

# CHRONIQUE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# CHRONIQUE

---

## Hommage de l'École polytechnique au colonel Mannheim.

Un émouvant hommage, sans précédent à l'École polytechnique, vient d'être rendu au colonel Mannheim qui, atteint en juillet dernier par la limite d'âge, a quitté la chaire de Géométrie qu'il occupait depuis 1864 avec un éclat incontesté.

Une souscription restreinte au cercle même de l'École, corps enseignant, état-major et élèves présents à la fin du cours, avait été organisée par les soins d'un comité composé de M. Mercadier, directeur des études, du général Debatisse, de MM. Rouché, Cornu, Haag, Bricard et Aubrun, major des élèves.

La remise du bronze choisi par le comité, *la Renommée*, de Coutan, a fait l'objet d'une imposante cérémonie qui a eu lieu le 14 décembre, dans le grand amphithéâtre de Physique, sous la présidence du général André, ministre de la guerre, et en présence de très nombreuses notabilités scientifiques et militaires.

Cinq discours ont été prononcés. Le général commandant l'École a pris la parole le premier. Il a retracé la carrière militaire du colonel Mannheim et cité ses ingénieuses inventions, utiles à l'Artillerie.

M. Mercadier a parlé ensuite de la carrière professorale de M. Mannheim, de la clarté, de l'élévation de son cours et de tous les services rendus à l'École.

M. Rouché, dans son intéressant discours, a analysé une partie des beaux travaux géométriques de M. Mannheim ; il a signalé ce très grand nombre de notes, mémoires ou livres « témoins irrécusables de sa puissance d'investigation et de la fécondité de ses méthodes ».

M. Rouché a parlé de cette branche nouvelle de la science que l'on doit à M. Mannheim et de l'important ouvrage : *Principes et développements de la Géométrie cinématique*. Il a fait remarquer, à propos de ce livre, que M. Mannheim a pleinement réussi à composer avec tant de fragments épars « un ensemble complet et homogène » qui a « conquis « l'admiration de tous les géomètres... et qui place son nom à côté de « ceux de Chasles et de Poncelet... ».

L'élève Aubrun s'est fait l'interprète des sentiments de reconnaissance de tous ses camarades.

Enfin, le Ministre de la guerre, dans une chaleureuse allocution, a dit

qu'il était heureux de saluer en M. Mannheim l'un des hommes qui ont le mieux servi et le plus honoré l'École polytechnique et par suite le pays.

M. Mannheim, extrêmement ému, a exprimé tous ses remerciements et fait l'éloge de la Géométrie pure, qui est un si puissant instrument de progrès et dont l'étude est en elle-même toujours féconde.

Les assistants sont alors venus serrer la main à M. Mannheim et lui renouveler l'expression de leur sympathie.

Cette manifestation touchante était la plus douce récompense qui pût aller au cœur du savant, modeste et bon, dont la haute valeur n'a peut-être pas toujours été appréciée autant qu'il eût fallu. L'accord se fait aujourd'hui; pas une voix discordante ne s'élève, et l'on rend enfin justice au professeur et au géomètre.

LA RÉDACTION.

### •Prix académiques.

**PRIX DÉCERNÉS.** — Dans sa séance du 16 décembre dernier, l'Académie a décerné les prix afférents à l'année 1901. Nous indiquons ici ceux qui ont trait aux sciences mathématiques.

*Prix Francœur* (1 000 fr.). — M. LÉONCE LAUGEL. Découvertes ou travaux utiles au progrès des sciences mathématiques pures ou appliquées.

*Prix Poncelet* (2 000 fr.). — M. EMILE BOREL. Le prix est décerné à M. E. Borel, pour l'ensemble de ses travaux mathématiques.

*Prix extraordinaire de mécanique* (6 000 fr.). — La commission propose de partager ce prix en deux parties égales, entre MM. TISSOT, lieutenant de vaisseau, et MARBEC, ingénieur des constructions navales.

Récompense de tout progrès de nature à accroître l'efficacité des forces navales de la France.

*Prix Montyon* (700 fr.). — M. AIMÉ WITZ. Mécanique.

*Prix Plumey* (2 500 fr.). — M. LE PROFESSEUR BOULVIN. Perfectionnement des machines à vapeur et particulièrement de la navigation à vapeur.

*Prix Lalande* (540 fr.). — La commission propose à l'Académie de reconnaître le haut mérite des travaux de M. THOME, directeur de l'observatoire de Cordoba, en lui décernant le prix Lalande.

*Prix Valz* (460 fr.). — M. CHARLES ANDRÉ. Astronomie.

*Prix Petit d'Ormoy* (10 000 fr.). — M. GABRIEL KÆNIGS. Géométrie et mécanique.

*Prix Saintour* (3 000 fr.) — M. GUICHARD. Géométrie.

*Prix du baron de Jøest* (2 000 fr.) — Le prix est partagé entre M. L'ABBÉ VERSCHAFFEL, directeur de l'observatoire d'Abbadia, et M. SAINT-BLANCAT, astronome à l'observatoire de Toulouse, pour les séries de leurs belles observations astronomiques.

*Prix de M<sup>me</sup> la marquise de Laplace.* (Le prix consiste en la

collection complète des œuvres de Laplace.). — M. JAPIOT, premier élève sortant de l'École polytechnique.

*Prix Félix Rivot* (2 500 fr.). — MM. JAPIOT, GUILLAUME, PELLARIN, OTT. Prix à partager entre les élèves sortant de l'École polytechnique avec les n<sup>os</sup> 1 et 2 dans les sections des ponts et chaussées et des mines.

RIX PROPOSÉS. — L'Académie a en outre proposé les prix suivants :

*Grand prix des sciences mathématiques.* — Perfectionner, en un point important, l'application de la théorie des groupes continus à l'étude des équations aux dérivées partielles.

(La question, déjà proposée en 1901, reste posée jusqu'au 1<sup>er</sup> octobre 1902.)

*Prix Bordin.* — Développer et perfectionner la théorie des surfaces applicables sur le paraboloidé de révolution.

(La question, déjà proposée en 1901, reste posée jusqu'au 1<sup>er</sup> octobre 1902.)

*Prix Francœur.* — Décerné annuellement à l'auteur de travaux utiles au progrès des sciences mathématiques pures ou appliquées.

*Prix Poncelet.* — Décerné annuellement à l'auteur de l'ouvrage le plus utile au progrès des sciences mathématiques pures ou appliquées.

*Prix extraordinaire de mécanique destiné à récompenser tout progrès de nature à accroître l'efficacité de nos forces navales.* — L'Académie décernera le prix, s'il y a lieu, dans sa prochaine séance publique annuelle.

*Prix Montyon.* — Décerné annuellement. Mécanique appliquée.

*Prix Plumey.* — Perfectionnement de la machine à vapeur et particulièrement de la navigation à vapeur.

*Prix Fourneyron.* — Etude théorique ou expérimentale des turbines à vapeur.

(La question, déjà proposée en 1901, reste posée jusqu'au 1<sup>er</sup> juin 1903.)

*Prix Pierre Guzman* (100 000 fr.). — A décerner à qui aura trouvé le moyen de communiquer avec un astre autre que Mars. Si le prix tarde à être décerné, comme il est très probable, les intérêts du capital seront disponibles tous les cinq ans pour récompenser le meilleur travail d'astronomie. Ce prix quinquennal sera décerné pour la première fois en 1905.

*Prix Lalande.* — Décerné annuellement à l'auteur de l'observation astronomique la plus intéressante.

*Prix Damoiseau.* — Compléter la théorie de Saturne donnée par Le Verrier, en faisant connaître les formules rectificatives établissant l'accord entre les observations et la théorie.

(La question, déjà proposée en 1901, reste posée jusqu'au 1<sup>er</sup> juin 1902.)

*Prix Valz.* — Observation astronomique.

*Prix Janssen.* — Astronomie physique.

*Prix G. de Pontécoulant.* — Destiné à encourager les recherches de Mécanique Céleste. A décerner, s'il y a lieu, à la séance publique de 1903.

### Congrès des mathématiciens allemands; Hambourg, septembre 1901.

L'Association des Mathématiciens allemands (*Deutsche Mathematiker-Vereinigung*) a tenu son assemblée annuelle à Hambourg, du 22 au 26 septembre 1901, en commun avec la première section de la 73<sup>e</sup> réunion des Naturalistes et des Médecins allemands.

La première séance eut lieu le lundi 23 septembre, sous la présidence de M. le professeur D<sup>r</sup> SCHUBERT (Hambourg). Au nom de la Ville Libre et Hanséatique de Hambourg, celui-ci salua d'abord cette Assemblée si extraordinairement bien choisie, en exprimant le désir qu'elle fournisse cette année à tous ses participants, en même temps qu'aux sciences mathématiques, la plus large part de profits. Puis M. le professeur D<sup>r</sup> HILBERT (Göttingue), en prenant la place de M. le professeur DYCK, président de l'Association, empêché par l'exercice de ses fonctions officielles, salua les congressistes, en exprimant surtout l'espoir que, par la discussion entre les membres défendant des points de vue différents, chacun pût emporter une riche moisson d'encouragement personnel.

Dans la première séance, M. le professeur D<sup>r</sup> SCHOUTE (Groningue) a fait une communication *sur les systèmes de genre zéro* ( $N_{2n-1}$  dans l'espace  $R_{2n-1}$ ). Il présenta successivement la génération analytique et géométrique, la représentation la plus simple analytique, la mobilité du système et son importance dans la Mécanique.

Ensuite M. le professeur D<sup>r</sup> SCHUBERT (Hambourg) rapporta sur le nombre des constantes de la généralisation du polyèdre dans l'espace à  $n$  dimensions. Après avoir montré dans son introduction que, en général, ce nombre ne peut pas être donné à l'aide du nombre des faces dans les espaces de dimension moindre, il exprime d'abord le nombre des constantes à l'aide du nombre des sommets, du nombre des faces dans l'espace  $(n-1)$  et de la somme des nombres de sommets des faces dans l'espace  $(n-1)$ . Les  $(2n-2)$  équations auxquelles il est conduit ne suffisent plus pour  $n > 3$ . Après la démonstration de ces formules M. Schubert applique les résultats obtenus au tétraèdre, à l'hexaèdre, à l'octaèdre et à la pyramide dans l'espace  $n$ .

M. le D<sup>r</sup> JAHNKE (Berlin) parla des *rotations dans l'espace à quatre dimensions*. Après quelques préliminaires sur la composition des rotations dans l'espace à trois dimensions et la connexité du problème de rotation avec des paramètres déterminés, par lesquels Euler présente le cosinus de direction d'un système orthogonal, M. Jahnke

mentionne une relation remarquable existant entre une rotation dans l'espace à quatre dimensions et deux rotations adjointes dans l'espace à trois dimensions. Cette relation joue un rôle important dans le problème de la rotation, dans le mouvement d'un corps solide dans un liquide idéal et dans la rotation d'un corps pesant autour de son centre de gravité quand un autre corps est relié avec lui de façon qu'il doive tourner autour d'un axe fixe relié avec le premier corps.

Enfin M. le professeur D<sup>r</sup> STUDY (Greifswald) parla d'une *nouvelle branche de la Géométrie*. Il traita une espèce de géométrie linéaire qui diffère de celle de Plücker en ce que la conception de la ligne droite est étendue d'une autre manière.

La deuxième séance eut lieu le mardi matin sous la présidence de M. le professeur D<sup>r</sup> HILBERT (Göttingue).

MM. les professeurs D<sup>r</sup> F.-W. MEYER (Königsberg), D<sup>r</sup> F. KLEIN (Göttingue), D<sup>r</sup> SOMMERFELD (Aix-la-Chapelle) firent un rapport détaillé sur *l'état actuel du travail fait pour l'Encyclopédie des Sciences Mathématiques*; M. Meyer rapporta sur les trois premiers volumes qui traitent de l'Arithmétique, de l'Analyse et de la Géométrie, tandis que M. Klein rapporta sur le quatrième volume (Mécanique) ainsi qu'en partie, en remplacement de M. le professeur D<sup>r</sup> WIECHERT (Göttingue), sur le sixième volume (Géodésie et Astronomie) et M. Sommerfeld sur le cinquième volume (Physique).

C'est avec une grande satisfaction que les rapporteurs purent constater que les travaux de cette œuvre, conçue sur un plan très large et qui doit aussi être traduite dans les langues française et anglaise, avancent avec une complète régularité. Ces rapports furent suivis d'une discussion animée.

M. le professeur D<sup>r</sup> VON LILIENTHAL (Münster) traita de la *Géométrie du mouvement et de son emploi dans la Géométrie différentielle*. Il rappela d'abord l'emploi des mouvements hélicoïdaux infiniment petits dans la théorie des courbes et des surfaces. Après quelques remarques sur les recherches faites dans ce domaine par Beltrami, il examina le déplacement infiniment petit d'un trièdre trirectangle dont l'une des arêtes reste perpendiculaire à la surface, les deux autres coïncidant avec les tangentes de deux familles de courbes orthogonales. Les axes de ces mouvements hélicoïdaux engendrent un cylindroïde, dont deux propriétés fondamentales furent mises en lumière. Cet exposé se termina par quelques remarques sur certains paraboloides dont celui de Mannheim est un cas particulier.

M. le professeur D<sup>r</sup> STÆCKEL (Kiel) rapporta sur les *propriétés arithmétiques des fonctions analytiques*. Il rappela d'abord ses recherches dans ce domaine publiées dans les « *Mathematische Annalen* » et les « *Comptes Rendus*. » Il insista en particulier sur le développement en série de puissance des fonctions analytiques uniformes, possédant un théorème d'addition algébrique, et présentant une singularité essen-

tielle à l'infini. Il montre que dans certaines conditions une pareille fonction ne peut être périodique, que si la période est un nombre transcendant.

M. le professeur D<sup>r</sup> EBERHARD (Halle) présenta ensuite une *contribution à la théorie des Equations*. Il s'agit du problème suivant : Etant donnée une équation du degré  $n$ , on doit trouver deux équations du degré  $n - 1$  composées de telle sorte que de leur étude on puisse déduire le nombre et la position des racines réelles de l'équation primitive.

Dans la *troisième séance* tenue le *mardi après-midi* conjointement avec la section de Géophysique, sous la présidence de M. le professeur D<sup>r</sup> KILLING (Münster), ce fut M. le professeur D<sup>r</sup> CHARLIER (Lund) qui parla le premier sur l'*explication astronomique d'une époque glaciaire*; puis M. le D<sup>r</sup> HALM (Edimbourg) sur *les relations entre le magnétisme terrestre et les phénomènes sismiques ainsi que leur importance pour l'astronomie théorique et métrique*. M. le D<sup>r</sup> HARTWIG (Bamberg) traita la *marche et la fermeture des horloges à pendule d'Ort*.

Après la communication de M. le D<sup>r</sup> MARCUSE (Berlin) sur le *récent développement de la détermination géographique des lieux*, M. le professeur D<sup>r</sup> EBERT (Kiel) présenta un travail sur *une question de Mécanique céleste*.

La *quatrième séance*, tenue le mercredi après-midi, fut présidée par M. le professeur D<sup>r</sup> MITTAG-LEFFLER (Stockholm). Ce fut d'abord M. le professeur D<sup>r</sup> STÆCKEL (Kiel) qui fit le rapport dont il s'était chargé sur le *développement de l'enseignement des Mathématiques appliquées aux universités allemandes*. Après avoir introduit le sujet par une revue rétrospective de la manière dont les maîtres avaient été préparés à leur carrière d'enseignement aux écoles supérieures, dans la première moitié du siècle passé, le rapporteur montra que dans la seconde moitié du même siècle, et cela par la création de gymnases réaux, d'écoles réales supérieures et de beaucoup d'autres écoles spéciales servant directement aux besoins de la technique et de la pratique, il était résulté pour l'instruction des mathématiciens une incompatibilité bien reconnaissable, en ce que, dans les cours universitaires la méthode purement abstraite fut constamment préférée et que par là les maîtres passant aux établissements réaux furent insuffisamment préparés dans plus d'une branche, comme par exemple celle de la Géométrie descriptive. Ce n'est qu'à une époque plus récente qu'aux universités, et cela surtout grâce aux instigations de M. le professeur D<sup>r</sup> FÉLIX KLEIN, qu'il a été apporté quelque changement à cet état de choses en ce qu'à Göttingue on a fait d'abord quelques installations et pris des mesures dans le sens indiqué pour l'enseignement des Mathématiques appliquées. D'autres universités ont ensuite suivi l'exemple donné. Il s'agit avant tout de l'instruction des candidats à l'enseignement dans trois branches, à savoir : la Géométrie descriptive, la Mécanique technique et la

Géodésie. Il résulte d'un plan d'études esquissé par M. Staeckel que cette instruction peut être obtenue après une étude d'environ quatre semestres.

Le conférencier examine longuement les conditions de l'enseignement de la Géométrie descriptive, qui, depuis une dizaine d'années a donné les plus satisfaisants résultats. Les meilleures installations se trouvent jusqu'à présent à Göttingue.

Il serait à désirer que l'on établisse partout des salles de dessin avec le matériel nécessaire. Des ordonnances d'études émanées de personnes compétentes devraient être imprimées et distribuées aux étudiants pour leur servir de guide dans leur activité universitaire. La fréquentation des cours de Géométrie descriptive et celle des exercices s'y rapportant est presque partout très satisfaisante. Aujourd'hui il est relativement facile de trouver des maîtres capables, vu que beaucoup de jeunes mathématiciens cherchent à s'occuper dans l'enseignement de cette branche. Quant à la Géodésie et la Mécanique technique, la position est actuellement bien plus défavorable. Ces deux branches ne sont enseignées que dans fort peu d'universités.

Aujourd'hui la difficulté principale gît dans l'acquisition du matériel technique nécessaire. La bonne volonté montrée par MM. les physiiciens en mettant leurs installations à la disposition de la Mécanique technique peut avoir une excellente influence. Une autre difficulté réside en la pénurie d'obtenir de nouvelles forces dans l'enseignement, car les mathématiciens sont trop insuffisamment préparés dans les connaissances techniques, tandis que, d'autre part, les ingénieurs ne possèdent en général pas des connaissances mathématiques assez approfondies pour entreprendre avec succès l'enseignement universitaire. Il n'y a que le temps qui puisse remédier à ces inconvénients. M. Staeckel termine par la remarque que, dans les commissions d'examen de la plupart des universités prussiennes, la branche des Mathématiques appliquées est confiée à un examinateur spécialement désigné pour cette branche.

Vint ensuite un travail de M. le professeur D<sup>r</sup> ENGEL (Leipzig) *sur les coefficients différentiels d'ordre supérieur*. Il s'agit d'une extension des coordonnées de Clebsch, telle que dans les équations différentielles d'ordre supérieur, elles puissent fournir le même résultat que celui qu'elles donnent dans la forme fournie par Clebsch dans les équations différentielles du premier ordre.

Déjà en 1893 M. Engel avait indiqué une voie aboutissant au même but, mais inutilisable à cause du grand nombre des variables. Après que M. Study eut résolu le problème pour les équations différentielles à deux inconnues dans le plan, M. Engel effectua la résolution pour le cas des équations différentielles du troisième ordre et celui des équations aux dérivées partielles du second ordre dans l'espace.

Puis vint un rapport de M. le professeur D<sup>r</sup> FRANZ MEYER (Königsberg) *sur l'extension du théorème d'Henrici et celui d'Ivory*.



Dans les deux théorèmes il existe des distances qui restent constantes pour certaines familles de collinéations, comme cela ressort d'une démonstration très simple. La différence des carrés des distances, dans l'espace à  $n$  dimensions, peut être représentée par une forme bilinéaire de deux séries de variables, les variables de l'une des séries étant telles que leur somme doit disparaître. De là résultent des extensions des deux théorèmes d'après différentes directions.

Après que M. le professeur D<sup>r</sup> MITTAG-LEFFLER (Stockholm) eut discuté un *critère de trouver les singularités de fonctions analytiques*, M. J. TORKA (Friedenau) parla d'une *nouvelle Géométrie du mouvement*. Après avoir fait ressortir l'importance des systèmes articulés dans les sciences techniques, il examina à un point de vue nouveau les combinaisons les plus simples de ces mécanismes.

Le jeudi matin eut lieu d'abord l'assemblée générale administrative de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, sous la présidence de M. le professeur D<sup>r</sup> HILBERT (Göttingue). Après avoir entendu le rapport annuel, présenté par M. le professeur D<sup>r</sup> GUTZMER (Iéna), d'après lequel il ressort que l'association compte actuellement 520 membres, on résolut que désormais le *Jahresbericht* (rapport annuel) serait remplacé par une publication mensuelle. Outre la liste des membres, les comptes rendus des travaux scientifiques présentés aux assemblées et les rapports administratifs de l'association, ce nouvel organe ferait connaître à ses lecteurs des conférences, des rapports, des discours académiques, des articles nécrologiques, des rapports sur les Assemblées d'autres associations mathématiques, et, de plus, des communications relatives aux Ecoles supérieures en tant qu'elles intéressent les mathématiques pures ou appliquées. Comme rédacteur on choisit M. le professeur D<sup>r</sup> GUTZMER, auquel on témoigna en même temps les remerciements de l'Assemblée, pour les services éminents qu'il avait rendus pendant sept années comme secrétaire-caissier de l'association. Quant à la partie financière de la Société, l'offre de la maison Teubner à Leipzig de se charger dorénavant de la caisse fut acceptée avec reconnaissance. M. le professeur D<sup>r</sup> HEINRICH WEBER (Strasbourg) fut élu comme membre du Bureau, en remplacement de M. le professeur D<sup>r</sup> Hilbert, sortant de charge.

La prochaine réunion annuelle aura lieu à *Karlsbad*.

Cette partie administrative fut suivie d'une séance scientifique (*la cinquième*) présidée par M. le professeur D<sup>r</sup> F. KLEIN (Göttingue).

La première communication fut faite par M. le professeur D<sup>r</sup> F. SCHILLING (Göttingue). Après avoir rappelé sa première série de modèles, relatifs à la génération des courbes cycloïdales, il présenta de *nouveaux modèles cinématiques pour la théorie des engrenages et fit ressortir leur liaison avec la théorie des transformations de contact*. Ces modèles se répartissent en trois classes suivant le mode de génération.

M. le professeur D<sup>r</sup> HAUCK (Charlottenbourg) a ensuite parlé sur

*les relations entre trois projections parallèles d'un système de l'espace.* Dans chacun des trois plans sont donnés deux faisceaux de rayons parallèles, auxquels on donne le nom de *faisceaux centraux* (*Kernstrahlenbüschel*). L'auteur envisage alors deux de ces faisceaux situées dans des plans différents et qu'il désigne sous le nom de *faisceaux opposés*.

Il en déduit une correspondance entre les points des trois plans telle que trois points coordonnés sont reliés entre eux par la triple condition que chaque fois deux d'entre eux doivent être situés sur les rayons correspondants des faisceaux centraux s'y rapportant ; il obtient ainsi une affinité *parallèle-projective-trilinéaire*, qui est déterminée par deux systèmes de trois points de points coordonnés et les deux directions centrales de chaque plan. Trois systèmes d'une pareille affinité peuvent toujours être *orientés* de façon qu'ils se présentent comme projections parallèles du même système de l'espace. Chaque couple de faisceaux centraux opposés est placé alors en perspective. Les trois intersections des plans appelés centraux représentent les rayons projetants et se rencontrent au point objectif. Les rayons projetants de même espèce sont parallèles entre eux.

L'affinité peut aussi être déterminée par quatre systèmes de trois points coordonnés, quand ils sont choisis avec la restriction, que dans aucun système les quatre points ne soient tous placés en ligne droite ou que trois points ne tombent ensemble ; car de ces quatre systèmes de trois points on peut déterminer les directions centrales en remarquant que chaque fois deux droites coordonnées sont coupées dans des séries semblables de points par les faisceaux centraux.

Les trois axes de perspective ne se coupent au même point que lorsque les trois systèmes sont placés de telle façon qu'un triple de points coordonnés se réduit à un seul point. On obtient alors une *orientation plane*.

Une pareille orientation fournit un moyen de construction important qui rappelle la méthode axonométrique. Pour terminer l'on mentionna la détermination de l'affinité par les trois « rapports des faisceaux centraux » et les trois « angles centraux », par quoi l'on arrive à la conception de l'affinité « supplémentaire ». Par la fixation des rapports entre les six éléments de détermination on arrive à une grande richesse de formes de l'affinité parallèle-projective-trilinéaire. Les espèces usuelles de projection de la Géométrie descriptive sont surtout caractérisées par des rapports très simples.

M. le professeur D<sup>r</sup> ADLER (Prague) *traite ensuite de la représentation sphérique et de son importance pour la Géométrie descriptive.* La représentation sphérique peut être facilement étudiée pour beaucoup de surfaces, surtout pour celles du 2<sup>e</sup> degré, et cela synthétiquement. En envisageant la surface polaire d'une surface par rapport à la sphère de rayon un, on obtient ainsi une correspondance par points.

En projetant les points de la surface polaire depuis le centre de la sphère sur sa surface, on obtient l'image sphérique de la surface pri-

mitive. C'est sur cette base qu'on peut démontrer alors le théorème que les images sphériques des lignes de courbure d'une surface du 2<sup>e</sup> degré sont des coniques homofocales. De plus les images sphériques des « isophotes » (lignes d'égale teinte) d'une surface quelconque avec un éclairage à rayons parallèles sont aussi des isophotes de la sphère avec le même éclairage. C'est sur ces théorèmes que repose l'importance de la représentation sphérique pour la Géométrie descriptive ; il y a cependant en cela une certaine difficulté, car il faut toujours trouver une construction permettant de passer aussi simplement que possible des points de la surface primitive à leur image sphérique, et inversement. Cette construction réussit d'une façon satisfaisante dans le cas des surfaces du 2<sup>e</sup> degré.

Ensuite M. le professeur D<sup>r</sup> E. MÜLLER (Königsberg) montra, qu'à l'aide de la notion de couple de points orientés, il est possible *d'établir pour la projectivité sur une droite des théorèmes analogues à ceux de Lie dans la Géométrie de la sphère.*

M. le professeur D<sup>r</sup> LONDON (Breslau) communique ses recherches sur une *espèce particulière de suite convergente de points*. Après avoir indiqué la définition de la notion de la suite convergente de points, il examina d'abord une construction du point de convergence, il est vrai seulement approximative, mais le degré d'approximation pouvant être donné à volonté. On est amené à des conséquences appropriées à des buts de construction, si l'on rapporte les points d'une droite d'une façon projective et si l'on construit relativement à un point de départ le point correspondant, et à celui-ci encore le correspondant, et ainsi de suite.

Dans le cas où le rapport projectif a des points doubles réels et n'est pas en involution, une pareille suite d'itération converge vers un des points doubles, tandis que la suite fournie par la projectivité inverse converge vers l'autre point double. Dans le cas de points doubles non réels, les points de la suite d'itération remplissent la droite partout d'une façon continue. Des rapports analogues subsistent pour des relations projectives dans les espaces à 2, 3, ... dimensions.

M. le professeur D<sup>r</sup> HILBERT (Göttingue) parla de *quelques dissertations mathématiques récentes* faites par ses élèves et traitant de questions de la théorie des nombres, du calcul des variations et de Géométrie. Dans ce dernier domaine doivent être signalés les travaux de MM. BOY, ZOLL et HAMEL. La dissertation de M. Boy traite de la topologie des surfaces exemptes de singularités. Elle montre qu'effectivement il existe une surface exempte de singularités qui, par rapport au plan projectif, joue le même rôle dans le problème de la représentation conforme que la sphère par rapport au plan de la variable complexe. M. Hilbert présenta même le modèle d'une pareille surface.

D'autre part, M. Zoll traite de même avec succès les surfaces à lignes géodésiques fermées.

Le travail de M. Hamel a pour objet les différentes géométries obte-

nues en conservant tous les axiomes à l'exception de celui des triangles congruents, et pour lesquelles la détermination de la mesure est telle que la droite est le plus court chemin. Précédemment déjà deux manières de traiter de telle sorte la Géométrie avaient été trouvées par M. MINKOWSKI et Hilbert lui-même. M. Hamel prouve qu'il y a encore d'autres manières d'envisager les géométries de cette espèce.

Vint enfin une communication de M. le D<sup>r</sup> ZERMELO (Göttingue) : *sur la théorie des lignes minima*. Dans le problème des « plus courtes lignes », il faut distinguer entre « les plus courtes » et « les plus courtes de toutes », selon que dans la variation on se restreint aux courbes voisines, ou qu'on ne le fait pas. La ligne géodésique est « la plus courte » jusqu'au premier point de tangence avec « l'enveloppe » du point initial, mais cesse déjà avant d'être « la plus courte de toutes », et cela au point de section avec « la courbe dite celle de double distance », où deux lignes les plus courtes d'égale longueur se coupent. Les plus courtes lignes à l'intérieur d'une portion limitée de surface plane formant une surface simple sont des courbes qui se composent de lignes droites et de parties concaves de la courbe du contour. Les plus courtes lignes partant d'un point initial remplissent la surface en formant un éventail et ne se coupent jamais une seconde fois. Pour finir le rapporteur parla du problème important du tracé des routes de montagnes suivant les lignes « les plus courtes » dont la pente à une limite donnée.

M. le professeur D<sup>r</sup> KLEIN clôtura cette assemblée annuelle en prononçant des paroles pleines de cordialité et de remerciements à l'adresse de MM. les membres du Comité local pour tous les soins qu'ils ont bien voulu apporter à la réussite de cette réunion.

D<sup>r</sup> J. SCHRÖDER (Hambourg).

### La faillite de l'éducation scientifique.

Notre éminent ami M. Louis Olivier, dans la *Revue générale des Sciences*, dont il est le directeur, a publié (n<sup>o</sup> du 30 octobre 1901), à propos de l'enseignement de la Botanique, un article excellent dont nous avons plaisir à détacher le passage que voici :

« On a parlé de la faillite de la Science ; c'était une bêtise ; mais ne « semble-t-il pas que nous marchions, tête baissée, vers la faillite de « notre éducation scientifique ?

« Bien lourde est la tâche des professeurs de l'enseignement secon- « daire, obligés de se tirer d'affaire dans un cadre aussi restreint, en « accommodant leur rôle d'éducateurs aux exigences du mécanisme « administratif. »

Cette observation si juste s'applique à merveille à la question qui nous préoccupe plus particulièrement, celle de l'éducation mathématique. Là encore, là surtout, particulièrement en France, le mal est

grand, le danger manifeste, et il ne reste plus guère de faute à commettre.

C'est dans ce qu'on appelle ici l'enseignement secondaire que le péril se fait surtout sentir. Si l'on ne veut pas comprendre que l'éducation scientifique ne connaît pas ces catégories artificielles d'enseignement secondaire, primaire, etc. ; si l'on ne renonce pas à une centralisation outrancière, dont les résultats sont désastreux ; si l'on ne donne pas aux professeurs une large liberté d'allures, au lieu de réfréner une initiative qu'on devrait provoquer par tous les moyens ; si l'on ne cherche pas à mettre de la vie dans l'enseignement, à faire appel à la spontanéité de l'intelligence et non à la mémoire ; il ne se passera pas un quart de siècle avant que la culture scientifique de la jeunesse tombe dans un état de lamentable décadence. On pourra préparer encore à des concours et faire apprendre des programmes ; mais les générations à venir perdront la haute compréhension de la Science.

C.-A. L.

### Directions générales concernant les études mathématiques à l'Université de Genève.

*NOTE DE LA RÉDACTION. — Dans la plupart des universités où, comme à Genève, l'élément étranger forme la majorité des étudiants, des guides du genre de celui-ci peuvent rendre de grands services. Nous croyons, en effet, que pour l'étudiant qui n'a pas l'avantage d'être entouré de personnes compétentes, le programme pur et simple des cours universitaires est insuffisant. Pour les mathématiques plus que pour toute autre branche, il est indispensable que l'étudiant soit guidé dans le choix des cours, et il est désirable que les professeurs fassent connaître leur avis sans attendre qu'on vienne les consulter à ce sujet.*

*Ces directions générales ont été distribuées à l'auditoire de mathématiques au commencement de ce semestre d'hiver.*

1. Nous croyons utile de fournir aux étudiants qui désirent aborder l'étude des mathématiques supérieures, quelques directions générales quant au choix et à la répartition des cours qui leur sont destinés. Il ne s'agit pas d'un plan d'études ayant un caractère obligatoire ; les étudiants peuvent toujours choisir librement, parmi les cours de la Faculté, ceux qui conviennent le mieux à leurs aptitudes et au but qu'ils poursuivent. Toutefois, dans une première étude des éléments des mathématiques supérieures, il est indispensable de suivre un ordre déterminé et, c'est faute d'avoir consulté leurs professeurs au sujet de leur plan d'études que bien des étudiants n'ont pas su tirer de l'enseignement mathématique tout le profit qu'ils espéraient y trouver.

Il ne serait d'ailleurs guère possible d'élaborer un plan d'études pouvant s'adapter à la fois à l'ensemble des étudiants qui fréquentent les cours de mathématiques. La préparation et le but poursuivi varient souvent d'un étudiant à un autre.

Nous restons donc toujours à la disposition de ceux qui ne trouveraient pas ici les conseils dont ils ont besoin.

2. Pour suivre avec fruit les cours universitaires, il est indispensable de posséder l'ensemble des notions fondamentales de mathématiques que l'on enseigne dans les collèges et les gymnases, à savoir : l'Algèbre élémentaire, les éléments de Géométrie, la Trigonométrie plane et sphérique, et les éléments de Géométrie analytique à deux dimensions. (Consulter, à ce sujet, les programmes du Gymnase de Genève.) L'étudiant doit posséder non seulement des notions précises sur ces éléments, mais il doit, de plus, être rompu aux calculs arithmétiques et algébriques. Il est facile à chacun de se rendre compte des lacunes qui subsistent dans sa préparation et de les combler, soit pendant les vacances, soit encore pendant la première année universitaire.

3. Les cours de mathématiques pures et appliquées qui figurent dans les programmes de la Faculté se répartissent en cours *généraux*, donnés par les professeurs ordinaires, et en cours *spéciaux*, donnés par les professeurs ou les privat-docents. Les cours de cette seconde catégorie sont destinés soit aux commençants, soit aux étudiants plus avancés ; leur objet peut varier d'un semestre à un autre. Nous n'envisagerons ici que les cours généraux. Ce sont les suivants : **Algèbre**, **Géométrie analytique** (semestre d'hiver), **Géométrie descriptive et projective** (semestre d'été), **Calcul différentiel et intégral**, **Mécanique rationnelle** et **Astronomie**, avec les branches qui s'y rattachent.

Nous ne conseillerions à personne de suivre à la fois l'ensemble de ces cours, d'autant plus que la plupart des étudiants sont appelés à assister, en outre, à certains cours appartenant aux sciences physiques ou chimiques. Pour être faite d'une manière rationnelle, *l'étude des éléments des mathématiques supérieures doit être répartie sur une période de deux ans.*

La première année doit être consacrée à l'**Algèbre** <sup>(1)</sup> et à la **Géométrie** <sup>(2)</sup>, qui constituent une première initiation aux mathématiques supérieures. Ces deux cours figurent encore dans les programmes et règlements d'examens sous la dénomination incorrecte de « mathématiques spéciales. » Chacun de ces cours comprend trois heures pendant toute l'année (théorie, 2 heures ; exercices, 1 heure). Seuls les étudiants sortis en très bon rang de la section technique du Gymnase, ou ayant une préparation équivalente, peuvent éventuellement, suivre en même temps les leçons de Calcul différentiel et intégral.

Le **Calcul différentiel et intégral** et la **Mécanique ration-**

(1) Le programme d'Algèbre comprend, entre autres, les théories suivantes : Déterminants ; dérivées et intégrales définies ; séries ; théorie générale des équations.

(2) Géométrie analytique à deux et à trois dimensions ; Géométrie descriptive et projective.

**nelle** font l'objet de la seconde année d'études. Il est affecté à chacune de ces branches cinq heures par semaine (théorie, 3 heures; exercices, 2 heures).

Relativement à l'**Astronomie** et aux branches rattachées à cette science, nous faisons les remarques suivantes :

Le cours de Géographie physique qui traite des questions générales de morphologie et d'océanographie, et plus spécialement de météorologie est un cours qu'il sera bon de suivre pendant la première année.

Quant aux cours d'Astronomie, leur cycle a toujours été de deux ans. Il ne sera rien changé à cette organisation pour le moment, mais le professeur se met à la disposition des étudiants pour leur fournir tous les renseignements qu'ils pourraient désirer.

Une fois en possession des notions fondamentales, l'étudiant peut se livrer sans difficulté à une étude approfondie de quelques-unes des branches des mathématiques supérieures. Il aura l'occasion de se familiariser avec les parties les plus élevées de la science en prenant part aux *conférences* et en suivant les *cours spéciaux*.

Ces conférences, faites au début du semestre par le professeur, puis à tour de rôle, par les étudiants, poursuivent un double but; ayant pour objet l'étude des principes fondamentaux de telle ou telle branche des mathématiques supérieures, pures ou appliquées, elles fournissent aux étudiants l'occasion de s'initier aux travaux de recherches.

Dès ce moment, le travail personnel, accompagnant la lecture des ouvrages classiques, doit prendre la place prépondérante. A cet effet, les étudiants trouveront, soit à la *Bibliothèque mathématique de l'Université*, soit à la *Bibliothèque publique*, la plupart des ouvrages et revues dont ils pourront avoir besoin.

4. A côté de ces branches qui forment le bagage indispensable à tous ceux qui s'engagent dans le domaine des sciences mathématiques, physiques ou chimiques, l'étudiant ne doit pas perdre de vue le développement de sa *culture générale*. A cet effet, nous l'engageons à suivre régulièrement, dès la seconde année si possible, au moins un cours de la *Faculté des Lettres et des Sciences sociales*. Il ne doit pas oublier que la culture universitaire ne comprend pas seulement l'étude approfondie de tel ou tel domaine de la science, mais, de plus, des vues générales sur l'ensemble des connaissances humaines.

En première ligne, nous devons signaler la *Philosophie* et, de plus, pour ceux qui se destinent à l'enseignement, la *Pédagogie*.

5. Il nous paraît indispensable de faire suivre ces conseils relatifs au choix des cours de quelques conseils sur *la méthode de travail*. Le développement de l'esprit mathématique ne peut se faire d'une façon rationnelle que si l'étudiant fait preuve de volonté, de persévérance et d'initiative dans le travail. L'acquisition des connaissances mathématiques exige un effort constant. Une fréquentation régulière, non seulement des

cours, mais aussi des leçons d'exercices est indispensable. Les notes prises au cours seront aussi brèves que possible; elles devront toujours être revues et développées à la maison, le jour même si possible. Pour ceux des étudiants qui font des mathématiques leur principal objet d'étude, ces notes devront souvent être complétées à l'aide des traités classiques. Dans tous les cas, il s'agit, non pas d'accumuler des notes et de se livrer à un simple travail de rédaction au point de vue du soin et de l'ordre dans le texte, mais avant tout d'un *travail d'assimilation*. C'est à ce moment-là que l'étudiant se rendra compte s'il a compris l'enchaînement des idées et la méthode employée dans la démonstration. S'il reste des points obscurs, il s'efforcera de les faire disparaître, et, en cas d'insuccès, il s'adressera le lendemain, soit à un camarade, soit à son professeur qui sera toujours heureux qu'on lui signale les passages pouvant offrir quelque difficulté.

De plus, il est indispensable qu'à la fin de chaque chapitre l'étudiant se livre à un *travail de revision* qui lui permettra de se rendre compte d'une façon précise des idées directrices auxquelles on a eu recours, et qui, étendu à un ensemble de chapitres, lui donnera une vue générale sur les questions développées et sur les liens qui peuvent exister entre elles. Ce travail de revision devra être repris et développé pendant les vacances; il devra être accompagné de nombreux exercices. La résolution de quelques problèmes permet souvent mieux que toute revision de constater les lacunes qui restent à combler.

Les cours universitaires ne fournissent pas un exposé dogmatique de la branche traitée; d'ailleurs, le temps accordé aux diverses théories ne le permettrait pas. Ils doivent être envisagés comme un simple guide et comme un stimulant pour l'étude personnelle. Ceux qui poursuivront les études mathématiques, en fréquentant les conférences et les cours spéciaux, se feront peu à peu une idée générale de l'ensemble des sciences exactes; ils seront mis à même de suivre le développement de la science dans le domaine auquel ils se sont plus spécialement consacrés et, plus tard, pourront à leur tour contribuer à ses progrès.

C. CAILLER, H. FEHR, R. GAUTIER.

Octobre 1901.

### Congrès international d'Histoire des sciences.

Le prochain congrès international des sciences historiques aura lieu à Rome en avril 1902. Il a été prévu une section (la 14<sup>e</sup>), spécialement réservée aux *sciences mathématiques, physiques et naturelles*. Elle sera présidée par M. V. CERRUTI. M. FAVARO présidera la sous-section consacrée à l'histoire des sciences mathématiques et physiques.