

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1899)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BIBLIOGRAPHIE

Dr G.-M. TESTI. — **Corso di Matematiche** ad uso delle scuole secondarie superiori e più specialmente degli istituti tecnici. Volume I. *Arithmetica razionale* : seconda edizione, interamente rifatta. 1 vol. petit in-8°, 152 p. Prix : 2 fr. 60. Livorno, R. Guisti, 1898.

M. TESTI vient de faire paraître une nouvelle édition du premier volume de son cours de Mathématiques, à l'usage des écoles secondaires supérieures et plus spécialement des institutions techniques.

Le cours complet comprend trois volumes traitant respectivement de l'Arithmétique, de l'Algèbre et de la Géométrie élémentaires. C'est une étude limitée aux premiers éléments, mais ayant pour but essentiel de présenter ceux-ci dans leur enchaînement logique ; on s'adresse donc ici à des élèves ayant déjà quelques connaissances mathématiques. L'auteur déclare dans une préface qu'il s'est efforcé « d'atteindre l'unité de méthode et la rigueur scientifique, tout en recherchant cette clarté d'exposition qui est la qualité indispensable d'un livre d'enseignement ».

La nouvelle édition de « l'Arithmétique rationnelle » offre diverses améliorations qui ont sensiblement diminué le nombre des pages du volume primitif, en y introduisant plus de brièveté et de clarté.

L'ouvrage, divisé en deux parties, débute par un rapide exposé des principes de logique et des méthodes de raisonnement dont il sera fait usage dans la suite : lois des inverses, analyse, synthèse, induction complète, etc. Il continue par la théorie des cinq premières opérations arithmétiques envisagées indépendamment de tout système de numération (l'extraction des racines est traitée plus tard, dans le cours d'Algèbre). On aborde ensuite la numération décimale et la pratique des quatre opérations usuelles. Quelques considérations sur la divisibilité, les nombres premiers, la détermination du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple, terminent cette première partie.

La deuxième partie, consacrée à l'étude des nombres fractionnaires, est rédigée selon l'ordre ordinaire des traités d'Arithmétique : propriétés générales des fractions, opérations usuelles sur des fractions, fractions décimales.

Tout en reconnaissant que ces notions sont généralement bien présentées, il me semble qu'en ce qui concerne la multiplication par une fraction M. Testi s'écarte passablement du but qu'il s'était assigné. Il élude l'explication qu'exige l'introduction du multiplicateur fractionnaire, en donnant de la multiplication la définition suivante :

« Multiplier un nombre a par un nombre b signifie déterminer un troisième nombre c , qui doit se déduire de a en opérant sur ce dernier nombre comme il faudrait opérer sur l'unité pour obtenir le multiplicateur b . »

« Il résulte de cette définition que multiplier $\frac{a}{b}$ par $\frac{m}{n}$, c'est prendre m fois la n^{e} partie de $\frac{a}{b}$, c'est-à-dire que

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \left(\frac{a}{b \cdot n} \right) m = \frac{am}{bn}. »$$

C'est simple ; mais cela laisse quelque peu à désirer au double point de vue de la clarté et de la rigueur.

Il est vrai que nous touchons ici à une partie assez délicate de l'Arithmétique élémentaire ; c'est précisément une raison pour ne pas passer dessus comme chat sur braise.

L'extension de la notion de multiplication au cas où le multiplicateur est fractionnaire constitue l'une de ces inductions remarquables qui sont le propre, le génie même des Mathématiques. Il y a là une première généralisation importante qu'il faut mettre en pleine lumière, au lieu de la dissimuler sous une convention ou une définition plus ou moins habilement posée.

Pour introduire l'exposant fractionnaire, on montre comment l'on est conduit à représenter $\sqrt[n]{a^m}$ par $a^{\frac{m}{n}}$ lors même que m n'est pas divisible par n ,

et l'on justifie cette notation en démontrant que les règles de l'exposant entier s'appliquent aussi à l'exposant fractionnaire.

C'est d'une manière entièrement analogue qu'à mon avis on devrait procéder pour passer de la notion du multiplicateur entier à celle du multiplicateur fractionnaire.

Cette réserve faite, le livre de M. Tesi peut rendre d'excellents services aux élèves auxquels il est destiné ; il me paraît cependant correspondre au programme des écoles normales plutôt qu'à celui des écoles techniques.

LUCIEN BAATARD (Genève).

DR H. BORK. — **Mathematische Hauptsätze für Gymnasien** : zweiter Theil : Pensum des Obergymnasiums ; zweite Auflage. 1 vol. in-8° 235 p. Prix : 2 marks 60. Dürr, Leipzig.

Ainsi que l'indique son titre, ce livre n'est pas un manuel proprement dit, mais un simple abrégé présentant sous forme condensée et dans un ordre convenable l'ensemble des connaissances mathématiques des écoles moyennes ; il renferme tout ce qui peut être confié à la mémoire de l'élève ou être facilement consulté par lui. Les différents sujets sont traités de manière à laisser au maître une certaine liberté quant à l'ordre qu'il adoptera pour son programme.

Les services que peut rendre un pareil abrégé dans l'enseignement moyen sont incontestables, aussi croyons-nous que ce livre sera le bienvenu de beaucoup de maîtres. Mais l'auteur dépasse encore ce programme en ce qu'il ajoute aux propositions de courtes démonstrations : de plus il fait suivre les parties importantes d'exemples bien choisis. L'exposition est excellente, et on ne peut que louer la brièveté et la concision des termes.

Pour ce qui concerne le choix des matières, l'auteur a dû, dans une certaine mesure, tenir compte du plan d'étude adopté en Prusse : ce livre

sera donc consulté avec intérêt même en dehors de l'Allemagne, parce qu'il permet de se faire une idée de l'état des connaissances mathématiques dans les Gymnases prussiens.

Afin de faciliter notre compte rendu dans ses détails, nous énoncerons d'abord les deux postulats suivants, concernant les mathématiques des écoles moyennes, postulats que l'on ne peut guère contredire :

1) L'école moyenne (Gymnase) doit se concentrer de préférence sur les parties des mathématiques qui sont de toute importance dans le domaine de la vie pratique, ou qui facilitent la compréhension des questions astronomiques, physiques et techniques.

2) Elle doit ensuite autant que possible s'efforcer de relier les théories et les propositions de façon que les propriétés et les formules obtenues dans les degrés inférieurs, retrouvent leur emploi dans les degrés supérieurs; par contre, les propositions qui ne satisfont pas à cette condition doivent être laissées de côté.

Sur cette base, nous approuvons l'auteur d'avoir négligé les équations de Diophante et les fractions continues.

L'*Arithmétique*, qui comprend les puissances, les logarithmes et les équations du second degré, est traitée avec toute la rigueur désirable, comme cela ne se voit guère dans un manuel; le paragraphe « de l'infini et du zéro » est fait d'une façon particulièrement excellente et originale, ainsi que les racines irrationnelles et ce qui s'y rattache.

La notion de fonction est introduite de bonne heure et d'une manière habile. Les propriétés fondamentales des séries infinies et de leur convergence sont présentées avec beaucoup de clarté. Mais c'est ici que commencent les difficultés. Selon l'auteur les séries exprimant e^x , $\log x$, $\sin x$, $\cos x$ sont obtenues d'une façon élémentaire. Toutefois nous ferons observer à ce sujet, que cette soi-disante exposition élémentaire est beaucoup plus difficile que celle qui utilise les procédés ordinaires du calcul différentiel. Et en première ligne, le théorème de Moivre appartient déjà aux parties les plus épineuses des mathématiques élémentaires.

Les relations de la forme

$$\cos x + i \sin x = \lim \left(\cos \frac{x}{n} + i \sin \frac{x}{n} \right)^n,$$

les calculs et conclusions qui s'y rapportent ne sont pas à la portée d'un élève du gymnase; les séries obtenues pour \sin et \cos lui apparaîtront toujours comme des résultats du hasard et non comme les conséquences d'une discussion bien déterminée. La formation de ces séries serait bien plus convaincante si l'on pouvait dire à l'élève: « Nous voulons déduire ces fonctions des propriétés qui nous sont connues, c'est-à-dire des théorèmes d'addition. » Le procédé pour l'égalité des coefficients est déjà préparé au § 27 par le théorème sur les conditions d'identité de deux fonctions entières. Si l'on considère en outre que dans la Géométrie analytique, au § 65, le coefficient angulaire de la tangente, $\lim \left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \right)$ est employé, on voit que l'idée des dérivées est préparée, et l'on ne comprend pas pourquoi l'auteur a abandonné ce point de vue en préférant les considérations abstraites d'Euler.

La *Géométrie plane* a fait l'objet principal du premier volume de l'ou-

vrage; dans ce second volume elle se réduit à de simples compléments, parmi lesquels nous signalerons la question importante de *la Construction des expressions algébriques*. On y trouve, en outre, *la Théorie des transversales* avec le théorème de Pascal, et *la division harmonique*, avec les pôles et polaires dans le cercle.

La *Trigonométrie* est exposée d'une manière simple et précise; son champ est limité au strict nécessaire. Nous croyons qu'il serait difficile de faire mieux dans ce domaine. Le développement de la notion de fonction trigonométrique pour des angles supérieurs à 90° est introduit d'après la méthode des coordonnées en Géométrie analytique; c'est cette méthode en effet, qui fournit les définitions les plus simples. Ce chapitre se termine par la représentation de la fonction sinus à l'aide d'une courbe; on approuvera cela par égard aux applications à la Physique.

La *Stéréométrie* est, à notre avis, par trop restreinte dans ce manuel. Il est surprenant qu'il soit fait si peu usage de la Trigonométrie. Les trièdres et par suite les triangles sphériques devraient être traités d'une manière approfondie au point de vue des constructions et des calculs; ils devraient occuper dans ce chapitre la place la plus importante, comme le triangle en Géométrie plane et en Trigonométrie.

Il y aurait là une source féconde d'applications, et cette étude présenterait, à coup sûr, plus d'intérêt que les calculs de volume de tous les solides imaginables, mais qui, dans la pratique, ne se rencontrent jamais.

Il suffit de rappeler les problèmes suivants: tracé d'une route d'une pente donnée sur une montagne d'une inclinaison donnée; détermination des angles des faces des corps réguliers; position de l'axe terrestre sur l'écliptique et son influence sur la longueur des jours, sur les saisons, etc.

Il est complètement inutile au gymnase de traiter d'une façon spéciale la Trigonométrie sphérique. Les théorèmes du sinus et du cosinus suffisent; on peut se passer, sans aucun préjudice, des formules de Gauss, des analogies de Neper, etc. Il est vrai que les calculs se présenteraient sous une forme moins commode, mais l'objet principal n'est pas le calcul, c'est, en première ligne, l'interprétation des diverses formules appliquées à la Stéréométrie. Et sous ce rapport, la formule du cosinus de la Trigonométrie sphérique rend d'incalculables services, tandis que les formules commodes pour les calculs logarithmiques obscurcissent les relations géométriques.

Nous désirerions donc un meilleur développement de la Stéréométrie et une forte réduction de la Trigonométrie sphérique, ou, encore mieux, une complète liaison de celle-ci avec la Stéréométrie.

Du reste, il est possible que ces critiques s'adressent plutôt aux plans d'étude prussiens de 1892 qui ont servi de base à l'auteur, qu'au manuel lui-même, et nous reconnaissons avec plaisir que celui-ci présente une part de bonnes choses en stéréométrie. Ainsi, le calcul des volumes est fait très simplement et d'une façon très compréhensible; le passage de la règle du cosinus de la Trigonométrie sphérique à celle de la Trigonométrie plane est une bonne idée.

Une courte mais excellente introduction à la Géométrie analytique à deux dimensions constitue la fin de l'ouvrage; elle fait connaître de cette science autant qu'on en peut demander d'un élève du gymnase.

H. BORK, P. CRANTZ, E. HAENTZSCHEL. — **Mathematischer Leitfaden** für Realschulen ; zweiter Theil : *Trigonometrie und Stereometrie*. 1 vol. in-8°, 128 p, Prix : 1 mark 60. Dürr, Leipzig.

Ce petit volume a été rédigé par l'auteur du manuel analysé plus haut, avec la collaboration de deux de ses collègues ; il offre également l'avantage d'une remarquable clarté d'exposition.

Mais il est écrit pour des établissements d'une autre catégorie et d'un degré légèrement inférieur. C'est pourquoi, dans la Trigonométrie, une fois les premières notions établies, il donne quelques exercices pratiques, afin d'initier les élèves aux applications dès le début.

Les formules réunies d'ordinaire sous le nom de *Goniométrie* sont étudiées seulement à la fin de la première partie. Il en résulte, d'une part, l'avantage de dispenser d'abord les élèves, pendant quelque temps de l'étude des théorèmes d'addition et de leurs conséquences, étude qui offre toujours quelque difficulté au débutant, tandis que, d'autre part, cette méthode a le désavantage de donner lieu à certaines démonstrations un peu artificielles. De plus il s'agirait de savoir si l'élève trouve encore un intérêt dans le chapitre « formules d'addition », après qu'on lui aura montré que l'on peut faire de la Trigonométrie sans ces formules. Nous croyons, en outre, qu'il y a un inconvénient à ne pas mettre en évidence le caractère propre de ces formules, ainsi qu'on procède dans ce manuel, en faisant dériver ces formules d'un problème pratique.

Ne serait-il pas juste, de dire à l'élève : « Après avoir constaté (par la figure) que la fonction $\sin \alpha$ ne croît pas proportionnellement à l'angle, il nous reste à déterminer la loi de croissance de $\sin \alpha$ en fonction de l'angle.

En outre, on ne devrait jamais négliger de rendre les élèves attentifs à ce que l'expression $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, permet de reconnaître que $\sin 2\alpha$ est plus petit que $2 \sin \alpha$ et que, par conséquent, la croissance de la fonction ne suit pas la loi de proportionnalité.

La *Stéréométrie* est traitée très élémentairement ; elle est accompagnée de nombreux exemples simples et bien choisis. Les auteurs consacrent quelques pages aux perspectives centrale et parallèle sans entrer dans le détail d'une étude approfondie ; malgré son peu de développement, ce chapitre peut être de quelque utilité, s'il est accompagné de nombreux exercices de construction.

Le calcul des volumes se réduit également à une étude très élémentaire : quelquefois il l'est à tel point que l'on a renoncé à toute démonstration. Le principe de Cavalieri, par exemple, est introduit et utilisé sans preuve.

On voit que ce livre est destiné à un enseignement restreint ; mais comme tel il rendra certainement d'excellents services.

H. GANTER (Aarau).

F. DE HEUSCH, professeur à l'École militaire de Bruxelles. — **Cours d'Analyse ; I. Calcul différentiel**. 1 vol. gr. in-8°, 278 pages. A. Castaigne, Bruxelles, 1898.

Ce cours d'analyse a été rédigé d'après les leçons professées à l'École militaire de Bruxelles. Le premier volume, qui seul vient de paraître, est

consacré aux *éléments du calcul différentiel*; il comprend trois parties. Dans la première l'auteur expose la différentiation des fonctions d'une ou de plusieurs variables indépendantes. La seconde traite des applications analytiques : étude générale des séries, formes indéterminées, maximum et minimum des fonctions d'une ou de plusieurs variables indépendantes. La troisième partie comprend les applications géométriques; on y trouve les notions essentielles relatives à l'étude générale des courbes et des surfaces.

Grâce à la simplicité et à la clarté de l'exposé, cet ouvrage peut être recommandé à ceux qui abordent pour la première fois l'étude de l'Analyse. Toutefois nous devons attirer l'attention de ses lecteurs sur la *table des errata* placée à la fin du volume; nous les engageons à reporter d'abord dans le texte les 71 corrections signalées par l'auteur. Ce nombre dépasse de beaucoup celui qu'on peut tolérer dans un ouvrage mathématique. C'est dire que l'auteur et l'imprimeur n'ont pas apporté à cette publication tout le soin désirable. Par suite de leur négligence le lecteur se voit imposé un travail désagréable qui aurait pu être évité au moyen d'un nombre suffisant d'épreuves.

Malgré l'inconvénient qui vient d'être signalé, le livre de M. de Heusch pourra rendre service à tous ceux qui désirent s'initier aux éléments du calcul différentiel.

H. FEHR.

N. CHARRUIT. — **Cours de Géométrie cotée** à l'usage des candidats à l'École spéciale militaire de Saint-Cyr, 1 vol. grand in-8°, 299 p.; Prix : 5 francs, Nony et C^{ie}, Paris, 1898.

C'est un ouvrage qui mérite d'être recommandé pour l'enseignement de la Géométrie cotée. Cette partie de la Géométrie descriptive est présentée très simplement et avec toute la rigueur et la clarté désirables. Un bon choix d'exercices accompagne chaque chapitre et le lecteur trouvera plusieurs de ces exercices résolus dans l'ouvrage du même auteur : *Problèmes et épreuves de Géométrie descriptive et de Géométrie cotée*, etc.

La *première partie* de l'ouvrage contient l'exposition de la méthode des deux projections orthogonales. L'auteur se borne à exposer l'essentiel et renvoie aux exercices plusieurs problèmes importants.

Dans la *deuxième partie*, l'auteur expose les principes de la Géométrie cotée, les méthodes générales — plans verticaux auxiliaires, rotation autour d'un axe vertical ou horizontal, rabattements, — les recherches d'angles et de distances, la représentation des polyèdres, leur section plane et l'intersection de deux polyèdres.

La représentation des lignes et des surfaces fait l'objet de la *troisième partie*. La théorie générale et les problèmes de tangence y sont développés pour les surfaces coniques, cylindriques et de révolution. La sphère est traitée à part par des méthodes plus simples. Enfin les constructions des sphères inscrite et circonscrite à un tétraèdre, ainsi que l'intersection d'une droite et d'une surface terminent cette partie.

La *quatrième* et dernière *partie* s'occupe des sections planes des surfaces. La section plane d'une sphère, l'intersection d'une sphère avec un polyèdre et les mêmes problèmes pour les cônes et les cylindres de révolution sont examinés avec beaucoup de soin. Le dernier chapitre montre les applications

que l'on peut faire des propriétés des surfaces de révolution aux questions de distances et d'angles, puis traite de la résolution des trièdres.

Deux notes accompagnent cet ouvrage. Dans la première, l'auteur démontre que les projections orthogonales d'une conique sont des coniques de même nature. Dans la seconde, il donne un moyen très simple de trouver les sections planes d'un cône ou d'un cylindre de révolution qui se projettent suivant un cercle et il en déduit des constructions relatives à ces surfaces ne nécessitant pas de rabattement d'une de leurs sections circulaires.

Nous regrettons que l'auteur n'ait pas parlé des applications de la Géométrie cotée aux surfaces topographiques, il aurait rendu service à plus d'un lecteur.

C. JACCOTTET (Lausanne).

ERN. DUPARCQ. — **Premiers principes de Géométrie moderne**, à l'usage des élèves de mathématiques spéciales et des candidats à la licence et à l'agrégation. 1 vol. in-8°, 160 pages ; prix : 3 francs ; Gauthier-Villars, Paris, 1899.

Grâce à sa simplicité et à son élégance, la Géométrie moderne offre un grand intérêt pour les élèves et contribue, dans une large mesure à développer chez eux l'esprit mathématique. Ce fait est bien reconnu ; aussi, la plupart des *traités* de Géométrie, parus en France depuis une vingtaine d'années, contiennent quelques chapitres destinés à initier l'élève aux travaux de Pascal et de Desargues, de Poncelet et de Chasles. Pour le moment ces premières notions sont encore présentées sous forme de *compléments* ou d'*appendice*, en attendant une refonte complète des théories modernes avec les éléments exposés d'après Euclide.

Le livre de M. Duparcq s'adresse à ceux qui, en possession des premières notions, désirent se familiariser un peu plus avec les méthodes de la Géométrie moderne. Il est destiné aux élèves de mathématiques spéciales et aux candidats à la licence et à l'agrégation. Sous un volume relativement restreint, il contient les principes essentiels de cet important domaine de la Géométrie présentés sous une forme remarquablement claire et avec beaucoup de concision.

Dès le premier chapitre l'auteur fait ressortir le caractère nettement analytique de la Géométrie moderne. Il débute par les notions préliminaires relatives à l'emploi des imaginaires et aux transformations des figures. Puis, il passe à l'étude des divisions et des faisceaux homographiques pour aborder ensuite l'involution et la génération des courbes et des surfaces du second degré.

Le chapitre suivant renferme l'exposé géométrique de transformations homographiques et corrélatives. Dans l'étude des transformations homographiques l'auteur examine successivement l'homographie plane et l'homographie dans l'espace. La notion importante de transformation corrélative ou dualistique est présentée sous une forme très simple ; elle est accompagnée de quelques applications.

Ces premières notions sont ensuite appliquées à l'étude des principales propriétés des courbes et des surfaces du second degré. Dans le chapitre relatif aux coniques sont examinés les points suivants :

Théorème de Desargues-Sturm et ses conséquences ; pôles et polaires :

problèmes ; coniques harmoniquement circonscrites — ou inscrites — à une conique, extension aux cônes du second degré. Le chapitre consacré aux quadriques contient les propriétés essentielles concernant les pôles de plans polaires, l'intersection de deux quadriques, les faisceaux et les réseaux de quadriques. A signaler encore dans ce chapitre l'extension aux quadriques d'un certain nombre de propriétés démontrées sur les coniques harmoniquement circonscrites.

Le dernier chapitre contient l'étude de quelques transformations : applications des transformations homographiques et corrélatives, transformation par polaires réciproques relativement à une sphère ou à un cercle : inversion, transformation anallagmatique ; transformations quadratiques planes. L'ouvrage se termine par l'étude géométrique de la transformation de Lie.

De nombreux exercices variés accompagnent les diverses notions traitées dans ce volume, les uns sont exposés avec leur solution, d'autres, sont simplement énoncés à la fin de l'ouvrage.

Cette courte analyse suffit pour montrer quelles sont les matières examinées dans ce petit traité. Comme on le voit, l'auteur a su se borner aux principes essentiels de la Géométrie moderne, aussi, croyons-nous que, par cela même, l'ouvrage de M. Duporeq sera consulté avec profit par tous ceux qui désirent s'initier aux méthodes de cet intéressant domaine de la Géométrie.

H. FRAU.
