

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 2 (1900)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES FONCTIONS HYPERBOLIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT MOYEN
Kapitel: I. — Théorie de l'hyperbole
Autor: Barbarin, P.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-3582>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

LES FONCTIONS HYPERBOLIQUES

DANS L'ENSEIGNEMENT MOYEN

Comme appendice à la leçon sur les propriétés de la fonction e^x , bien des professeurs proposent en exercice à leurs élèves de démontrer les principales formules relatives aux transcendentes

$$\operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \operatorname{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \operatorname{th}x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

appelées communément *sinus*, *cosinus*, et *tangente hyperboliques* de l'argument réel x ; ils signalent les analogies et différences que ces fonctions présentent avec les fonctions circulaires du même nom, et expliquent leur qualificatif d'hyperboliques en remarquant que $X = \operatorname{ch}x$, $Y = \operatorname{sh}x$ sont les coordonnées d'un point de l'hyperbole équilatère

$$X^2 - Y^2 = 1.$$

Mais là se bornent la plupart du temps les indications qu'ils donnent, et dans aucune partie du cours, les élèves ne sont appelés à en tirer profit. Nous croyons que c'est là une regrettable lacune, et nous sommes persuadé que si les étudiants de nos cours de mathématiques spéciales et de facultés étaient familiarisés avec le maniement des sinus et cosinus hyperboliques comme ils le sont avec celui des sinus et cosinus circulaires, ils sauraient apporter à bien des calculs de notables simplifications; il est aisé de le prouver par des exemples simples empruntés à des questions élémentaires.

I. — THÉORIE DE L'HYPERBOLE

On peut écrire ainsi les coordonnées d'un point M de l'hyperbole :

$$x = a \operatorname{ch} \varphi, y = b \operatorname{sh} \varphi.$$

et les propriétés de la courbe donnent lieu à des développements identiques à ceux qui servent pour l'ellipse ;

$$x' = a \operatorname{sh} \varphi, \quad y' = b \operatorname{ch} \varphi$$

représentent l'extrémité M' du rayon oM' conjugué à oM .

II. — CALCUL D'UNE DÉRIVÉE

Soit la fonction $y = L(x + \sqrt{1 + x^2})$. En posant $x = \operatorname{sh} \varphi$, on a immédiatement

$$x + \sqrt{1 + x^2} = \operatorname{sh} \varphi + \operatorname{ch} \varphi = e^\varphi$$

donc $y = \varphi$, ou $x = \operatorname{sh} y$; par suite

$$y' = \frac{1}{\operatorname{ch} y} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

III. — RÉOLUTION DE L'ÉQUATION $ax^2 + bx + c = 0$.

Quand les racines sont réelles et de même signe, on définit un argument circulaire φ par l'égalité

$$\frac{4ac}{b^2} = \sin^2 \varphi$$

et les formules

$$x' = -\frac{b}{a} \cos^2 \frac{\varphi}{2}, \quad x'' = -\frac{b}{a} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

font connaître les deux racines ; on peut suivre une marche en tout semblable si le produit ac est négatif, à condition de définir cette fois un argument hyperbolique φ par l'égalité

$$-\frac{4ac}{b^2} = \operatorname{sh}^2 \varphi$$

les racines, réelles et de signes contraires, sont

$$x' = -\frac{b}{a} \operatorname{ch}^2 \frac{\varphi}{2}, \quad x'' = \frac{b}{a} \operatorname{sh}^2 \frac{\varphi}{2}.$$