LES FONDEMENTS DE L'ARITHMÉTIQUE MODERNE

Autor(en): **Montessus, R. de**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **1 (1899)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-1228

LES FONDEMENTS
DE L'ARITHMÉTIQUE MODERNE

La métaphysique des sciences mathématiques est à l'ordre du jour [1] et il est permis de penser que les difficultés très réelles et très grandes que présente cette étude des principes fondamentaux seront malaisément résolues au gré de chacun.

De nouvelles théories ont apparu [2]; mais pour l'instant les avis sont partagés.

On critique quelque peu les idées d'autrefois, on discute, on repousse même les idées d'aujourd'hui. On reproche aux méthodes anciennes de n'être point logiques, on accuse les méthodes nouvelles d'être artificielles, peu claires, difficilement accessibles.

Bref, les opinions diffèrent, d'une part quant au fond, de l'autre quant à l'opportunité, d'introduire les théories nouvelles dans l'enseignement [3]. Cependant on ne saurait nier qu'il soit nécessaire aux professeurs de méditer ces questions. Leur esprit ne pourra qu'y gagner en force et en profondeur, et l'enseignement en bénéficiera en fin de compte.

Entrons donc dans le corps de la question, nous bornant à l'exposition des nouveaux principes arithmétiques, bien que l'évolution soit générale [4].

I

Tout être matériel contingent possède, au moins selon l'idée commune, une nature, un mouvement, une forme qui le caractérisent.

---

[1] Cf. CALINON. *Études sur les diverses grandeurs en mathématiques*, G. V., 1897.

[2] TANNERY. *Arithmétique*, Alcan, 1894. — BOURLET. *Algèbre*, Alcan, 1896. — COR et RIEMANN. *Algèbre*, Nony, 1898. — PADÉ, *Premières leçons d'algèbre élémentaire*, G. V., 1892.

[3] Cf. par exemple A. POULAIN. *Le monde mathématique*, Études religieuses, juillet-août 1897.

[4] Cf. en Analyse, JORDAN. *Cours de l'École polytechnique*, G. V., 1891, en Physique, les divers ouvrages de MM. POINCARRÉ et DUHEM; en Chimie, ceux de M. BERTHELOT.

Mettre à part la nature des êtres et ne retenir que leurs mouvements et leurs formes, c'est créer une abstraction ; abandonner la considération de leurs mouvements pour ne considérer que leurs formes, c'est créer une nouvelle abstraction, d'un ordre plus élevé ; laisser enfin la forme de côté, c'est atteindre une dernière abstraction, le nombre, qui dérive des idées d'unité et de pluralité, celles-ci provenant elles-mêmes de la conscience du « moi » (1).

Il est, dès lors, logique d'étudier le nombre en lui-même, puis la forme et les combinaisons de nombre et de forme, enfin les combinaisons de nombre, de mouvement et de forme, d'où trois sciences : l'Arithmétique générale, la Géométrie, la Mécanique, dont l'ensemble forme *la Mathématique.*

Dans la Mathématique, on abandonne le point de vue expérimental et on lui substitue le pur raisonnement; à cet effet, on définit des êtres de raison correspondant aux différentes abstractions auxquelles nous sommes déjà parvenus et de ces définitions on déduit, à l'aide de raisonnements logiques, diverses conséquences, dont l'ensemble constitue la Mathématique.

Or, tout raisonnement logique suppose une majeure, une vérité première, un axiome ; mais tout axiome portant sur un objet déterminé, il faut *avant tout* définir les objets des axiomes, c'est-à-dire, en Arithmétique, l'égalité et l'inégalité, l'addition et la soustraction.

Ces définitions, bien qu'arbitraires, sous la condition de n'être contradictoires, ni en elles-mêmes, ni dans leurs conséquences, seront prises de manière à cadrer avec le monde existant (2).

---

(1) « J'estime que sans la présence du monde extérieur, aucune connaissance mathématique n'aurait jamais pu pénétrer dans le cerveau de l'homme; et que, seul dans l'univers et réduit à l'état de pure intelligence, le plus incomparable génie n'arriverait jamais à la notion du nombre 2, ce génie fût-il celui d'un Archimède, d'un Gauss et d'un Lagrange. »

C.-A. LAISANT. *La Mathématique,* Carré et Naud, 1898.

(2) On sait que l'étude des mondes *possibles*, au moyen de définitions appropriées, par exemple la Géométrie *non-euclidienne,* la Géométrie de l'hyperespace, donne lieu à des conclusions du plus haut intérêt.

« La géométrie à *n* dimensions a un objet réel. Les êtres de l'hyperespace sont susceptibles de définitions précises... La Géométrie, en effet, n'a pas pour unique raison d'être la description immédiate de corps qui tombent sous nos sens; elle est, avant tout, l'étude analytique d'un groupe. Rien n'empêche donc d'aborder

I. L'unité, juxtaposée à elle-même, ce qu'on indique par le signe $+$, donne naissance au nombre *deux;* l'unité, juxtaposée à deux, au nombre trois....., etc.

II. Deux nombres sont égaux si ceux qui les forment par juxtaposition d'une unité sont égaux, ceux qui forment ceux-ci égaux, etc., l'unité étant égale à elle-même et seulement à elle-même. Pour compléter la définition de l'égalité, nous dirons que le nombre a est plus petit que ceux qu'on en déduit par juxtaposition d'unités, d'où plus grand que celui dont il a été formé, que celui dont ce dernier provient, etc. Par analogie, l'unité sera regardée comme un nombre plus petit que tous les autres.

III. Le nombre $a+(b-1)+1$ est appelé somme de a et b et se représente par $a+b$, définition due à M. Poincaré [1]. Il est nécessaire d'ajouter :

1° Que le nombre $b-1$ est le nombre qui forme b quand on lui juxtapose l'unité ;

2° Que l'on forme $a+(b-1)+1$ en faisant la somme de a et $b-1$, $a+b$ étant le nombre obtenu par la juxtaposition d'une unité à cette somme ;

3° Que si l'on représente $b-1$ par c, $a+c$ sera le nombre $a+(c-1)+1$, etc., jusqu'à ce qu'on arrive au nombre $a+1+1$.

Faisons en passant une remarque des plus importantes, que *les définitions sont les principes féconds des mathématiques;* et, en effet, par exemple, notre définition de l'addition nous permettra en usant des axiomes — nous les énoncerons bientôt — de *démontrer* les deux propositions célèbres relatives au groupement et à l'inversion des termes d'une somme [2].

IV. Soustraire un nombre b d'un nombre a, c'est former un nouveau nombre c, tel qu'en ajoutant b à c on retrouve a, défini-

---

l'étude d'autres groupes analogues et plus généraux. » M. Poincaré, *Analysis situs*, Journal de l'École polytechnique.

Cf. aussi, du même auteur, *Acta*, tome II, à propos de la Géométrie non-euclidienne.

(1) *Revue de métaphysique et de morale*, janvier 1894.

(2) Ces deux démonstrations sont dues à M. Poincaré, *Revue de métaphysique*, *loc. cit.*

On sait que M. Helmoltz (Tannery, *Arithm.*, *loc. cit.*), avait essayé, lui aussi, de donner des démonstrations à ce sujet.

tion qui conduit immédiatement à la proposition fondamentale

$$a-b-c-\ldots=a-(b+c+\ldots) \text{ (1)}$$

si l'on se base, bien entendu, sur les axiomes que voici enfin :

I. Deux nombres égaux à un troisième sont égaux entre eux;

II. Les sommes de nombres égaux sont égales;

III. Les différences de nombres égaux sont égales.

Vérités primitives, c'est-à-dire indémontrables, ou regardées généralement comme telles (2), évidentes, nécessaires, logiques et non morales, réelles et non verbales (3).

---

(1) Soit $a-b-c=d$, d'où, *par définition* :

$$a-b=d+c, \quad a=d+c+b=d+(b+c)$$
$$a-(b+c)=d=a-b-c$$

vu les propositions $a+(b+c)=a+b+c$ et $a+b=b+a$.

(2) On sait que Leibniz a donné une démonstration de ces axiomes : *La monadologie*, Ed. Boutroux et H. Poincaré, p. 159 et suiv., Delagrave, 1881.

(3) Les anciens énonçaient (*Euclide*, d'après Peyrard, 1814) quatre axiomes généraux :

I. Les grandeurs égales à une même grandeur sont égales entre elles ;

II. Si à des grandeurs égales on ajoute des grandeurs égales, les touts seront égaux;

III. Si de grandeurs égales on retranche des grandeurs égales, les touts seront égaux;

IV. Le tout est plus grand que la partie.

Le moyen âge ajouta, on le croit du moins, les propositions :

α) Si à des grandeurs inégales on ajoute des grandeurs égales, les touts seront inégaux ;

β) Si de grandeurs inégales on retranche des grandeurs égales, les restes seront inégaux ;

γ) Les grandeurs qui sont doubles d'une même grandeur sont égales entre elles ;

δ) Les grandeurs qui sont les moitiés d'une même grandeur sont égales entre elles. J'ai remplacé dans les axiomes I, III (texte) le mot « grandeur » par le mot « nombre », mieux déterminé et suffisant à notre objet.

Bain, *Logique déductive et inductive*, traduction Compayré, Germer-Baillière, 1881, t. II, p. 227 et suiv., refuse le caractère d'axiome à la prop. IV d'Euclide et aux propositions $\alpha-\delta$. Il semble, en effet, que la proposition IV doive être regardée comme un tautologisme; enfin, les propositions $\alpha-\delta$ peuvent être démontrées comme il suit. On pourra renvoyer les deux premières à la fin de la théorie générale des opérations, en tête du chapitre supplémentaire ayant trait aux opérations approchées à une unité près. Là, il sera aisé de les démontrer, si l'on a prouvé en cours de route que les produits, quotients, puissances, racines exactes d'égalités donnent lieu à de nouvelles égalités — les propositions γ, δ sont des cas particuliers de ces propositions — et remarqué que si $a>b$, il existe un nombre d tel que l'on ait $a-b=d$. Ainsi, soit à démontrer que si $a>b$ et $C=c$, $a+C>b+c$. Par hypothèse, $a-b=d$, d'où $a-b+C=d+c$, $a+C-b=d+c$, $a+C-(b+c)=d$; donc $a+C>b+c$. De même pour l'axiome β.

Les définitions fondamentales données, les axiomes posés, viendra la numération, puis les opérations ordinaires, addition et soustraction, multiplication et division, élévation aux puissances et extractions des racines, *en se bornant aux cas où ces opérations sont possibles ;* je veux dire qu'on supposera le nombre à soustraire plus petit que le nombre dont on veut le retrancher, le dividende multiple du diviseur, etc.

On pourra, d'ailleurs, traiter en un chapitre supplémentaire les opérations approchées à une unité près.

Ce faisant, nous aurons terminé la première partie de l'Arithmétique, étude des opérations fondamentales.

II

C'est ici le lieu d'observer que l'Arithmétique, l'Algèbre, l'Analyse sont les branches d'une science *unique*, branches faciles à distinguer. L'Algèbre en particulier n'est plus, pour nous, une Arithmétique supérieure, caractérisée par l'emploi des symboles littéraux et des nombres négatifs, mais la science des groupes de nombres (1) ; or, il ne serait pas nécessaire, en Algèbre, de revenir sur ses pas à propos de l'introduction des incommensurables et des imaginaires, si l'on étudiait ces nombres en Arithmétique, où leur place semble marquée, ou au moins si on les présentait d'un bloc, comme introduction à l'Algèbre (2). On me l'accordera pour les incommensurables. Mais les imaginaires ? Mais les nombres négatifs ?

Or, pourquoi ceux-ci et non les autres ?

---

(1) Par exemple, l'addition algébrique peut être définie : étant donnés plusieurs groupes de nombres — polynômes —, A, B,... déterminer un autre groupe R, tel que la somme numérique des résultats de la substitution de valeurs numériques déterminées aux quantités littérales dans A, B,... soit identique au résultat de cette même substitution dans R, quelles que soient ces valeurs numériques. En général, les opérations algébriques élémentaires ne sont que l'étude des transformations de groupes donnés.

Dans le cas particulier où l'on attribue à toutes les lettres, sauf une, des valeurs numériques, si l'on se propose de déterminer la valeur numérique de la dernière lettre de manière que le groupe prenne une valeur donnée à l'avance, on a une équation numérique. L'extension aux équations littérales, aux équations simultanées, est immédiate.

(2) Cf. par exemple NETTO, *Vorlesungen über Algebra*. Teubner, Leipsig, 1896.

Les nombres négatifs ne sont-ils pas destinés à suppléer aux soustractions impossibles et les imaginaires aux extractions de racines qu'on ne peut effectuer ?

Comprenons donc les nombres négatifs, fractionnaires, incommensurables, imaginaires, sous la dénomination de *nombres conventionnels*, formons-en la deuxième partie de l'Arithmétique, ou l'introduction à l'Algèbre, et l'Algèbre pourra être ordonnée logiquement.

J'ai parlé de nombres conventionnels. Bien qu'il soit contraire à mes principes de préférer les mots les uns aux autres, ce terme me semble résumer de longs discours, et je vais expliquer pourquoi je l'ai choisi.

Aucun des nombres que nous étudiions jusqu'ici n'est le résultat de l'opération $a - b$, si a est plus petit que b; *de même pour la division*, si a n'est pas multiple de b, et aussi pour l'extraction des racines, si a n'est pas une puissance exacte, et même positive, dans le cas d'indice pair.

Nous voulons suppléer à ces opérations impossibles en créant de nouveaux nombres, des nombres « fictifs » (1) d'où l'on puisse revenir sans peine à la réalité (2), mais *qui conservent aux formules leur généralité*. Que seront ces nombres s'ils ne sont pas conventionnels (3) ? Aussi bien nous les regarderons comme tels, et je vais essayer de résumer le plus brièvement possible les théories modernes qui s'y rapportent.

Considérons un nombre entier a et affectons-le soit de l'indice n, soit de l'indice p. Nous dirons que a_n est un nombre négatif, a_p un nombre positif, que a est leur valeur absolue commune et nous définirons ces deux classes en *convenant :*

I. De regarder deux nombres comme égaux s'ils sont de la même classe et s'ils ont même valeur absolue, comme inégaux si l'une de ces deux conditions n'est pas remplie ;

II. D'ajouter deux nombres d'une même classe en faisant la somme de leurs valeurs absolues et en plaçant le résultat dans la même classe ; au contraire, de faire la différence des valeurs

(1) MÉRAY, *Traité d'analyse*, t. I, G. V., 1892.

(2) Est-il nécessaire de rappeler ici comment on interprète les solutions négatives

(3) « Le seul objet de la pensée mathématique, c'est le nombre entier. » H. POINCARÉ, *Revue générale des Sciences*, 15 nov. 1897.

absolues, si les nombres ne sont pas de même classe, et de placer le résultat dans la classe du plus grand en valeur absolue ;

III. De faire le produit de deux nombres en faisant le produit de leurs valeurs absolues, le résultat étant placé dans la classe p si les deux nombres sont de même classe; dans la classe n, s'ils sont de classes différentes.

Les propriétés dont nous venons de *convenir* et qui définissent les nombres positifs et les nombres négatifs sont arbitraires. Nous eussions pu les prendre tout autres. Mais il faut qu'elles soient *utiles* et *non contradictoires;* utiles, en ce sens que les entiers ordinaires doivent être un cas particulier de ces nombres; non contradictoires, c'est-à-dire que les conséquences de ces définitions ne doivent pas être la négation les unes des autres. Enfin, elles doivent permettre de retrouver les propositions fondamentales de la théorie des nombres entiers.

Cette base acquise, nous ferons l'extension des opérations simples, et nous pourrons conclure : si l'on regarde comme *liés ensemble* un nombre et le signe ($+$ ou $-$) dont il est précédé, en admettant que le signe $+$ soit toujours sous-entendu quand il n'est pas exprimé, les nombres positifs ne sont autres que les entiers ordinaires et les nombres négatifs les nombres précédés du signe $-$, qu'ils soient isolés ou engagés dans les calculs.

Si les opérations à effectuer sont *possibles*, — sens primitif — on pourra indifféremment user des règles ordinaires ou des principes ayant trait aux nombres positifs et négatifs : *c'est une vérité d'expérience.*

Les considérations bien connues que nous venons de rappeler s'appliquent mot pour mot aux autres catégories de nombres conventionnels dont les premiers à venir sont maintenant les fractions [1].

Si b divise a, le résultat de l'opération $\frac{a}{b}$ est un nombre entier parfaitement déterminé ; au contraire, si b ne divise pas a, $\frac{a}{b}$ n'a

(1) La théorie des nombres conventionnels est exposée en détail dans le *Traité d'Analyse* de M. Méray (*loc. cit.*); les nombres négatifs sont spécialement étudiés dans les ouvrages de MM. Padé, Bourlet, Cor et Riemann (*loc. cit.*), les imaginaires dans les algèbres de MM. Bourlet, Netto (*loc. cit.*). Toutefois les développements qu'on rencontre dans ces ouvrages paraissent exagérés. La théorie des incommensurables donnée dans l'*Analyse* de M. Jordan paraît remarquable.

plus de sens, *ne signifie rien*, et il convient, à l'exemple de ce qui a été fait pour la soustraction, de définir une nouvelle classe de nombres, dont l'emploi permette de suppléer à la non-divisibilité de a par b. Nous appellerons ces nombres fractions ; nous les représenterons par le symbole $\frac{a}{b}$, a étant appelé *numérateur* et b *dénominateur*. Nous leur attribuerons les propriétés suivantes, qui appartiennent aux *groupes* $\frac{a}{b}$ où b divise a :

I. Toute fraction dont les deux termes sont de même signe est positive; sinon elle est négative ;

II. On a

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

$\frac{a}{b} < c$, selon que $ad = bc$, $ad < bc$, $a < bc$, en supposant qu'il s'agisse de fractions positives; la définition de l'égalité subsiste s'il s'agit de deux fractions négatives ; mais dans ce cas, la plus grande en valeur absolue est regardée comme la plus petite ; si les fractions sont de signes contraires, la négative est toujours plus petite que l'autre ; en dernier lieu, si $\frac{a}{b}$ est négative et c négatif aussi, $\frac{a}{b}$ est plus petit que c si $-\frac{a}{b} > -c$;

III. On ajoute deux fractions de même dénominateur en ajoutant les numérateurs ;

IV. On multiplie une fraction par une autre en multiplant entre eux respectivement les numérateurs et les dénominateurs ;

V. Les combinaisons de fractions et de pseudo-fractions — groupes $\frac{a}{b}$ où a est multiple de b — s'opèrent d'après les conventions précédentes. Ceci indique le procédé à suivre pour combiner les fractions et les entiers ; il suffit de mettre les entiers a sous la forme $\frac{am}{m}$, m entier.

Passons aux incommensurables. Soient deux classes de nombres A et B (1) telles que tout nombre a de A soit inférieur à tout nombre b de B et qu'il existe toujours dans ces classes deux nombres α, β dont la différence soit plus petite que toute quan-

(1) Ces classes étant formées de nombres entiers et fractionnaires, positifs et négatifs. L'extension aux imaginaires se fera d'un mot dans la suite.

tité donnée ε, si petit que soit ε. Les nombres possibles pourront être répartis en trois groupes : les nombres qui sont inférieurs à quelque nombre de B, ceux qui sont supérieurs à quelque nombre de A, ceux qui sont supérieurs à tous les a et inférieurs à tous les b. On démontre aisément que ce dernier groupe comprend au plus un seul des nombres définis jusqu'ici. S'il n'en comprend pas [1], nous ferons disparaître cette distinction, en disant qu'il existe encore un nombre plus grand que tous les a et plus petit que tous les b. Ce sera un *incommensurable*.

Pas n'est besoin d'autres conventions pour établir la théorie de ces nombres.

La théorie des imaginaires offre beaucoup de points communs avec la théorie des fractions ; on y considère encore des groupes de deux nombres (a, b), $a + b\sqrt{-1}$. Je ne m'y arrêterai pas, non plus qu'aux généralisations qu'on a essayé d'en faire [2].

Remarquons, en terminant, que les conventions relatives aux nombres conventionnels tiennent lieu, et doivent tenir lieu, des définitions et des axiomes relatifs aux nombres entiers.

III

Si l'on admet la supériorité des principes nouveaux, qu'en penser au point de vue pédagogique ? Sont-ils susceptibles de prendre place dans l'enseignement ?

Essayons de résoudre cette importante question.

En France, dans la classe de mathématiques élémentaires, surtout en première année, le but principal du professeur doit être d'ouvrir l'esprit des élèves, de leur donner des notions générales, de développer les questions susceptibles d'applications théoriques ou pratiques, sans oublier que la majeure partie des

---

(1) Soit à extraire la racine carrée de $\frac{4}{9} = 0,444\ldots$ Nous pourrons extraire la racine carrée de $0.444\ldots$ à $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}\ldots$ près par défaut (classe A) et par excès, (classe B). Le nombre c sera $\frac{2}{3} = 0.666\ldots$ Au contraire, le nombre $c = \sqrt{2}$ n'existe pas, au moins en tant qu'entier ou fraction, nombre négatif ou nombre positif.

(2) O. STOLZ, *Vorlesungen über Allgemeine Arithmetik*, t. II. — BERLOTY, *Thèse* (G.V.). — WEIERSTRASS, *Göttinger Nachrichten*, 1884, p. 395 ; *Dedekind, ibid.*, 1895, p. 141.

élèves étudie en vue d'examens officiels et non par amour de la science.

Or, les questions d'Arithmétique logique n'étant guère susceptibles d'applications, n'étant pas non plus des questions d'examens, au moins actuellement, étant malaisées à saisir et difficiles à exposer, me semblent devoir être écartées, à priori, du cours et tout au plus regardées comme un complément, destiné aux élèves sérieux.

C'est un principe bien connu qu'un professeur savant a sur un professeur ordinaire l'avantage de pouvoir montrer de temps à autre l'au-delà : aux meilleurs élèves, j'entends, excitant ainsi la curiosité, sortant du terre-à-terre quotidien, offrant un but d'étude future.

Eh bien, en mathématiques élémentaires, laissons les théories nouvelles dans cet au-delà, nous bornant à énoncer les axiomes et passant de là, sans démonstration aux identités $a+b+c=a+(b+c)$, $a+b=b+a$ (1); puis, plus loin, résumant en quelques lignes la théorie des nombres conventionnels : l'ensemble de la classe y gagnera et les bons élèves, auxquels on en dira quelques mots — je me place au point de vue des partisans des théories nouvelles, — en reconnaîtront la beauté logique, beauté enveloppée pour eux d'une ombre de mystère qui sera loin de lui nuire, sans être embarrassés de subtilités hors de saison.

En mathématiques spéciales ou en deuxième année d'élémentaires la question change d'aspect.

D'une part, bon nombre d'élèves médiocres ont été éliminés; par ailleurs, l'intellect des autres élèves est plus développé, enfin l'exposition de l'Algèbre doit être faite rationnellement.

Or, nous l'avons remarqué, on s'éviterait bien des retours en arrière, bien des extensions de démonstrations, en faisant au début du cours d'Algèbre, à titre, si l'on veut, d'*introduction*, une leçon — une seule suffirait — sur les nombres conventionnels d'après les principes que j'ai essayé d'exposer synthétiquement, glissant sur la théorie des fractions, dont l'utilité est contestable (2).

---

(1) Cf. par exemple NETTO, *loc. cit.*

(2) On pourrait aussi, je crois, faire cette réforme dans l'enseignement de l'Algèbre en usant des méthodes anciennes, ceci pour les adversaires des théories nouvelles.

Là devrait se borner, je crois, l'introduction dans l'enseignement des nouvelles méthodes arithmétiques, si toutefois on voulait les y introduire, ce qui assurément ne saurait être fait à la légère : il ne faut pas que les « étudiants désireux de pousser plus loin « reculent devant l'obstacle, et perdent leur foi scientifique, « ébranlée par des raisonnements trop raffinés sur l'incertitude « des fondements de nos connaissances » [1].

R. DE MONTESSUS (Moulins).

QUELQUES PRINCIPES GÉNÉRAUX

SUR

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Le XIX[e] siècle est non seulement le siècle des grandes créations mathématiques, mais c'est aussi celui où l'esprit de synthèse s'est montré dans toutes les branches.

Avant le XIX[e] siècle, on avait créé la science grâce à l'intuition du génie qui lui donnait des méthodes particulières, des guides pour un ordre spécial de questions, afin de résoudre certains problèmes sur lesquels sont fondées des branches entières de la Mathématique.

Mais quand notre siècle reçut l'héritage des grands mathématiciens, et que de nouvelles branches vinrent s'ajouter aux anciennes, le besoin de méthodes formelles se fit sentir, dans le but d'unifier les concepts dispersés çà et là.

L'intelligence humaine aurait été impuissante à saisir la science dans son ensemble et dans ses parties, sans la ressource supplémentaire de la méthode formelle ; il y a là une véritable branche spéciale, dont l'objet principal est la pédagogie appliquée aux mathématiques, la science de l'enseignement de cette riche branche des connaissances humaines.

D'autre part, le développement dogmatique de la science ne

---

(1) Cf. A. LAISANT, *loc. cit.*, p. 2.