Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1902)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DU CALCUL APPROXIMATIF

Autor: Tripard, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5600

DU CALCUL APPROXIMATIF

Combien y a-t-il d'élèves, dans toute la population scolaire, qui connaissent le calcul approximatif ? A part quelques bons candidats aux grandes écoles, je suppose qu'il y en a un très petit nombre. On peut, sans exagérer, dire que l'immense majorité l'ignore.

D'où vient cette ignorance ? Simplement de ce que le calcul approximatif n'est pas enseigné, et il n'est pas enseigné parce qu'il est trop difficile. Par respect pour la méthode déductive des sciences mathématiques on ne veut l'appuyer que sur une base inébranlable : la théorie des erreurs ; et celle-ci est inaccessible à la masse. Il y a cependant quelque chose qui devrait primer ce respect, c'est la nécessité. La vie journalière de l'adulte, comme celle de l'écolier, présente constamment des exemples de calculs qui ne tombent pas juste. Tout le monde a plus ou moins besoin de savoir les traiter.

Poussé donc par la nécessité, je n'ai pas hésité, au risque de commettre une hérésie scientifique, à appliquer au calcul approximatif, la méthode inductive des sciences physiques. J'ai fait des expérience de calcul dont j'ai tiré des règles pratiques [1] qui me donnent du reste toute satisfaction.

La méthode que je propose ci-après, étant fondée uniquement sur l'expérience, ne saurait prétendre à la certitude, c'est entendu, mais elle est bien suffisante dans les calculs courants, et si elle se trouvait par hasard en défaut, ce ne pourrait être que dans des cas tout à fait exceptionnels. D'ailleurs, si on désire la certitude

---

[1] *Méthode pratique de calcul approximatif.* Prix : 1 fr. 25. Société d'Éditions scientifiques, Paris.

on pourra toujours l'obtenir au moyen du contrôle rigoureux que je donne à l'appui même de la méthode dans la brochure signalée plus haut et que le cadre de cet article m'oblige à passer sous silence.

RÈGLES PRÉLIMINAIRES ET DÉFINITIONS

Nous envisagerons simplement le cas le plus fréquent : Tous les nombres d'une expression sont ou connus exactement ou susceptibles d'une approximation indéfinie ; il s'agit de calculer le résultat qu'elle représente à une unité, une dizaine,..... un dixième, un centième... près.

Voici d'abord deux règles préliminaires à observer.

RÈGLE I. — *Les chiffres d'un nombre se comptent à partir du premier chiffre significatif de gauche, sans se préoccuper de la virgule s'il y en a une.*

RÈGLE II. — *Chaque fois qu'on néglige des chiffres sur la droite d'un nombre on force le dernier conservé de 1 si le suivant est 5 ou supérieur à 5.*

Exemple : 1° Prendre 53,2437 avec 4 chiffres. On prend 53,24.
2° Prendre 0,0378 avec 1 chiffre. On prend 0,04.
3° Prendre 4552,8 avec 2 chiffres. On prend 4600.

Ceci posé, on divise les opérations en deux catégories. La première comprend l'*addition* et la *soustraction* ; la deuxième comprend la *multiplication* avec l'*élévation aux puissances, la division* et l'*extraction des racines*.

Toute expression qui ne renferme que des opérations d'une même catégorie est une expression *simple*. Exemple : $\pi + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ est une expression simple de *première espèce* ; $\frac{\pi^2\sqrt{3}}{2}$ est une expression simple de *deuxième espèce*.

Une expression est *composée* quand elle comporte des opérations des deux catégories ; elle est de première ou de deuxième espèce quand l'opération finale est de première ou de deuxième catégorie. Exemple : $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \pi$ est une expression composée de première espèce ; $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{5}$ est une expression composée de deuxième espèce.

EXPRESSION SIMPLE DE PREMIÈRE ESPÈCE

RÈGLE III. — *On limite chaque nombre vers la droite en conservant l'ordre inférieur à l'ordre d'approximation demandé et on supprime un chiffre à droite du résultat final.*

Exemple : Calculer à 0,001 près l'expression $18 + 0{,}045\,348 + \sqrt{3} - \pi - \frac{6}{7}$

18	3,1416	19,7774
0,0453	0,8571	3,9987
1,7321		
19,7774	3,9987	15,7787

Le résultat est 15,779 à 0,001 près.

EXPRESSION SIMPLE DE DEUXIÈME ESPÈCE

RÈGLE IV. — *On commence par déterminer le nombre de chiffres du résultat (Règle I) par un calcul préliminaire. Pour obtenir un résultat de* n *chiffres, on prend au départ chaque nombre entier ou décimal qui renferme plus de* n + 1 *chiffres, ainsi que chaque nombre irrationnel avec* n + 1 *chiffres. Si le résultat d'une première opération doit être soumis à une deuxième opération, on le réduit au préalable à* n + 1 *chiffres, et ainsi de suite. Finalement on réduit le résultat à* n *chiffres.*

Exemple : Calculer à 0,01 près $\sqrt{503\,\pi\sqrt{2}}$.

On a visiblement

$$3 \times 1 < \pi\sqrt{2} < 4 \times 2.$$

Ce produit $503\,\pi\sqrt{2}$ soumis au radical aura 4 chiffres à la partie entière ; la racine carrée aura 2 chiffres à la partie entière, et comme elle doit être calculée à 0,01 près elle aura en tout 4 chiffres.

On prend π et $\sqrt{2}$ chacun avec 5 chiffres, et on fait le calcul comme il est indiqué ci-après.

$$3{,}1416 \times 1{,}4142 = 4{,}44285072$$
$$4{,}4429 \times 503 = 2234{,}7787$$
$$\sqrt{2234{,}8} = 47{,}27\ldots$$

Le chiffre qui suivrait le 7 étant inférieur à 5, on a comme résultat 47,27.

Définition. — On appelle d'abord *résultat brut* tout nombre fourni par l'une quelconque des opérations du calcul d'une expression simple de première espèce.

Ainsi en se reportant à l'application qui suit la règle III 19,7774, 3,9987, 15,7787 sont des résultats bruts.

En supposant ensuite que dans le calcul d'une expression simple de seconde espèce on ait pris $n+1$ chiffres au départ, si on limite le résultat fourni par l'une quelconque des opérations successives à $n+1$ chiffres, on obtient un nombre qu'on appelle encore *résultat brut.*

Ainsi en se reportant à l'application qui suit la règle IV, 4,4429, 2 234,8, 47,274 sont des résultats bruts.

EXPRESSION COMPOSÉE

Le calcul d'une expression composée se fait par application de la règle suivante qui comprend d'ailleurs les règles III et IV.

RÈGLE V. — *Chaque fois qu'on passe d'une opération à l'opération suivante, on soumet à cette dernière le résultat brut de la précédente. Les nombres de chiffres à prendre au départ doivent être tels que par cette manière d'opérer l'on arrive finalement à un résultat brut ayant un chiffre de plus que le résultat cherché.*

Exemples : 1° calculer à 0,01 près $\pi^2 + 5\sqrt{2}$.

Ceci est une opération composée de première espèce. Les deux termes de l'addition, qui est la dernière opération à faire, doivent être des résultats bruts exprimant des millièmes. Or π^2 est une expression simple de seconde espèce ; pour en tirer un résultat brut de millièmes, c'est-à-dire un résultat de 4 chiffres, il convient de prendre π avec 4 chiffres. $5\sqrt{2}$ est aussi une expression simple de seconde espèce ; pour en tirer un résultat de 4 chiffres, il convient de prendre $\sqrt{2}$ avec 4 chiffres.

En définitive on fait les calculs suivants :

$$3{,}142^2 = 9{,}872164$$
$$1{,}414 \times 5 = 7{,}070$$
$$9{,}872 + 7{,}070 = 16{,}942$$

Le résultat demandé est 16,94.

2° Calculer à 1000 unités près $\dfrac{\sqrt{650}+\sqrt{0{,}02}}{\pi - 2{,}22\sqrt{2}}$.

Ceci est une expression composée de seconde espèce. La dernière opération à faire est une division. Quelle sera la composition des deux résultats bruts qui formeront le dividende et le diviseur de cette division ? Ces deux résultats bruts devront avoir 1 chiffre de plus que le résultat final ; on est donc conduit à déterminer le nombre de chiffre de celui-ci. Un calcul préliminaire montre que le numérateur vaut environ 25, et le dénominateur environ 0,002 ; par conséquent le résultat aura 5 chiffres à la partie entière, et comme il doit être calculé à 1 000 unités près, il aura en tout 2 chiffres. Il en résulte qu'on doit tirer du numérateur et du dénominateur des résultats bruts de 3 chiffres.

Or le numérateur aura 2 chiffres à la partie entière, on devra tirer de chaque terme du numérateur un résultat brut de dixièmes, et pour cela prendre 25,5 pour $\sqrt{650}$ et 0,1 pour $\sqrt{0{,}02}$. Le résultat brut du numérateur est donc

$$25{,}5 + 0{,}1 = 25{,}6.$$

Quant au dénominateur, son premier chiffre significatif est au rang des millièmes ; chacun de ses termes devra être limité aux cent millièmes inclus. Or $2{,}22\sqrt{2}$ a 1 chiffre à la partie entière ; pour en obtenir un résultat brut de cent millièmes on devra prendre $\sqrt{2}$ avec 6 chiffres. Le résultat brut du dénominateur est

$$3{,}14159 - 3{,}13955 = 0{,}00204$$

Enfin en divisant 25,6 par 0,00204, on trouve 13 000.

L. TRIPARD (Armentières).