

# Andreas Speiser

Autor(en): **Burckhardt, J.J.**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik (Beihefte zur Zeitschrift)**

Band (Jahr): **16 (1980)**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Comilitones!

Sicut proposuit ordo mathematico physicus in nomine Collegii academici Universitatis nostrae summos in philosophia honores confero in hos viros et philosophiae doctores eos rite creatos pronuncio.

L. Egbert J. Brouwer  
 Friedrich Engel  
 Rudolf Fueter  
 Jacques Hadamard  
 Godfrey Harold Hardy  
 Kurt Hensel  
 Christian Juel  
 Edmund Landau  
 Ernst Leonard Lindelöf  
 Paul Painlevé  
 Lars Edvard Phragmén  
 Salvatore Pincherle  
 Teiji Takagi  
 Charles Jean Gustave Nicolas  
 de la Vallée Poussin  
 Oswald Veblen  
 Hermann Weyl

2. *Speiser*, Andreas, geboren am 10. Juni 1885 in Basel, gestorben am 12. Oktober 1970 in Basel. Sohn des Paul Speiser (1846–1935) und der Elisabeth, geborene Sarasin (1861–1938), verheiratet 1916 mit Emmy La Roche (1891–1980).

Die Familie Speiser stammt aus Wintersingen BL. Jakob Speiser-Buser (1743–1827) liess sich 1779 dauernd in Basel nieder. Sein Sohn Johann Jakob Speiser-Baumgartner (1777–1856) erwarb dort 1816 das Bürgerrecht. Dessen Sohn Johann Jakob Speiser-Hauser (1813–1856) war eine bemerkenswerte Gestalt der aufstrebenden Handelsstadt Basel. Er gründete eine der ersten Handelsbanken des aufblühenden Handels- und Industriezentrums, er wurde dank seinen monetären Kenntnissen der Reformator des schweizerischen Münzwesens (1848–1852) und war Mitbegründer und erster Direktor der Centralbahn (1852), wahrlich eine grossartige Dienstleistung um das Gemeinwesen in seinem kurzen Leben. Sein Sohn Paul Speiser-Sarasin (1846–1935) war eine nicht weniger profilierte Persönlichkeit Basels: Professor an der juristischen Fakultät, Regierungsrat und zeitweise Nationalrat. In einer grossen Familie verbrachte der Sohn Andreas eine glückliche Jugendzeit.

Nach seinen handschriftlichen Aufzeichnungen verdankte er dem Spiel auf zwei Klavieren mit seiner Mutter die Grundlagen für seine profunden Musikkenntnisse und für sein späteres Spiel, er zählte zu den besten Amateuren. Ohne Schwierigkeiten und ohne Auszeichnungen, wie er schreibt, durchlief er die Basler Schulen mit dem Abschluss am Gymnasium auf dem Münsterplatz.

Auf Anraten des Mathematikers Karl Von der Mühl bezog er 1904 die Universität Göttingen. Nach einem zweisemestrigen Aufenthalt in Berlin begann er seine Dissertation unter der Leitung von Hermann Minkowski und beendigte im Wintersemester 1908/09 das Studium mit der Dissertation «Theorie der binären quadrati-

schen Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in einem beliebigen Zahlkörper). Minkowski starb kurz vor der mündlichen Prüfung, die sodann von dessen Freund David Hilbert am 3. März 1909 abgenommen wurde.

Wanderjahre führten Speiser nach Schottland, London und Paris. Schon damals wurde er auf die Beziehungen der Mathematik mit der Kunst aufmerksam, die ihn das ganze Leben hindurch fesselten. Algebra, Zahlentheorie und Gruppentheorie wurden zu seinen Forschungsgebieten. Heinrich Weber und die Nähe der Heimatstadt trugen dazu bei, dass sich Speiser 1911 in Strassburg habilitierte. Im Sommersemester 1915 vertrat er Rudolf Fueter an der Technischen Hochschule in Karlsruhe.

Auf das Sommersemester 1917 wurde Speiser zum ausserordentlichen Professor für reine Mathematik an die Universität Zürich berufen, 1919 wurde er Ordinarius. In den Jahren 1932 bis 1934 diente er als Dekan der philosophischen Fakultät II und versah dieses Amt vertretungsweise nochmals im Winter 1935/36. Auf das Wintersemester 1944 trat er wegen Berufung an die Universität Basel zurück. Sein Nachfolger wurde Lars Ahlfors (geboren am 18. April 1907 in Helsingfors), der im Herbst 1946 die Universität verliess, um einem Ruf an die Harvard-Universität in Cambridge, Mass., zu folgen. Zu dessen Nachfolger wurde Rolf Nevanlinna (geboren am 22. Oktober 1895 in Joensuu, Finnland) gewählt. Er wurde im Herbst 1949 unter Ernennung zum Honorarprofessor entlassen, versah aber seine Lehrtätigkeit bis zum Herbst 1963.

Speiser bearbeitete in seiner Dissertation (Sp. 1) Probleme aus dem Gebiet der quadratischen Formen mit zwei Variablen. Durch Arbeiten Leonhard Eulers angeregt, schuf C.F. Gauss in seinem Jugendwerk *«Disquisitiones Arithmeticae»* 1801 das schwer zugängliche, reich mit neuen Ergebnissen befrachtete Lehrbuch des beginnenden 19. Jahrhunderts. Den Darstellungen von Dirichlet und von Dedekind verdanken wir den leichteren Zugang zu den schönen Ergebnissen, David Hilbert und Hermann Minkowski deren Ausbau und Weiterführung. Hilbert übertrug die Ideen von Gauss auf die Betrachtung der Ideale in relativquadratischen bzw. relativ-abelschen Zahlkörpern. Die Erweiterung auf Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in beliebigen Zahlkörpern wurde der Inhalt der Dissertation von Speiser. Zunächst wird die Darstellung einer Zahl im Körper  $K(\sqrt{\delta})$  behandelt mit dem Ergebnis: Jede zu  $\delta$  prime Zahl, die in diesem Körper zerfällt, wird durch Formen der Diskriminante  $\delta$  dargestellt, und zwar nur durch eine endliche Anzahl verschiedener Formenklassen mit derselben Primitivdiskriminante. Aus der Reduktionstheorie folgt, dass es zu gegebener Primitivdiskriminante nur endlich viele Formenklassen gibt. Im zweiten Kapitel wird die Anzahl der Klassen untersucht und mit der Anzahl der Modulklassen verglichen.

In der Festschrift für Heinrich Weber ergänzt Speiser Lücken in den Artikeln 234 bis 251 der *«Disquisitiones Arithmeticae»*. Er zeigt, dass sich zwei beliebige Formen mit derselben Diskriminante, aber relativ primen Teilern durch unendlich viele bilineare Substitutionen komponieren lassen. Durch ihre Komposition entstehen sämtliche Formen einer bestimmten Formenklasse. Übergehend zu den Geschlechtern wird gezeigt, dass jede Form des Hauptgeschlechtes durch Duplikation entsteht.

In seiner dritten Arbeit (Sp. 3) wendet sich Speiser der Theorie der Substitu-

tionsgruppen zu. Sei  $N$  die Ordnung einer irreduziblen Substitutionsgruppe,  $A$  eines ihrer Elemente,  $\chi(A)$  die Summe der charakteristischen Wurzeln, insbesondere für die Einheit  $E$  sei  $\chi_1 = \chi(E)$ , ferner sei  $h(A)$  die Anzahl der Elemente in der Klasse von  $A$ . Es werden Beziehungen zwischen diesen Grössen hergestellt und Teilbarkeitseigenschaften bezüglich einer Primzahl untersucht. Ist der Grad eines Elementes  $A$  relativ prim zum Grad der Gruppe, so ist der kleinste Exponent  $i$ , für den  $A^i$  in das Zentrum der Gruppe fällt, ein Teiler des Grades der Gruppe.

Bis in die neueste Zeit haben drei weitere Abhandlungen von Speiser Beachtung gefunden (Sp. 4–6). In (Sp. 4) werden Ergebnisse über die Lagrangeschen Resolventen eines zyklischen Körpers auf Galoissche Körper übertragen. In jedem Zahlkörper gibt es Zahlen, die ein beliebiges zur Gruppe gehöriges Gleichungssystem befriedigen. Es wird die Gesamtheit der zu einem Gleichungssystem (Kleinsches Formenproblem) gehörigen Lösungen angegeben und daraus die Formeln aus der Theorie der Gleichungen fünften Grades hergeleitet. Der Zusammenhang mit der Gruppendeterminante wird aufgedeckt, und für den Fall der Normalbasis wird gezeigt, wie sich die Diskriminantenteiler auf die Determinanten der verschiedenen Darstellungen der Gruppe verteilen (siehe auch Sp. 4a). Die von Speiser eingeführten verallgemeinerten Resolventen sind von A. Fröhlich (1966) als Homomorphismen gewisser Moduln erkannt worden. Unter Heranziehung der von Hilbert eingeführten Begriffe des Trägheitskörpers und des Verzweigungskörpers wird ein Ergebnis über die Verzweigungsgruppe erhalten. S. Ullom (1969) nimmt das Resultat von (Sp. 4) auf:  $K/F$  sei eine Galoissche Erweiterung eines Zahlkörpers, damit der Ring  $O_K$  der ganzen Zahlen von  $K$  eine Normalbasis besitzt, muss  $K/F$  schwach verzweigt sein.

Viel Beachtung fand die Arbeit Nr. 5 «Die Zerlegungsgruppe». Sie schliesst an den «Zahlbericht» von D. Hilbert an (Jber. Deutsch. Math.-Verein. IV, 1897). Speiser geht davon aus, dass die Reste nach den Potenzen eines Primideals eines algebraischen Zahlkörpers ein System von  $p$ -adischen Zahlen bilden, und untersucht die Gruppe der Automorphismen eines solchen Systems.

Die Substitutionen des Körpers, welche das Primideal  $\mathfrak{P}$  unverändert lassen, bilden die Zerlegungsgruppe  $\mathfrak{Z}$ . Diejenigen, welche die Reste modulo  $\mathfrak{P}$  nicht vertauschen, bilden einen Normalteiler  $\mathfrak{X}$  der Zerlegungsgruppe, welcher Trägheitsgruppe heisst. Ferner bilden die Substitutionen von  $\mathfrak{Z}$ , welche die Reste modulo  $\mathfrak{P}^2$  nicht vertauschen, einen Normalteiler  $\mathfrak{B}$ , der Verzweigungsgruppe heisst. Zunächst wird in § 1 die Faktorgruppe  $\mathfrak{Z}/\mathfrak{B}$  untersucht: Sie enthält als zyklischen Normalteiler die Gruppe  $\mathfrak{X}/\mathfrak{B}$ , die näher untersucht wird. In der Reihe der Verzweigungsgruppen  $\mathfrak{B}, \mathfrak{B}_1, \dots$  ist jede ein Normalteiler von  $\mathfrak{Z}$ , und die Faktorgruppe zweier aufeinanderfolgender ist eine abelsche Gruppe, deren Ordnung und Typus bestimmt werden. Daraus ergibt sich in § 2 der Satz von Kronecker, wonach jeder abelsche Körper ein Kreiskörper ist. Ist  $\mathfrak{B}_i$  die  $i$ -te Verzweigungsgruppe, so liegt nach Satz 3 von § 3 die Gruppe  $\mathfrak{B}_i/\mathfrak{B}_{i+1}$  im Zentrum der Gruppe  $\mathfrak{B}_1/\mathfrak{B}_{i+1}$ . Es stellte sich heraus, dass dies ein Nebenresultat eines Hilfssatzes von E. Artin ist (Artin, J. Reine Angew. Math. 164, 25, 1931). Siehe ferner die Arbeiten von Casson-Nogues, Ribenboim und Serre, die auf die Ergebnisse von Speiser hinweisen.

Die Arbeit Nr. 6 schliesst wiederum an Hilberts Zahlbericht an, insbesondere an

den berühmten Satz 90. Sei der Körper  $K$  relativ zyklisch bezüglich des Körpers  $k$ . Die Substitutionen der zyklischen Relativgruppe seien durch  $S$  erzeugt. Jede Zahl  $a$  von  $k$ , deren Relativnorm in bezug auf  $k$  gleich 1 ist, wird die symbolische  $(1-S)$ -te Potenz einer gewissen Zahl  $b$  von  $K$ . Anstatt die Zahlen eines Körpers zu betrachten, untersucht Speiser Matrizen  $M_E, M_A, \dots$ , die einer Gruppe mit den Elementen  $E, A, \dots$  zugeordnet sind und deren Koeffizienten im Körper  $K$  liegen.  $M_E^S, M_A^S, \dots$  ( $S = E, A, \dots$ ) seien die konjugierten Matrizen, und für die Multiplikation gelte  $M_S^T M_T = M_{ST}$ . Speisers Satz besagt dann, dass es in  $K$  eine Matrix  $M$  gibt mit  $M_S = (M^S)^{-1} M$ . Als Folgerung ergibt sich hieraus eine wichtige Aussage über die Koeffizienten der Matrizen einer irreduziblen Gruppe von ungeradem Grad. Besitzt diese reelle Charaktere, so lässt sie sich so transformieren, dass ihre Koeffizienten in dem durch die Charaktere bestimmten Körper liegen. Ist hingegen der Grad gerade, ferner das Charakterensystem reell und enthält die Gruppe eine Substitution, welche die Wurzeln  $+1$  und  $-1$  in ungerader Vielfachheit besitzt, so lässt auch sie sich so transformieren, dass ihre Koeffizienten im Körper der Charaktere liegen. Dieses Ergebnis ist von Hall-Weber (1968) verwendet und von Takahashi (1968) und von Ritter (1977) verallgemeinert worden. Im Anschluss an Speisers Arbeit behandelte I. Schur den Fall, in welchem die Matrizen der Gleichung  $M_S^T M_T = r_{S,T} M_{ST}$  genügen. Das System  $r_{S,T}$  muss einer Bedingung genügen und liefert dann genau eine irreduzible Darstellung der Gruppe.

Das Problem der Zerlegung einer rationalen Primzahl  $p$  in einem Galoisschen Zahlkörper wird in Nr. 8 bzw. 8a zurückgeführt auf die Untersuchung der Ordnung einer gewissen Matrix modulo  $p$ . Für Kreiskörper und relativ-zyklische Körper ergeben sich die aus anderen Untersuchungen bekannten Zerlegungsgesetze, für beliebige Körper ein Algorithmus zur Ermittlung des Grades seiner Primideale. Von der ganzen Betrachtung sind die Diskriminantenteiler ausgenommen.

Bleiben wir noch bei der Zahlentheorie. 1932 befasste sich Speiser in der Abhandlung Nr. 17 mit den Minima der Formen von Hermite. Im Anschluss an die Dissertation seines Schülers J. Züllig werden durch die Betrachtung von Kugelpackungen Approximationen von komplexen Zahlen  $\zeta$  durch gekürzte Brüche  $p/q$  betrachtet und die Existenz unendlich vieler Paare  $(p, q)$  mit  $|\zeta - p/q| < 1/[\sqrt{3} N(q)]$  bewiesen. Ein ähnlicher Satz ergibt sich für die Approximation einer reellen Quaternion  $\xi$  durch ganzzahlige Quaternionen  $p$  und  $q \neq 0$ . Er besagt, dass die Ungleichung  $|\xi - p/q| < 1/[(5/2)^{1/2} N(q)]$  unendlich viele Lösungen in ganzzahligen Quaternionen  $p$  und  $q \neq 0$  besitzt. Ob  $(5/2)^{1/2}$  die bestmögliche Konstante ist, beantwortete A.L. Schmidt (1969) dahin, dass sie dies in gewissem Sinn tatsächlich ist.

1923 erschien das Lehrbuch «Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung». Bisher wurde die Gruppentheorie nur in englischer Sprache von W. Burnside (1911) dargestellt, das Werk enthielt viele eigene Forschungen, welche diejenigen von G. Frobenius, L. Sylow, C. Jordan u. a. ergänzten. In deutscher Sprache lagen die «Algebra von H. Weber (2. Bd. 1899)» und «Gruppen- und Substitutionstheorie von E. Netto (1908)» vor, die nur in Teilgebiete einführten.

Speisers Gruppentheorie ist sein Jugendwerk, das über viele Jahrzehnte führend blieb. Bereits beim Erscheinen bemerkt ein Referent: «Es ist erstaunlich, was der Verfasser in dem wertvollen Buch auf dem engen Raum von 194 Seiten von elemen-

taren Sachen ausgehend zur Darstellung bringt. ... Die vom künstlerischen Standpunkt aus in ihrer Knappheit reizvolle Darstellung dürfte das Eindringen etwas mühevoll machen.» B. L. van der Waerden (1950) charakterisiert das Werk mit den Worten: «Andreas Speiser war einer der Pioniere der modernen Algebra. Sein Buch ist immer noch die schönste Einführung in die Gruppentheorie.» In beiden Zitaten wird also die Schönheit des Werkes betont, dieser verdankt es viele begeisterte Leser, welche die Mühe des Studiums nicht scheuten. Nachdem im Laufe der zwanziger Jahre durch die Vorlesungen von Emil Artin und Emmy Noether das neuartige abstrakte Denken in die Algebra und die Gruppentheorie eindrang und dort die Methoden völlig neu gestaltete und eine Zusammenfassung im Lehrbuch «Moderne Algebra» (1930) fand, ist es erstaunlich zu sehen, dass bereits Speiser in diesen Kategorien dachte. Seine Denkweise wurde richtungweisend, er darf als einer ihrer Vorläufer und Väter bezeichnet werden. Ähnliche Züge werden wir später in seinem philosophischen Denken antreffen. Die zweite Auflage enthält wertvolle Erweiterungen. Auf vier Seiten wird die Vorgeschichte der Gruppentheorie dargestellt und dabei auf die Ornamentik und die regelmässigen Körper sowie auf die Bedeutung der Symmetrie in der Musik hingewiesen. Im eingefügten sechsten Kapitel werden auf zwanzig Seiten die Streifen- und Flächenornamente hergeleitet. Speiser unternahm 1928 eine Reise nach Ägypten, um die dortigen Ornamente kennenzulernen. Wolfgang Graeser begleitete ihn und verfertigte die photographischen Aufnahmen.

Speisers Darstellung übte tiefe Wirkung auf Künstler aus und regte die zur Rarität gewordene Dissertation von Edith Müller über die Ornamentik in der Alhambra an. (Gruppentheoretische und strukturanalytische Untersuchungen der maurischen Ornamente aus der Alhambra in Granada, S. 1–128, 43 Tafeln, Rüslikon 1944.) Auf sechs einleitenden Seiten geht Speiser der Herleitung des Gruppenbegriffes nach und zeigt, wie er aus dem erst 1926 von Heinrich Brandt entdeckten Begriff des Gruppoides entwickelt werden kann. Brandt, ein Schüler von Speiser aus dessen Strassburger Zeit, fand diesen Begriff bei der Untersuchung der Komposition quadratischer Formen, die er auf Anregung Speisers unternahm. Die dritte Auflage enthält wiederum wertvolle Ergänzungen: Die Lehre von den symmetrischen Gruppen wurde im Hinblick auf die Physik ausführlicher dargestellt, und für den Fundamentalsatz von M. Wedderburn wurde der elegante Beweis von E. Witt eingefügt. Eine ganz besondere Freude bereitet es Speiser, dass der Birkhäuser Verlag die vierte Auflage mit einer Farbtafel der Modul- oder Kreisfigur von Felix Klein schmückte. Dieses Titelbild erläutert Speiser in einem Anhang. Stets wieder hat er, besonders in Gesprächen mit Schülern und mit Künstlern, seiner Begeisterung über diese Figur Ausdruck gegeben. Speiser legte bereits in der ersten Auflage Wert darauf, die Zusammenhänge der Gruppentheorie mit der Kristallographie zu betonen. Diese war damals in Zürich unter Paul Niggli und seinen Schülern in voller Entfaltung, sie empfing reiche Anregung durch das Erscheinen der «Gruppentheorie». Speiser hat den enormen Aufschwung der Theorie der Raumgruppen bis zur Herleitung aller dieser Gruppen im Raume von vier Dimensionen nicht mehr erlebt, auch nicht mehr das Eindringen des Gruppoidbegriffes in die Strukturlehre der Kristalle, aber was er gesät hat, trug reiche Früchte. In den Nrn. 12 und 12a wird die Bedeutung des Gruppoids für die Bildung von

Teilbarkeit und Multiplikation zweier Ideale im Integritätsbereich einer Algebra untersucht. In Nr.13, die teilweise an Nr.6 anschliesst, wird das Problem der Erweiterung von Gruppen durch Hinzufügung eines Zentrums erläutert.

Mehrmals ist Speiser auf die Bedeutung der Gruppentheorie für die Kunst zu sprechen gekommen. Er fand in Basel einen Künstler, Karl Gerstner, der diese Anregungen aufnahm und dies in seinem Werk *«Color Lines»* (Edition Stähli, Zürich 1978) zum Ausdruck brachte. Darüber hinaus skizzierte er mit künstlerischer Feder den Menschen: «So unkonventionell Speiser war, so konventionell war seine Bildung: klassisch-universal, der Humus, auf dem er seine Kürbisse zog. Die farbigsten gediehen aus einer Kreuzung von Mathematik und Kunst.» Und in einem Brief schreibt er: «Jetzt, wo er tot ist, vermisse ich ihn alle, die ihn kannten, weil er doch eine ganz aussergewöhnliche Persönlichkeit war.»

In der Malerei interessierten ihn nicht nur die Ornamente, sondern auch die Farben. In Nr.42 wird der Farbraum untersucht. Sind A und B zwei hinreichend benachbarte Farben, so gibt es stets eine Farbe C, die mit A vermischt die Farbe B ergibt. Hieraus folgt, dass jede Farbe als Zentrum einer Involution aufgefasst werden kann. Nach G. Thomsen besitzt diese Ebene eine euklidische Metrik, wenn das Produkt dreier Involutionen wieder eine solche ist. Speiser zeigt, dass die Farben diesem Gesetz genügen. Von der Ebene gelangt man durch Hinzunahme von Hell und Dunkel in den Farbraum.

Das schmale Bändchen *«Algebras and their arithmetics»* (1923) von L.E. Dickson bildet den Ausgangspunkt der Arbeiten Nr.9 und Nr.22. Speiser regte eine Übertragung des Buches ins Deutsche an, worauf uns Dickson eine vollständig neu geschriebene und stark erweiterte Fassung zur Übersetzung zusandte. Diese erschien 1927 bei Orell Füssli unter dem Titel *«Algebren und ihre Zahlentheorie»* und enthält als 13.Kapitel eine leichte Überarbeitung von Speisers Abhandlung Nr.9, die inzwischen als Sonderdruck zur Rarität geworden war. Das Buch wurde sehr freundlich aufgenommen, es war «die erste deutschsprachige Darstellung einer neu entstandenen, hochbedeutenden Theorie, die in wachsendem Masse das Interesse der Algebraiker und Zahlentheoretiker auf sich zieht. Es ist durchweg klar und elegant geschrieben, fast überall auch leicht fasslich und durch Beispiele belebt.» Der Teil von Dickson ist in der Hauptsache algebraischer Natur, während Speiser die Zahlentheorie entwickelt und eine Übersicht über alle Ideale einer rationalen, halbeinfachen Algebra sowie eine Einsicht in ihre multiplikativen Beziehungen anstrebt. Es gelang ihm zehn Jahre später, seine Entdeckungen in vereinfachter Form in der Arbeit Nr.22 darzustellen. Diese grundlegende Arbeit hat die Entwicklung der Zahlentheorie hyperkomplexer Systeme nachhaltig beeinflusst. Ihren Inhalt fasst H. Brandt zusammen:

«In einer einfachen Algebra im Gebiet der rationalen Zahlen wird das Restsystem einer Ordnung, die zwar höchsten Rang hat, sonst aber beliebig ist, nach einer Primzahlpotenz als Modul betrachtet. In diesem Restsystem auftretende Unregelmässigkeiten werden schrittweise durch Aufsteigen zu umfassenderen Ordnungen beseitigt, bis man schliesslich für maximale Ordnungen klare Gesetzmässigkeiten erhält. Diese Methode liefert zwar auch Erkenntnisse über nicht maximale Ordnungen, bringt aber naturgemäss Komplikationen mit sich, die vermieden werden, wenn man, so wie es in der Abhandlung geschieht, gleich von vornherein Bedingun-

gen zugrunde legt, wie sie maximalen Ordnungen entsprechen. Darin bestehen die Vereinfachungen dieser Abhandlung zur früheren. Die Ergänzungen bestehen darin, dass der Anschluss hergestellt wird zu Begriffsbildungen, die von H. Brandt aufgestellt worden sind (Gruppoid der Ideale). Das war zwar schon teilweise von Artin und vollständig von Hasse geschehen, aber nur unter Heranziehung neuer Hilfsmittel. Hier wird gezeigt, dass die ursprünglichen Methoden zu diesem Ziel vollständig ausreichen. Sie ermöglichen die Konstruktion aller maximalen Ordnungen und ihrer Ideale und geben Auskunft über die zwischen ihnen bestehenden Beziehungen.»

Ende der zwanziger Jahre dozierte Rolf Nevanlinna als Gastprofessor an der ETH. Er befreundete sich mit Speiser, der durch ihn die Anregung zu einigen Arbeiten aus dem Gebiet der ganzen transzendenten Funktionen erhielt. Anschliessend an Sätze von W. Gross und I. Iversen betrachtet Speiser in Nr. 14 jene Riemannschen Flächen, die zu den inversen Funktionen ganzer transzendenter Funktionen gehören und deren endliche Singularitäten isoliert liegen. Seien  $u = g(z)$  und  $w = h(u)$  zwei eindeutige Funktionen, die entweder ganze transzendente Funktionen der  $z$ - bzw.  $w$ -Ebene sind oder einen Grenzkreis haben. Beide sollen ihre Gebiete auf gewisse, näher beschriebene Riemannsche Flächen abbilden. Dann ist die Funktion  $h(g(z))$  dann und nur dann ganz transzendent, wenn  $g(z)$  und  $h(u)$  es sind. Mittels der durch Julia gegebenen Verschärfung des Lemmas von Schwarz werden Abbildungseigenschaften der genannten inversen Funktionen hergeleitet. Am Schluss werden einige Probleme formuliert, die entscheiden sollen, ob eine gegebene Fläche zu einer ganzen transzendenten Funktion oder zu einer Funktion des Grenzkreistypus gehört.

Die in Nr. 15 betrachteten Riemannschen Flächen sind aus drei Sorten von Blättern aufgebaut. Sorte I: Die volle Ebene, die von  $+1 \rightarrow \infty$  und von  $-1 \rightarrow -\infty$  längs der reellen Achse aufgeschlitzt ist. Sorten II und III: Volle Ebene mit je nur einem dieser beiden Schlitze. Einer Veranschaulichung solcher Riemannschen Flächen dienen topologische Bäume. Endfolge eines Baumes ist ein Streckenzug ohne Gabelung. Auf zwei Wegen wird bewiesen, dass die Anzahl der Endfolgen eines Baumes entweder endlich oder abzählbar oder von der Mächtigkeit des Kontinuums ist. Alle jene Riemannschen Flächen sind entweder auf die volle Ebene (erste Art) oder auf eine endliche Kreisscheibe (zweite Art) konform abbildbar. Es wird vermutet, dass die Riemannschen Flächen zur ersten Art dann und nur dann gehören, wenn die Zahl der Endfolgen endlich oder abzählbar unendlich ist. Bewiesen werden die folgenden Ergebnisse: Zerschneidet man eine Fläche längs einer Verzweigungslinie, so zerfällt sie in zwei Teile  $A$  und  $B$ . Durch Spiegelung an der Verzweigungslinie mögen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  entstehen. Gehört dann  $A + \bar{A}$  zur zweiten Art, so auch  $A + B$ . Man kann annehmen, dass bei der Abbildung von  $A + \bar{A}$  die Hälfte von  $A$  in einen Halbkreis  $H$  übergeht, während  $A$  bei der Abbildung von  $A + B$  in einen Bereich  $G$  übergeht. Die so gestiftete Abbildung von  $H$  auf  $G$  ist auf den Randbögen von  $H$  regulär. Ein Weg auf  $A$ , der bei der Abbildung von  $A + B$  in einen Weg übergeht, der in einem bestimmten von den Halbkreisenden verschiedenen Peripheriepunkt endet, behält diese Eigenschaft, wenn statt  $B$  an  $A$  ein anderes Riemannsches Flächenstück der betrachteten Bauart angefügt wird. Eine besondere Betrachtung gilt den Halbkreisenden. Sind



$A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  von der ersten Art, aber  $A + B$  von der zweiten Art, so besteht der Häufungsbereich der Bildkurve von  $A$  und  $B$  aus der ganzen Peripherie des Bildkreises.

In Nr. 24 betrachtet Speiser eine einfach zusammenhängende Riemannsche Fläche, die bei  $\infty$  in allen Blättern logarithmisch verzweigt ist und die sonst nur an den Stellen  $\pm 1$  logarithmische Windungspunkte aufweist. Kennt man die linearen Substitutionen, die zu der durch diese Fläche bestimmten Untergruppe der modularen Gruppe gehören, so lässt sich ein genaues Kriterium für den Typus der Fläche aufstellen. Die Fläche wird nun längs einer Verbindungsgeraden zwischen zwei Windungspunkten in die Hälften  $A$  und  $B$  zerlegt. Spiegelt man ähnlich wie oben, so erhält man die Halbf lächen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$ . Wenn  $A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  hyperbolisch sind (rein hyperbolischer Fall), dann ist auch  $A + B$  hyperbolisch. Wenn dagegen  $A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  parabolisch sind und  $A + B$  trotzdem hyperbolisch ausfällt, so spricht man vom gemischt hyperbolischen Typ. Speiser findet eine Bedingung für den rein hyperbolischen Typ.

In Nr. 16 wird eine einfach zusammenhängende Riemannsche Fläche  $F$  betrachtet, deren Windungspunkte über den Punkten  $w=0, 1, \infty$  der  $w$ -Ebene liegen. Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass die Fläche  $F$  zum hyperbolischen Typus gehört, besteht in der Konvergenz der Reihe  $\sum 1/(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$ , erstreckt über alle unimodular geschriebenen Substitutionen  $z' = (az + b)/(cz + d)$  der zu  $F$  gehörenden Gruppe  $G$ .

Endlich beschreibt Nr. 37 die Gruppe der Abbildungen einer einfach zusammenhängenden Fläche auf sich selbst und bestimmt die zu dieser Funktion gehörende Riemannsche Fläche.

Mit der Zetafunktion befasst sich Speiser in der Arbeit Nr. 20. Für eine meromorphe Funktion  $w=f(z)$  mögen die wesentlich singulären Stellen der Umkehrfunktion  $z=\varphi(u)$  an reellen Stellen der  $w$ -Ebene liegen. Dann liefern die «reellen» Züge eine gute Übersicht über die Werteverteilung und damit über die Riemannsche Fläche. Speisers Schüler A. A. Utzinger wendete diese «Methode der reellen Züge» in seiner Dissertation (Die reellen Zweige der Zetafunktion, Zürich 1934) zur Untersuchung der Gamma- und der Zetafunktion an. Speiser betrachtet die verwandte Etafunktion  $\eta(z) = \Gamma(z/2) \pi^{-z/2} \zeta(z)$ . Über diese Eta- und Zetafunktionen werden geometrische Aussagen bewiesen, die mit der Riemannschen Vermutung über die Nullstellen der Zetafunktion äquivalent sind. In beiden Fällen handelt es sich um das Verhalten der reellen Züge in der Nähe der kritischen Geraden. Die Behauptung, dass die Nullstellen der Ableitung der Zetafunktion rechts von der kritischen Geraden oder auf ihr liegen, ist mit der Riemannschen Vermutung äquivalent.

Gruppentheorie und Funktionentheorie werden in Nr. 28 verbunden. Zunächst wird ein Ergebnis über zyklische Gruppen verallgemeinert auf die Darstellung abelscher Gruppen und deren Charaktere. Dies ermöglicht sodann die Herleitung der Funktionalgleichung der  $L$ -Funktionen mit relativ einfachen Mitteln.

In zwei Arbeiten ist Speiser auf das Gebiet der Geometrie vorgestossen, das ihn später bei der Herausgabe von Eulers Werken so intensiv beschäftigen wird. In Nr. 7 bzw. 7a geben die berühmten Sätze von H. Poincaré und D. Birkhoff Anlass zur Betrachtung geodätischer Linien auf geschlossenen konvexen Flächen. Es wird die

Existenz unendlich vieler geschlossener Geodätischer auf gewissen Flächen bewiesen.

In Nr. 29 wendet sich Speiser der Himmelsmechanik zu. Die Gesamtheit der ebenen Kepler-Bewegungen einschliesslich der Stossbewegungen ist einer stetigen stationären Strömung im projektiven Raum homöomorph. Der Beweis erfolgt mittels der Transformation  $z = w^2$  und geeigneter Berührungstransformation, wodurch die Kepler-Bewegung in die Simultanbewegung zweier harmonischer Oszillatoren übergeführt wird.

Als einen Beitrag zur Feier des hundertsten Geburtstages von B. Riemann und zugleich des Crelleschen Journals veröffentlichte Speiser (Sp. 11) in dessen Jubiläumsband den Aufsatz «Naturphilosophische Untersuchungen von Euler und Riemann». Euler hatte im Rahmen der Newtonschen Raumauffassung einen Versuch zur Erklärung der Gravitation unternommen, der jedoch noch gewisse unbehobene Schwierigkeiten enthielt. Riemann hat in einem der «Fragmente philosophischen Inhalts» eine Antwort auf eine der verbleibenden Fragen zu geben versucht. Doch folgte er im übrigen keineswegs der Newton-Eulerschen Raumauffassung, schliesst sich vielmehr mit Herbarth der von Leibniz an. Seine diesbezüglichen Untersuchungen, denen er selbst grosses Gewicht beigemessen zu haben scheint, stehen in engem Zusammenhang mit seinem Habilitationsvortrag.

Die Beschäftigung mit Euler ist das zweite Thema im Leben Speisers, auf das dritte, die Philosophie, treten wir am Schluss ein. Die unter Ferdinand Rudio ins Leben gerufene Herausgabe der gesammelten Werke von Leonhard Euler erlitt nach einem hoffnungsvollen Beginn durch die Ereignisse des ersten Weltkrieges einen schweren Schlag. Die Redaktion verlor Mitarbeiter, der Verlag Teubner geriet in Schwierigkeiten, und in den zwanziger Jahren erlitt der Euler-Fonds schwere finanzielle Verluste. 1919: Speiser trat in die Redaktion ein, und Fueter wurde deren Präsident. Mit Hilfe des Orell-Füssli-Verlages gelang es, das Unternehmen weiterzuführen. Bevor ich hierauf näher eintrete, mögen einige Arbeiten über Euler erwähnt werden.

Im Aulavortrag Nr. 21 befasst sich Speiser mit «Euler und die deutsche Philosophie». Zur Zeit Eulers war es in Deutschland die sogenannte Leibniz-Wolffsche Philosophie, die das philosophische Denken beherrschte. Euler zeigte, dass diese nicht imstande war, die Gesetze der mathematischen Physik zu begründen. Er stellte hierauf die gedanklichen Grundlagen für die Herleitung der physikalischen Gesetze auf. In seinen «Briefen an eine deutsche Prinzessin» legt er dies in meisterhafter Weise dar. Speiser weist nach, welche Bedeutung sie auf Kant ausübten.

Im Atlantisband «Grosse Schweizer», der im Hinblick auf die Landesausstellung herausgegeben wurde, gibt Speiser in Nr. 27 ein abgerundetes Lebensbild des grossen Schweizers. Mit einem Holzschnitt zu vergleichen sind die kräftigen Sätze «Es ist Euler vorbehalten gewesen, der Mathematik eine völlig veränderte Gestalt zu geben und sie zu dem mächtigen Gebäude auszugestalten, welche sie heute ist». Mit Nachdruck wird darauf verwiesen, wie Euler sich früh mit der Zahlentheorie beschäftigte und sein ganzes Leben nicht davon gelassen hat. «Seine Entdeckungen auf diesem Gebiete sind vielleicht das Schönste und Tiefste, was in der Mathematik gefunden wurde», und wir fühlen bei diesen Worten das innere Mitschwingen von Speiser. Nach der Beschreibung von Eulers Charakter und seiner Tätigkeit in

Petersburg und Berlin schliesst Speiser mit dem Verhältnis von Euler zur Theologie, er ist dem protestantischen Christentum sein Leben lang treu geblieben.

In Nr. 26, dem Neujahrsblatt 1939 der Gesellschaft zur Beförderung des Guten und Gemeinnütigen, gibt der Verfasser einen für weitere Kreise bestimmten Überblick über Basels Mathematiker. Zur Zeit der Reformation tritt Glareanus als erster Mathematiker in Basel auf, aber erst mit den Bernoulli wird diese Stadt Mittelpunkt der Mathematik. Jakob, gegen den Willen seines Vaters sich ganz dieser Wissenschaft widmend, beherrschte als erster die mächtigen Hilfsmittel der Infinitesimalrechnung und schuf zudem, fast aus dem Nichts, die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach seinem Tod (1705) wurde sein Bruder Johann Glanz und Mittelpunkt der Basler Universität und Lehrer von ganz Europa. Speiser widmet diesem eine spannende geisteswissenschaftliche Analyse. Johanns Sohn Daniel, Eulers Freund, begründete die Hydrodynamik, seine wahre Bedeutung hat erst die neueste Forschung aufgedeckt. Auf den letzten zehn Seiten begleiten wir Euler in seinen Wirkungsstätten Petersburg und Berlin, wobei Speiser diesmal das Gewicht auf die Bedeutung Eulers für die Philosophie und die Theologie legt.

Als Speiser in die Redaktion der Euler-Kommission eintrat, waren 14 Bände der Opera omnia Leonhardi Euleri erschienen. Als Generalredaktor von 1928 bis 1965 brachte er 37 Bände heraus, 11 von ihm selbst redigiert. Bei allen wirkte sein Genius mit, und sein Auge prüfte die Korrekturen. Für seine Verdienste dankte ihm die Universität Bern am 23. November 1957 mit der Laudatio «Die Philosophisch-naturwissenschaftliche Fakultät verleiht die Würde eines Doktors honoris causa Herrn Andreas Speiser, der die Publikation der Opera omnia Leonhard Euleri mit Weitblick und Hingabe geleitet und damit die Ideen eines der grössten Gelehrten aller Zeiten zu neuer Wirkung gebracht hat». Die Schweizerische Naturforschende Gesellschaft ernannte ihn 1964 zum Ehrenmitglied «in Würdigung seiner langjährigen Verdienste als Präsident der Euler-Kommission und der tatkräftigen Förderung der Euler-Ausgabe».

Wir werfen einen Blick auf die einzelnen Bände und beabsichtigen, dem Leser einen Hinweis auf eine Menge tiefer Bemerkungen des Herausgebers zu vermitteln, wir verfahren chronologisch. In Band I/16, 2, auf den Seiten XCVII–CV gibt Speiser Erläuterungen zu Eulers Arbeiten über unendliche Produkte und Kettenbrüche. Gleich zu Beginn finden wir des Herausgebers elegante Darstellung der Kettenbrüche mittels Matrizenschreibweise. Die Lösung der Pellischen Gleichung und der Riccatischen Gleichung bilden Anwendungen. Sodann wird die Umwandlung von Reihen in Kettenbrüche, und umgekehrt, betrachtet.

Nachdem 1922 Adolf Krazer und Ferdinand Rudio den ersten Teil des grundlegenden Werkes «Introductio in analysin infinitorum» (1748) herausgegeben hatten, ein Werk, das «keinen Vorläufer hat», ediert in Band I/9 Speiser den zweiten Teil und bereichert ihn mit einer Vorrede von 26 Seiten, die die beiden Teile umfasst. «Wenn diese Inhaltsübersicht einen Hauch von dem Geist dieses leichten mathematischen Buches vermittelt und den Leser zur Lektüre anregt, so will ich froh sein.»

Auf den Seiten XXXIII–L (Band I/10) gibt Speiser eine Übersicht über die von G. Kowalewski 1913 edierten «Institutiones calculi differentialis» (1755), die auf die «Introductio» folgten. Von besonderem Interesse dürften die Ausführungen über die Summation von Reihen und über die unendlich kleinen Grössen sein.

Ein besonderes Denkmal setzte sich Speiser mit der Herausgabe der Geometriebände I/26 bis I/29. Zu Beginn dankt Speiser in I/26 auf Seite VII im Jahre 1953 all denen, die die Herausgabe stets wieder unterstützt haben: Firmen der Maschinen- und Zementindustrie, chemische Fabriken, Versicherungsgesellschaften und Banken sowie einzelnen besonders verdienstvollen Persönlichkeiten, die nicht nur materiell, sondern auch in besonders verdienstvoller Weise das Werk moralisch unterstützten.

Zum Inhalt: Besonders begeistert war Speiser stets von den Mönchen-Quadraturen. Anschliessend finden wir Cramers Paradoxon der Kurven dritten Grades. Der Bestimmung der Lage und der Grösse der Hauptachsen einer Ellipse, gegeben durch zwei konjugierte Durchmesser, gilt Eulers weiteres Interesse. Wir schreiten fort zur berühmten Eulerschen Polyederformel, welche die Grundlage der Topologie bildet, und der Einteilung der Polyeder nach Spezies. Es folgen Arbeiten zur sphärischen Trigonometrie, zum Ähnlichkeitszentrum ebener Figuren und zum Kreisproblem von Apollonius. In Band I/27 finden wir erste Arbeiten Eulers zum Problem der reziproken Trajektorien einer ebenen Kurvenschar. Auf dieses Problem kommt Euler in I/28 und I/29 zurück. Wertvoll sind die Erläuterungen des Herausgebers zu Fragen der Katoptrik, die auf Probleme der geodätischen Linien auf Flächen führen. Mit Vergnügen wird man Speisers historische Bemerkungen zu den Gradmessungen auf der Erdkugel lesen, eine wahre Tragikomödie unter den Gelehrten des 18. Jahrhunderts.

Band I/28 enthält die grundlegenden Arbeiten zur Kurven- und Flächentheorie, es sind nach den Worten des Herausgebers keine ausgearbeiteten Darstellungen. Drei Abhandlungen betreffen die Abbildung der Kugel auf die Erde und die Herstellung von Landkarten. Euler findet dabei den schönen Satz, dass diejenigen Flächen, die durch blosse Verbiegung ohne Verzerrung in die Ebene ausgebreitet werden können, durch die Tangenten an eine Raumkurve bestimmt werden. Beachten wir auch Speisers Ausführungen auf den Seiten XXXVI–XXXVII über das Zitieren wissenschaftlicher Abhandlungen im 18. Jahrhundert, Bemerkungen, die sich jeder Wissenschaftler hinters Ohr schreiben darf.

In I/29 beachten wir auf den Seiten VIII–X besonders Speisers Ausführungen zu Eulers Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra: Gauss hat in seiner Kritik den gruppentheoretischen Gehalt des Beweises und das Wesen der analytischen Methode Eulers nicht erfasst. In diesem Band ist die dritte Sektion der *Institutionum Calculi Differentialis*, erst 1862 postum veröffentlicht, untergebracht. Der Herausgeber weist insbesondere auf die Ausführungen in Kapitel I, § 8, hin, wo der Begriff des Differentials erläutert wird, «eine Erläuterung, die wohl gänzlich Eulers Eigentum ist und seitdem kaum mehr verstanden wurde». Wer möchte sich nicht hier von Euler und Speiser eine Kostbarkeit entgehen lassen?

Band III/6 enthält die Arbeiten zur Optik, Speiser verweist auf Eulers Kontroverse mit Dollond über die Achromasie, bemerkt aber, dass die historische Würdigung von Eulers Arbeiten zur Optik noch ausstehen. Zum Glück wurde dies inzwischen nachgeholt. Mehrmals haben wir mit Speiser im mathematisch-philosophischen Seminar Teile aus den *Lettres à une Princesse d'Allemagne* (1768) besprochen, die Speiser in den Bänden III/11 und 12, zusammen mit der Schrift *Rettung der göttlichen Offenbarung*, veröffentlichte. Der Band III/12 enthält sodann auf den

Seiten XII–XVII die schöne Ansprache, die Speiser an der Euler-Feier der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft am 18. Mai 1957 hielt. Er spricht dabei den Dank an alle Mitarbeiter der Euler-Edition aus und würdigt ihre hingebungsvolle Mitarbeit.

Wahrhaftig, Speiser gelang es, geeignete Mitarbeiter zu finden und heranzubilden. Unermüdlich warb er für *seine* Edition, er hatte den Schlüssel «Sesam öffne dich» in den Händen, wenn er in Wort und Schrift die finanziellen Mittel für das Werk sammelte. Dazu trug wesentlich die Ausstrahlung seiner Persönlichkeit und die Unmittelbarkeit bei, mit der er geeignete Persönlichkeiten suchte und fand. Zudem bemühte er sich, durch Gelegenheitsartikel in der Presse für seine Ideen zu werben und scharte dadurch ein breites Leserpublikum um sich. Ich zähle im Literaturverzeichnis 28 mir bekanntgewordene Artikel auf. Es handelt sich teilweise um Rezensionen neuerschienener Bücher. Speiser besass das Talent, im aufmunternden Ton die positiven Seiten der besprochenen Werke hervorzuheben, gewisse Schwächen wurden höchstens wohlwollend angedeutet, oft nur dem Kenner bemerkbar. Es ist zu bedauern, dass diese Artikel bisher nicht gesammelt herausgegeben wurden, sie enthalten viele Perlen von Speisers Gedanken und Formulierungen.

Eng verbunden mit der Euler-Edition ist die Herausgabe der Mathematischen Werke von Johann Heinrich Lambert in den Jahren 1946 und 1948. Leider ist der Wunsch Speisers, dieser Ausgabe möge diejenige der philosophischen Werke des grossen Mülhausers folgen, bisher nicht in Erfüllung gegangen.

Bevor ich zur Besprechung von Speisers philosophischen Arbeiten übergehe, seien zwei Gelegenheitsartikel erwähnt. Nirgends so sehr wie in diesen ungezwungenen Äusserungen tritt die Persönlichkeit des Verfassers derart offen zutage. In der Festschrift Nr. 10 (1926) zum 80. Geburtstag seines Vaters schreibt er erstmals über den Zusammenhang seiner beiden Lieblingsgebiete. Für Speiser wirkt Mathematik, ähnlich wie für Kepler die Planetenaspekte, direkt auf die Seele, indem diese die Proportionen wahrnimmt, die in ihr liegen. Diese Proportionen weist Speiser in der Analyse verschiedener Musikstücke nach. Er betont: «Die Wirkung dieser Formen lässt sich nicht erklären, ebensowenig wie die Tatsache, dass gewisse Folgen von mathematischen Schlüssen plötzlich eine tiefe Einsicht in ein mathematisches Gebilde gewähren, während andere nur formal bleiben und gar nicht irgendwelchen Geist aufnehmen wollen.» So umhüllt die Formenwelt der Musik und auch der übrigen Künste eine Sphäre, nämlich die der Mathematik.

In Nr. 36 treten Züge zutage, die Speiser sonst höchstens in persönlichen Gesprächen durchblicken liess, und wie er gleich zu Beginn bemerkt, wollte er sich mit diesem Beitrag zum 80. Geburtstag von Heinrich Wölfflin «einen guten Tag machen und frei aussprechen, was man denkt». In der Tat, hier ergiesst sich Speisers Esprit wie ein klarer, ungezählter Wasserfall, sprudelnd in mathematischem Gehalt. Zunächst, wie könnte es anders sein, begibt er sich in die «musikalische Mathematik» und studiert Fugen wie eine mathematische Abhandlung. Die Verbindung mit der Malerei wird über Heinrich Wölfflin hergestellt. Den Höhepunkt auf seinem Wege erreicht Speiser wohl mit der Paraphrase eines Abschnittes aus *Ecce homo* von Friedrich Nietzsche. Ihr zur Seite steht die Aufdeckung der Symmetrien in einem Satz von Jacob Burckhardt. Wer hat je, vor oder nach Speiser, Sätze derart ins Kaleidoskop gelegt und gespiegelt, ich frage, wer?

Diese Analyse führt zu derjenigen eines Gemäldes von Caravaggio über und zeigt, dass auch der grosse Basler Kunsthistoriker in solchen Gemälden Symmetrien nachwies.

Speiser war von ungewöhnlicher Belesenheit. Sein Bestreben war, Gedanken durch den Verlauf der Geschichte zu verfolgen und ihre Auswirkung darzustellen. Zudem versuchte er, hiermit weiteren Kreisen die von ihm erarbeitete und ihm eigene Gesamtschau der Welt unter mathematischem Aspekt darzulegen. In diesem Bestreben veröffentlichte er einige Bücher, auf die wir nun zu sprechen kommen. Deren Widmungen bedeuten Dankbarkeit für empfangene Anregungen und Freundschaft.

1925 erschienen im Orell-Füssli-Verlag «Klassische Stücke der Mathematik», Paul Sarasin gewidmet. Sie geben durch die verbindenden Einführungstexte und durch die Auswahl der Stücke bereits einen Einblick in Speisers Denken. So wird etwa das Raumproblem aufgegriffen und von der Antike über Dante, Tiepolo, Helmholtz bis zu Einstein und Hjelmslev verfolgt, ein wunderbar kühner Wurf, wie sich W. Blaschke zu mir äusserte. Das Buch ist zum Vorläufer verschiedener Versuche geworden, Mathematik breiteren Kreisen zugänglich zu machen. Speiser las wiederholt die Vorlesung für Hörer aller Fakultäten. Der hochgelegene Hörsaal im Turm hinderte die vielen Studierenden verschiedener Richtung nicht daran, diesen einzigartigen Stunden beizuwohnen. Speiser, ein hervorragender Pianist, setzte sich etwa ans Klavier und erklärte die Kompositionen der Klassiker Mozart, Beethoven oder Verdi, aber im selben Zug auch diejenigen von Kinderliedern. Oder er liess, unterstützt von Lichtbildern, die Symmetrien der Ornamente aufleuchten. Aus diesen Vorlesungen ist das Buch «Die mathematische Denkweise», Zürich 1932, entstanden, das er seinem Schwager Raoul La Roche widmete. Der Glanz jener Stunden ist darin, soweit dies möglich ist, festgehalten und bildet für alle, die diesen Stunden beiwohnten, ein kostbares Juwel. Unter den Bögen am Limmatquai erzählte er uns, wie er soeben im Oberdorf eine Druckerei für das Büchlein gefunden hätte; es war damals nicht leicht, eine solche Schrift herauszugeben. Die zweite Auflage erschien 1945 im Birkhäuser Verlag und ist um Bilder bereichert, die Wolfgang Graeser 1928 auf einer gemeinsamen Ägyptenreise aufgenommen hat, ferner um Goldschmiedrisse, für die sich insbesondere Walter Überwasser interessierte. Den Schluss des Buches bildet die Aularede, die Speiser zum Gedenken des dreihundertsten Todestages von Johannes Kepler 1930 gehalten hat. Auch Kepler war eine Gestalt, der sein ungeteiltes Interesse galt; auch er hatte eine der platonischen Denkweise verhaftete Weltsicht.

Um seine Ideen darzulegen, gründete Speiser zusammen mit Karl Dürr und Paul Finsler das mathematisch-philosophische Seminar. Unter anderm wurde hier der Kommentar des Proklos zu den Elementen von Euklid gelesen. Speiser inspirierte hierdurch die Herausgabe der von Leander P. Schönberger stammenden deutschen Übersetzung durch Max Steck. Erstmals mit Wolfgang Graeser gelesen, wurde Platons Dialog Parmenides durchgearbeitet. Als Frucht hiervon erschien 1937 «Ein Parmenides-Kommentar», dem Andenken an Wolfgang Graeser gewidmet. 1959 erlebte das vielbeachtete Werk eine zweite Auflage, vermehrt um einen zweiten Teil «Fichtes Wissenschaftslehre von 1804». Den Kommentar zu dem so sehr umstrittenen Dialog wollte Heinrich Scholz unter diejenigen Bücher eingereiht sehen, die in

einer Geschichte der Mathematik der heutigen Zeit nicht fehlen dürfen. Hans-Rudolf Schwyzer schreibt in seiner Besprechung in der Neuen Zürcher Zeitung: «Jedenfalls sind die Philologen dem Mathematiker dankbar, dass er ihnen in einer so hoffnungslosen Aporie beispringt. Denn hier kann bloss einer weiterkommen, der in beiden Sätteln gerecht ist.» Und Willy Theiler sprach mit Anerkennung über die auch philologisch treffenden Interpretationen.

Aus Anregungen, die noch in die Zürcher Zeit zurückgehen, ist das 1952 im Birkhäuser Verlag erschienene Buch «Elemente der Philosophie und der Mathematik» entstanden. Es ist dem Andenken an Rudolf Fueter gewidmet, «meinem bewährten Freund, mit dem ich während 55 Semestern in Zürich zusammenarbeiten durfte und dem ich unbegrenzte Dankbarkeit schulde». Der Titel «Elemente» ist mit Bedacht nach dem Euklidischen Werk gewählt. Wie dort für die Geometrie, so sollen hier für das Denken nicht absolute Gesetze hergeleitet werden, sondern es soll eine Anleitung zum Forschen gegeben werden.

Ich habe im ersten Abschnitt versucht, Speisers mathematische Leistungen zu würdigen, und habe dabei ausgeführt, dass er ein Pionier der heutigen modernen Algebra ist. Das bedeutet, dass er abstraktes begriffliches Denken im höchsten Grade beherrschte. Mit dieser Fähigkeit greift er in die Grundlagen der Philosophie ein, wer ihm in diese Gebiete folgen will, muss jenes Denken beherrschen. Wenige sind ihm daher in der Beurteilung seiner Analysen gerecht geworden. Als eine Ausnahme möchte ich aus dem Nachruf von J.O. Fleckenstein zitieren: «Existentieller Ernst ergriff Speiser erst, wenn es um die Grundlagen der «philosophischen gleich mathematischen Erkenntnis» ging. Um die scheinbar spielerisch und absichtlich paradox hingeworfenen Gedankensplitter hat er selber immer wieder gerungen: Was als brillante Facette erschien, war nur eine der vielen Seiten eines lang bearbeiteten Diamanten seiner platonischen Dialektik. Wir dürfen von Glück reden, dass ein Basler Mathematiker sich um Plato bemühte; Speiser nahm es in Kauf, im Niemandsland zwischen philosophischer und naturwissenschaftlicher Fakultät unter das Kreuzfeuer von beiden Seiten zu geraten, denn er wusste, dass er unverwundbar war.» Und weiter: «Das scheinbar Paradoxe der Speiserschen Diktion war die Maskerade seiner genialen Intuition in die wirklichen Probleme der «Mathesis Perennis». Immer ging es ihm um die Qualität, nie um die Quantität der Erkenntnisse der Wissenschaft im Sinne Platos.»

Dreizehn seiner teils unveröffentlichten Reden und Abhandlungen sind unter dem Titel «Die geistige Arbeit» 1955 als Buch erschienen. Ganz besonders freute es den Verfasser, dass der Verlag den Umschlag des Buches mit einer siebenfarbigen Kreisfigur von Felix Klein schmückte.

Speiser erfreute sich einer zähen Gesundheit und einer grossen Arbeitskraft. Dies kam ihm insbesondere während der Kriegsjahre zugute, die ihm eine starke Belastung brachten. Finsler war zeitweise kränklich und Fueter viel im Militärdienst abwesend, so dass die Hauptlast des mathematischen Unterrichtes auf Speisers Schultern lag. Glücklicherweise frassen Verwaltung und Administration noch nicht an den Kräften der Dozenten. Speiser verliess Zürich auf dem Höhepunkt seiner Wirksamkeit, sein Denken wies vielen Schülern und Anhängern Wege. In Basel fand er die nötige Ruhe, das Euler-Werk gewaltig zu fördern, er sah dem Abschluss der drei ersten Serien entgegen.

Menschen wie Speiser wirken in die Tiefe. Wir dürfen feststellen, dass er die Saat aufgehen sah. Vieles aber harrt noch des Wachsens. Es liegt in der Natur des Geistigen, dass oft eine oder mehrere Generationen das Erbe nicht nützen können, spätere werden davon um so mehr zehren. Dies gilt auch für das Erbe von Speiser. Noch hatte sich die Erde über seinem Grabe nicht gesenkt, als aus seiner Vaterstadt zu vernehmen war: «Die Weissglut mathematischer Forschungsarbeit lag ihm nicht» (NZZ, 21. Oktober 1970, Mittagsausgabe).

3. Paul *Finsler* wurde am 11. April 1894 als Sohn des Kaufmanns Julius Finsler (1853–1905) und seiner Frau Elise-Luise, geborene Berrer (1872–1913), in Heilbronn geboren. Er wuchs im Kreise einer Schwester und des Bruders Hans auf, der als Photograph einen bedeutenden Namen erwarb. Die Familie Finsler, aus Stäfa stammend, wurde 1538 in Zürich eingebürgert. Ein Urgrossvater von Paul, Hans Jakob Finsler (1796–1863) verheiratete sich mit Louise Gessner, einer Enkelin von Pfarrer Hans Caspar Lavater. Der Grossvater Jakob Georg Finsler (1826–1887), verheiratet mit Susanne Amalie Ulrich, war Kaufmann im Meyershof.

Paul Finsler besuchte die Lateinschule in Urach und 1908–1912 das Realgymnasium in Cannstatt, das er mit dem Zeugnis der Reife verliess. Nach einem Studienjahr an der Technischen Hochschule in Stuttgart bezog er die Universität Göttingen zum Studium der Mathematik. Im Frühjahr 1918 erwarb er dort den Doktorgrad mit der Dissertation «Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen», die er auf Anregung von C. Carathéodory schrieb. Unter seinen Lehrern finden wir die bedeutendsten Mathematiker jener Zeit, unter anderen E. Hecke, D. Hilbert, F. Klein, E. Landau, C. Runge. 1922 habilitierte sich Finsler an der Universität Köln und wurde im Dezember 1926 mit Amtsantritt im April 1927 zum ausserordentlichen Professor für angewandte Mathematik an der Universität seiner Vaterstadt gewählt. Der Lehrauftrag umfasste 6–8 Semesterstunden, und zwar: in jedem Semester eine vierstündige Vorlesung mit Übungen in darstellender Geometrie und Vorlesungen in zwanglosem Turnus aus den übrigen Gebieten der Geometrie und der angewandten Mathematik. Auf den Herbst 1944 wurde Finsler zum ordentlichen Professor ernannt, mit einer Lehrverpflichtung von 8 bis 12 Vorlesungs- und Übungsstunden, wovon jedes Semester eine vierstündige Vorlesung über Differential- und Integralrechnung mit je einer Stunde Proseminar. Später übernahm er statt dieser Vorlesung wieder diejenige in darstellender Geometrie. Im Frühjahr 1959 trat er altershalber zurück, unter gleichzeitiger Ernennung zum Honorarprofessor. Eine Reise nach dem Fernen Osten erfüllte hierauf seinen Wunsch, auch dort den Sternenhimmel betrachten zu können. Die Teilnahme am mathematischen Leben in Zürich, an Vorträgen und Seminarien zeigt sein fortdauerndes Interesse an der Wissenschaft. War Finsler lange Zeit ein rüstiger Wanderer, der auf keinem Seminaerausflug fehlte, so untersagten ihm dies in späteren Jahren auftretende Herzbeschwerden. Auf dem Gang zum Dies academicus am 29. April 1970, einem schwülen Tag, erlag er kurz vor Erreichen der Universität einem Herzversagen.

Ausgehend von Ideen von Bernhard Riemann stellte Carathéodory Finsler die Aufgabe, die Differentialgeometrie von Kurven und Flächen in Räumen  $R_n$  von beliebig vielen Dimensionen  $n$  unter Zugrundelegung einer verallgemeinerten Längenbestimmung, Metrik oder Massbestimmung zu untersuchen. Dabei wird