

notion de polynôme identiquement nul.

Autor(en): **Goulard**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ces déterminants sert à démontrer la formule $\sigma(x + \varepsilon) - \sigma(x) = \varepsilon \sigma'(x + \theta\varepsilon)$; le deuxième, la formule $\sigma(x + \varepsilon) - \sigma(x) = \varepsilon \sigma'(x) + \frac{\varepsilon^2}{2!} \sigma''(x + \theta\varepsilon)$, etc.

2° Quant à l'invraisemblance de pouvoir trouver la formule (β), j'observe que, dans l'enseignement, on ne la trouve pas tout de suite, comme par un saut, mais on commence bien par la fonction (α), en poursuivant *de proche en proche*, jusqu'à ce que l'étudiant perçoive la loi de formation; d'ailleurs, cette loi lui est déjà connue par l'Algèbre, par le développement de l'accroissement des polynômes entiers.

3° Quant à l'objection de M. Suppautschitsch que l'expression $\Gamma \equiv \sigma(x + \varepsilon) - \sigma(x) - \frac{\varepsilon}{1} \sigma'(x) - \dots - \frac{\varepsilon^n}{n!} \sigma^{(n)}(x)$ ne reste pas constante dans la différentiation par rapport à ω , je crois qu'elle est sans fondement, car l'on voit sans peine que Γ est indépendant de ω .

La démonstration de M. Suppautschitsch est plus directe que la mienne; mais il reste (du moins à moi) le scrupule de savoir comment, dans la différentiation par rapport à h , les $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ restent constants, puisque, en plus, la formule $f(x + h) - f(x) = hf'(x + \theta_1 h)$ montre que θ_1 dépend bien aussi de h . Du reste, θ_1 n'est pas, sans doute, nécessairement égal toujours à $\frac{1}{2}$ dans cette même formule; et cependant M. Suppautschitsch trouve $\theta_1 = \frac{1}{2}$. J.-N. HATZIDAKIS (Athènes).

L'article de M. SUPPAUTSCHITSCH *sur la démonstration du théorème de Taylor* (*l'Ens. math.*, 3^e année, n^o 5) m'a intéressé parce que, autrefois, j'ai cherché en vain une démonstration dans cette voie-là. Mais M. S..., n'a pas réussi mieux que moi. En effet, il traite, en différentiant, comme constantes les quantités $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, tandis qu'elles sont fonction de h .

Il me semble qu'on n'a pas le droit d'appliquer le nom de *théorème de Rolle* à l'équation $f(x + h) - f(x) = f'(x + \theta h)$. Le théorème donné par Rolle ne concerne qu'un cas spécial, celui de $f(x + h) = f(x)$; voir par exemple, CANTOR, *Vorls.*, t. III, p. 118 (de la 1^{re} édition). Le théorème général a-t-il été énoncé avant Lagrange?

H. BURKHARDT (Zurich).

La notion de polynôme identiquement nul.

On lit dans la plupart des Traités d'Algèbre :

Lorsqu'un polynôme entier en x, de degré m, s'annule pour plus de m valeurs distinctes de x, il est identiquement nul.

Cet énoncé m'a toujours paru des plus bizarres ; car, si le polynôme est identiquement nul, comment peut-il être de degré m ?

Je trouve, dans un Traité des plus estimés, l'énoncé suivant, où l'antinomie est encore plus frappante :

Un polynôme identiquement nul, ou, d'après le théorème précédent, un polynôme qui s'annule pour un nombre de valeurs de sa variable supérieur à son degré, a ses coefficients nuls.

On me dira, je le sais, que l'expression

$$b - c) (x - a)^2 + (c - a) (x - b)^2 + (a - b) (x - c)^2 + (b - c) (c - a) (a - b)$$

est du 2^e degré. Pourtant, si on y regarde bien, cela n'est pas exact.

Je suis certain que beaucoup de mes collègues ont fait la même observation, et je voudrais savoir dès lors comment ils énoncent la proposition. Car il faut bien que nos élèves sachent que l'expression précédente, s'annulant pour les trois valeurs $x = a$, $x = b$, $x = c$, est identiquement nulle.

Je vous serais très obligé d'en parler aux lecteurs de l'*Ens. Math.*

GOULARD (Marseille).

Questions et remarques diverses.

12. — Quelques auteurs introduisent la dénomination de *nombre algébrique* déjà dans les premiers éléments d'Algèbre, après avoir défini les nombres négatifs. Ils emploient ce terme dans le sens de nombre *réel* ; et ils introduisent à cet effet la considération de longueurs quelconques portées sur une droite indéfinie en tenant compte du fait que ces longueurs peuvent être parcourues par un mobile en deux sens différents.

Plus tard, en Algèbre supérieure, l'étudiant rencontre la dénomination de *nombre algébrique* dans un autre sens, sans qu'il s'agisse d'une généralisation de la première notion. Il y a à la fois extension et restriction : extension par ce fait qu'on introduit la notion de nombre complexe ; restriction, puisqu'on exclut les nombres irrationnels *transcendants*.

Pour éviter les inconvénients que présente cet emploi d'un même terme dans deux sens différents, on pourrait renoncer simplement à s'en servir dans les éléments, sans même introduire un nouveau terme.

H. FEHR.
