Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 2 (1900)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROBLÈMES MATHÉMATIQUES

Kapitel: CONCLUSION

Autor: Hilbert, D.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3575

Examiner si les surfaces à courbure de Gauss constante et positive ne seraient pas toutes des surfaces analytiques.

9. *Existence d'équations différentielles linéaires ayant un groupe donné.*

Prenons dans le plan de la variable un nombre fini de points et fixons pour chacun d'eux un système de substitutions linéaires. *Démontrer qu'il existe une équation différentielle linéaire de la classe régulière admettant ces points comme points singuliers et ayant comme groupe le groupe de substitutions défini par les systèmes donnés.*

10. *Deux variables liées par une relation analytique quelconque peuvent être exprimées en fonction uniforme d'un paramètre z.*

Le beau théorème de M. Poincaré sur ce sujet, publié dans le Bulletin de la Société mathématique de France (t. XI, 1883), est encore astreint à quelques restrictions. Il serait important *d'établir le théorème dans toute sa généralité et surtout d'examiner si les variables sont toujours des fonctions automorphes du paramètre z.*

Il s'agirait en outre *d'étendre ce théorème au cas de plusieurs variables indépendantes.*

Pour un plus grand choix de problèmes, nous renvoyons le lecteur à l'article que nous allons publier dans le Bulletin de la Société des Sciences de Goettingue. (Nachrichten der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1900.)

CONCLUSION

Les problèmes précédents nous montrent la variété croissante des mathématiques. N'est-il donc pas à redouter que notre science ne se scinde en plusieurs branches n'ayant plus guère de rapports entre elles ?

Nous ne le croyons ni ne voulons l'espérer.

Nous voyons du reste que la mathématique, en se développant, bien loin de perdre son caractère de science unique, le manifeste de jour en jour plus clairement.

De plus, chaque progrès réel entraîne nécessairement la découverte de méthodes plus incisives et plus simples, permettant à chaque géomètre un accès relativement facile à toutes les parties de notre science.

D. Hilbert (Göttingue).

SUR LA TRANSCENDANCE DES NOMBRES e ET π (1)

1. Depuis 1873, époque où M. Hermite, dans son *Mémoire sur la fonction exponentielle*, a démontré la transcendance du nombre e, de nombreux géomètres, parmi lesquels il faut citer en première ligne M. Hurwitz (*Math. Annalen*, 1893), ont cherché à donner à sa démonstration une forme plus élémentaire. D'autre part, le travail analogue de M. Lindemann, au sujet du nombre π, (*Math. Annalen*, 1882), a provoqué, depuis son apparition, de nombreuses recherches entreprises dans le même sens. Parmi les géomètres qui se sont signalés dans cet ordre d'idées, il en est, comme M. Hilbert, à qui l'on doit d'importantes simplifications ; mais M. Gordan a eu le mérite de ramener à des considérations d'ordre purement élémentaire la démonstration d'un théorème de M. Lindemann, entraînant, comme conséquences, la transcendance du nombre e, et la transcendance du nombre π. Les travaux de M. Gordan ont été magistralement exposés par M. Klein, dans son opuscule intitulé : *Sur certaines questions de Géométrie*

(1) Ainsi qu'on peut le voir dès les premières lignes de l'article de M. Jamet, son étude a un caractère nettement pédagogique, et elle nous semble constituer à ce point de vue un progrès fort important. Il s'agit de l'un des problèmes les plus fameux dans l'histoire des sciences mathématiques, celui de la quadrature du cercle ; et, en somme, l'impossibilité n'en a été rigoureusement démontrée qu'à partir des travaux de MM. Hermite et Lindemann. Apporter à cette démonstration des perfectionnements qui aient pour résultat de lui donner un caractère de plus en plus élémentaire est à notre avis tout à fait intéressant au point de vue qui nous préoccupe surtout ici. Aussi remercions-nous bien sincèrement M. V. Jamet de son importante contribution à la transcendance des nombres e et π.

(Note de la rédaction).