CORRESPONDANCE

Sur une question de terminologie [1].

Je commencerai par réfuter l'opinion de M. Berdellé, d'après laquelle le mot *équivalence* serait toujours rendu en allemand par *Gleichheit* (égalité). Tous les traités allemands que je connais parlent, à propos des figures planes, de *Flächengleichheit* (égalité en surface), par exemple Holzmüller, de *Inhaltsgleichheit* (égalité en aire), par exemple Wittstein, ou de *Gleichheit der Flächen,* par exemple Baltzer et de *Gleichheit der Figuren*, par exemple Spieker. Il est vrai qu'il y a plusieurs auteurs qui emploient, pour abréger, l'adjectif *gleich* (égal), par exemple Baltzer ou Helmes qui dit littéralement dans sa « Planimétrie » (§ 169) : « Figuren von gleichem Flächeninhalt heissen *gleich gross*, *inhaltsgleich* oder auch wohl bloss *gleich* », mais il y a assez d'auteurs qui se servent exclusivement des mots *inhaltsgleich* (Wittstein) et *flächengleich* (Holzmüller) [2]. Comme on le voit, la langue allemande ne manque pas de mots pour rendre clairement les expressions « équivalence » et « équivalent ».

Quoiqu'il serait désirable que tous les auteurs allemands, sans exception, adoptassent le mot *inhaltsgleich* qui peut s'appliquer tant aux surfaces qu'aux corps, on en peut comprendre et expliquer, d'autre part, l'abréviation « gleich « (égal) au lieu de « inhaltsgleich « (égal en aire), en se souvenant que le même mot « égal » $(=)$ signifie en Algèbre « équivalent ». En effet, la formule $(a+b)^2 = a^2 + 2\,\mathrm{ab} + b^2$ signifie que ses deux membres sont égaux en *valeur*, mais *non* en *forme*, ce qui veut dire qu'ils sont *équivalents* et qu'ils *ne* sont *pas égaux dans le sens français* du mot. En vertu de cela, nous arrivons à une conclusion très différente de celle de M. B., ou soit : *Si l'on veut employer le mot « égal » en Géométrie, il faut que l'on fasse dans le sens du mot « équi-*

---

(1) Réponse à l'article « *Sur une question de terminologie* », par M. Ch. Berdellé, inséré dans le numéro du 15 novembre 1901, p. 452-454.

(2) Voilà une observation analogue que l'on peut faire à l'égard du mot allemand « Exponent », mentionné par M. Berdellé dans son intéressant article « L'Esperanto et les Mathématiciens », p. 442 : L'application du mot précité dans le sens d'une raison, d'une progression par quotient a été abandonnée complètement en Allemagne par les auteurs modernes, en le remplaçant par le mot « Quotient ». Voir les traités et les collections d'exercices de Baltzer, Bardey, Hengel, Holzmüller, Martin, Spieker, Wittstein, etc.

valent » pour éviter précisément de donner deux significations à un même mot dans deux branches des Mathématiques élémentaires (1).

Mais ce n'est pas tout. Nous sommes conduits au même résultat, en analysant les propres mots de M. B., p. 453 : L'égalité et l'équivalence sont toutes deux des égalités ». Cela veut dire que le mot « égalité » correspond à une idée plus *générale* que le mot « équivalence », parce que « l'équivalence est une égalité ». D'autre part, on emploie en France le mot « égalité » dans le sens d'une égalité *en contenance et en forme*, en même temps, c'est-à-dire pour rendre une idée plus *spéciale* que l'équivalence, car toutes les figures qui ont même aire et même forme sont, naturellement aussi, équivalentes. Il nous faut donc en déduire que *l'on commet une faute de logique en employant le mot « égalité » dans le sens d'une égalité en surface et en forme.*

Quant à l'usage du mot « congruence » dans la « Théorie des nombres » cité par M. B., je crois, à mon tour, qu'il ne faut pas le considérer ici, parce qu'il s'agit de l'instruction secondaire qui ne comprend pas cette théorie. D'ailleurs, afin de déduire la signification d'un mot, il ne suffit pas qu'on prenne en considération la manière de l'employer dans un certain cas, sinon qu'il est nécessaire, avant tout, de recourir à l'étymologie du mot. Or, les mots « congruents » et « congruence » tirent leur origine du verbe latin *congruere* qui signifie en français « coïncider ». Les mathématiciens allemands ont donc pleinement raison en appliquant le mot *kongruent* à deux figures que l'on peut faire coïncider par superposition (2).

Il n'y a pas d'inconvénients à employer plus tard, en Algèbre supérieure, le même mot *kongruent* dans un autre sens ; eu égard à l'abondance de termes techniques dont a besoin la science mathématique pour s'exprimer d'une manière claire et précise, il ne peut paraître étrange que, dans des domaines différents des mathématiques, on se serve de

---

(1) Voir « L'*Esperanto et les Mathématiciens* », p. 443 de l'*Ens. Math.*, 3e année.

(2) A propos du mot « congruent », je me permets de reproduire ici un passage du compte rendu que MM. Léon Bidez, ingénieur belge, et Ismaël Renjifo, ingénieur chilien, ont consacré en 1896, au t. I des « *Elementos de Matematicas* », publiés par M. R. Poenisch et par moi. Voici leurs propres termes : « La terminolojía empleada en el texto tiene, en parte, para nosotros cierta novedad. Pasamosa ocuparnos de los términos introducidos en el libro, siguiendo el örden en que allí se encuentran :

1o El significado de la palabra *igualdad* que en el lenguaje aljebráico tiene cierta latitud, denotando cantidades del mismo valor, aunque en su forma sean distintas se restrinje en Jeometría para denotar solo magnitudes que tienen el mismo valor i la misma forma. Con el objeto de evitar la confusion que resulta del doble significado de esta espresion matemática, conviene dar otro nombre à la igualdad jeometrica o a la igualdad aljebráica, i estando la segunda mas en armonía con el significado jeneral de la palabra, los autores del texto han dado a la igualdad jeométrica el nombre especial de *congruencia* con locual introducen una modificacion sin duda útil en el lenguaje matemático. Voir la préface aux « *Elementos de Matemáticas* », t. II, p. III et IV.

la même expression pour rendre des idées différentes. Il suffit ici de rappeler le mot *module* qui est appliqué, entre autres, dans la théorie des logarithmes, dans la théorie des nombres; à propos des nombres complexes, etc., et chaque fois en changeant sa signification.

Cela posé, je me permets de proposer aux mathématiciens l'adoption de la nomenclature suivante dans les deux langues : *congruent (kongruent)* pour rendre l'idée de *l'égalité en surface* (ou *en volume) et en forme* ; *équivalent* (*inhaltsgleich*) pour rendre l'idée de *l'égalité en surface* (ou *en volume*) seulement; et *semblable* (*ähnlich*) dans le cas de *l'égalité en forme* seulement ; d'une manière analogue pour les substantifs. En même temps, je me permets de recommander aux mathématiciens français l'adoption des trois signes $\cong$ (1), $=$ et $\backsim$ correspondant aux trois idées exposées et dont se servent les auteurs allemands pour abréger l'écriture géométrique.

Je termine, en priant M. Berdellé de vouloir bien examiner de nouveau la question en se plaçant au point de vue que je viens de développer. J'espère qu'il y aura encore d'autres collègues qui viendront exprimer leur opinion sur cette question, et que ces efforts réunis contribuent à faire faire un pas de plus vers l'unification internationale du langage scientifique dont la réalisation est si désirable.

Aug. Tafelmacher (Santiago, Chili).

Réponse à la lettre de M. Tafelmacher.

Je remercie M. Tafelmacher : 1° de la courtoisie avec laquelle il en appelle à moi-même qui suis loin d'être une autorité ; 2° des renseignements qu'il me fournit et qui, vu la pauvreté de ma bibliothèque, me sont précieux (2). C'est avec plaisir que j'abandonnerai les termes proposés par moi pour traduire équivalence et que je me rallierai à *Inhaltsgleichheit* (égalité de contenance). Mais je ne me rallierai pas de même au mot de congruence qui, chose curieuse, me choque moins dans le français et dans l'espagnol que dans la langue allemande où, au bout du compte, c'est un des intrus que l'on cherche à expulser. Je suis ennemi du mot Kongruenz en allemand, comme je suis en français ennemi de l'abus qu'on fait du mot anglais *home*, au lieu de dire simplement *le chez-soi*.

Les mots savants, tirés du latin et du grec, deviennent de plus en plus nécessaires, à mesure qu'on avance dans l'étude d'une science, mais l'on devrait, autant que possible, s'en dispenser au début et on le peut surtout en allemand où l'on dit couramment *Kugel* (boule) au lieu de *Sphæra*, *Kegel*, au lieu de *Conus*, *Walze* (rouleau) au lieu de *Cylin-*

---

(1) Introduit par Leibniz (Opp. 3, p. 416).

(2) Pour ce dernier point, mes remercîments s'adressent aussi à M. Hatzidakis.

der. L'on devrait aussi conserver aux mots populaires ainsi employés juste le sens qu'ils ont dans le langage usuel. Or, on entend souvent en Alsace la locution proverbiale allemande suivante : *gleich wie zwei Kutschenpferde*, ou encore *egal wie zwei Kutschenpferd* (égaux comme deux chevaux de carrosse). L'égalité dont il est question ici est bien celle qu'en géométrie les Allemands appellent congruence. Allez donc dire à un cocher que ses chevaux sont congruents !

Maintenant, prenez d'un côté quatre tablettes de chocolat réunies en carré ; de l'autre quatre tablettes identiques réunies en série droite, et demandez à un enfant lequel de ces deux lots on doit lui donner. Il vous répondra, s'il est français : « Cela m'est indifférent. » Mais s'il est allemand, il répondra : « Cela m'est équivalent » (*gleichgültig*). Entre les deux expressions équivalent et gleichgültig il n'y a que cette différence que la première se dit au point de vue objectif, la seconde au point de vue subjectif. Mais il n'en ressort pas moins que les expressions françaises sont bien choisies, et il me semble que Wittstein (par exemple), en formant son mot de Inhaltsgleich, pensait comme moi sous ce rapport.

Possédant deux ouvrages de Karsten, l'un latin de 1781, l'autre allemand de 1760, j'ai pu constater que dans les deux langues il ne faisait aucune différence entre les deux espèces d'égalités, employant dans tous les cas en allemand l'expression de gleich gross, en latin le terme æqualis. Mais il pose la définition et le principe suivants :

§ 14. Extensa congruere dicuntur, quorum extrema, per quæ terminantur, omnia coincidunt ; quæ proinde tota inter hos terminos concidentes continentur...

§ 15. Extensa quæ sibi mutuo congruunt, sont æqualia.

Cor. Recta CD quæ congruit rectæ AB eidem est æqualis. Angulus CAD angulo EBF, cui congruit æqualis est.

Sans même recourir aux angles α et $\alpha \pm 2k\pi$, si j'avais à annoter Karsten, je mettrais à distances inégales et dans leur ordre naturel, les quatre lettres A, B, C, D, autour d'une circonférence du centre O de laquelle je tracerais les rayons OA et OC. Puis, me référant à la définition du § 15, je commencerais : angulus ABC congruit angulo ADC sed illi non est æqualis..... et je conclurais (qu'on me permette de revenir à ma langue naturelle) : donc la congruence et l'égalité sont des qualités différentes qui, quoique très souvent réunies, peuvent se trouver séparées dans bien des cas [1].

Quant à ce qui est de ne pas tenir compte de la *théorie des congruences* qui sert de base à la *théorie des nombres*, je ne suis pas de l'avis de mon contradicteur qui se fonde sur ce que cette théorie ne fait pas partie de l'instruction secondaire. Dans les leçons d'arithmétique

[1] A remarquer que si deux angles α et β ont pour somme quatre droits, on peut dire $\alpha \equiv -\beta$ module = tour d'horizon.

de M. Briot, un chapitre lui est consacré; et quoiqu'elle ait été inventée pour faciliter l'accès de spéculations très élevées, elle peut servir à résoudre des questions fort élémentaires relatives par exemple au cercle, ou à la chronologie, etc. Il y a, du reste, bien des choses dont on ne parle qu'en mathématiques supérieures, où l'on en peut faire la théorie complète, et dont on devrait parler déjà dès les premiers éléments dont elles faciliteraient l'étude.

Je suis d'accord avec MM. Bidez et Renjifo quand ils louent MM. Pœnisch et Tafelmacher d'avoir introduit deux termes différents pour exprimer des idées différentes avant eux exprimées par le même mot igualdad ; mais je les louerais encore plus si au lieu de congruencia et igualdad, ils avaient adopté les deux mots igualdad et ecuivalencia (si toutefois ce dernier mot est espagnol). Et qui donc empêchera alors les Allemands de rendre le mot français égalité par Gestaltgleichheit (égalité s'étendant à la forme), comme ils rendent déjà le mot équivalence par Inhaltsgleichheit (égalité se bornant à la contenance). Alors le mot congruence ne serait, dans toutes les langues, plus employé que dans le sens qu'on lui donne en arithmologie supérieure.

Je ne prétends pas à moi seul résoudre la question, mais je crois devoir faire remarquer à tous les lecteurs de ce journal combien il serait intéressant de réunir des documents sur les deux questions suivantes :

1° Comment les deux idées voisines d'égalité et d'équivalence ont-elles été exprimées aux diverses époques de l'histoire de la science ; et depuis quand les distingue-t-on par des termes différents ?

2° Comment sont-elles rendues à l'époque actuelle chez les diverses nations ?

Ne pas oublier de comparer les termes savants aux expressions populaires.

Ces documents réunis, ce serait à un congrès international des mathématiciens de résoudre la question, avec beaucoup d'autres du même genre.

CH. BERDELLÉ
Rioz (Haute-Saône).

OUVRAGES CITÉS :

Mathesis theoretica elementaris atque sublimior in usum academicarum prælectionum, auctore Wencesl. Jo. Gust. Karsten phil. doct. et log. P. O. in Acad. Rost. Rostochii et Griphiswaldiæ, apud Anton. Ferdin. Röseum. 1760.

Auszug aus den Anfangsgründen und dem Lehrbegriffe der Mathematischen Wissenschaften, aufgesetzt von Wencesl. Johann Gustav. Karsten, der Phil. doctor, etc., Greiffswald, gedruckt und verlegt von Anton Ferdinand Röse, 1781.

Leçons nouvelles d'arithmétique par M. C. Briot, professeur à la faculté des sciences, maître de conférences à l'école normale supérieure. Huitième édition. Paris, librairie, Ch. Delagrave... 1884.

Questions et remarques diverses.

22. — Dans la *Théorie des Equations*, par M. E. JABLONSKI, on trouve la définition suivante (p. 1) :

« On appelle nombre imaginaire une expression de la forme $a + b\sqrt{-1}$..... »

Et, plus loin (p. 5) :

« On dit que deux nombres imaginaires sont égaux, lorsqu'ils ont même partie réelle et même partie imaginaire. »

Dans d'autres traités consacrés au même sujet, on trouve des phrases analogues. Or, il est illogique d'employer le mot « imaginaire », d'abord, pour désigner le tout, et, ensuite, pour désigner une de ses parties hétérogènes. Il en est de même quand on parle d'un nombre *imaginaire* qui a une partie *réelle,* en se servant donc ici précisément de l'opposition entre les nombres imaginaires et les nombres réels.

Il me semble que l'on devrait donner la préférence à la manière allemande en vertu de laquelle une expression de la forme $a + b\,i$ porte le nom de nombre *complexe* (eine komplexe Zahl), manière que l'on pourrait adopter en français [1] sans difficulté, car un nombre complexe signifie un nombre qui se compose de deux parties hétérogènes.

Aug. TAFELMACHER (Santiago, Chili).

---

[1] Depuis HOUEL, un certain nombre de mathématiciens français ont également adopté la dénomination de *nombre complexe* et il faut espérer que cet usage tendra à se répandre de plus en plus.

LA RÉDACTION