daß sie als *Eins* zu lesen ist. Verblüffend einfach ist die Berechnung der geometrischen Folge. Unter jede, eben berechnete Zahl brauchte der Schreiber nur, verschiebend, ihren zehntausendsten Teil zu setzen, zu addieren, und die Hilfszahl wieder auszulöschen. So bekommt Bürgi mit Leichtigkeit die *Numeri*; er ordnet die Tafel nach den am Rande stehenden *Logarithmen*, die er in Unkenntnis dieses Wortes *rote Zahlen* nennt. Er hat also eigentlich die erste *Antilogarithmentafel* gebaut.