Sur la formule de Binet.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1902)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

l'on aura

$$X = a(\omega - \sin\omega), \qquad Y = a(1 + \cos\omega).$$

C. q. f. d.

N.-J. Hatzidakis (Athènes).

Sur la formule de Binet.

La formule de Binet

$$F = \frac{c^2}{\rho^2}\left(\frac{1}{\rho} + \frac{d^2\frac{1}{\rho}}{d\theta^2}\right)$$

se trouve ordinairement démontrée dans les Traités soit *indirectement* (c'est-à-dire *après* avoir trouvé la formule

$$v^2 = c^2\left[\frac{1}{\rho^2} + \left(\frac{d\frac{1}{\rho}}{d\theta}\right)^2\right]$$

que l'on différentie), soit en égalant à zéro la composante de l'accélération suivant la perpendiculaire au rayon vecteur; cela est direct, mais assez long, parce qu'il faut trouver d'abord les deux composantes de l'accélération. Le moyen suivant est direct et assez court : on a

$$\frac{X}{x} = -\frac{D}{\rho},$$

ou

$$\frac{x''}{x} = -\frac{F}{\rho},$$

ou encore

$$\frac{x''}{\cos\theta} = -F.$$

Calculons x'' et ayons égard à la relation

$$\theta' = \frac{c}{\rho^2} : x' = \rho'\cos\theta - \rho\sin\theta.\theta = \frac{d\rho}{d\theta}\cos\theta\,\frac{c}{\rho^2} - \rho\sin\theta\,\frac{c}{\rho^2}$$

$$= -c\frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{d\theta}\cos\theta - c\frac{\sin\theta}{\rho}; \quad x'' = +c\sin\theta\,\frac{c}{\rho^2} - \cos\theta\,\frac{d^2\left(\frac{1}{\rho}\right)}{d\theta^2}\,\frac{c}{\rho^2}$$

$$-\frac{c}{\rho}\cos\theta\,\frac{c}{\rho^2} - c\sin\,\frac{c}{\rho^2} = -\frac{c^2}{\rho^2}\cos\theta\left[\frac{1}{\rho} + \frac{d^2\left(\frac{1}{\rho}\right)}{d\theta^2}\right],$$

d'où, en remplaçant :

$$F = \frac{c^2}{\rho^2}\left[\frac{1}{\rho} + \frac{d^2\left(\frac{1}{\rho}\right)}{d\theta^2}\right]. \quad \text{c. q. f. d.}$$

On peut évidemment aussi partir de la formule

$$\frac{Y}{y} = -\frac{D}{\rho}.$$

N.-I. Hatzidakis (Athènes).

A propos de la note de M. Berdellé : Sur une question de terminologie.

M. Berdellé propose (E. M., 15 nov. 1901), pour les Allemands, les termes : *aequivalent*, *Aequivalenz*, ou bien *wertgleich* (*gleichgeltend*), *Wertgleichheit* (*Gleichgeltung*), pour la traduction du sens *équivalent* (*figures équivalentes*) en français. Les mots les plus convenables et qui du reste sont *déjà* en usage (Voir D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, p. 40) sont : *Flächengleich* (*Flächengleichheit*), ou bien *inhaltsgleich* (*Inhaltsgleichheit*). (M. Hilbert y considère *flächengleich* « comme un peu plus étroit que *inhaltsgleich* », mais c'est une nuance de différence dont il n'est pas question ici).

N.-I. Hatzidakis (Athènes).

Sur une simplification de démonstration.

On trouve, au Livre II de tous les Traités de Géométrie, les propriétés suivantes : 1° la droite de Simson d'un point M du cercle circonscrit à un triangle ABC, dont l'orthocentre est H, passe par le milieu du segment MH ; 2° les cercles circonscrits aux quatre triangles résultant des quatre droites données ont un point commun P, qui a même droite de Simson p par rapport aux quatre triangles.

Mais une autre propriété importante du quadrilatère est celle-ci : *Les orthocentres des quatre triangles sont en ligne droite.* Cette propriété est toujours rejetée au Livre III, et même fort loin dans le Livre III. Catalan, dans ses Théorèmes et Problèmes de géométrie élémentaire, en donne une démonstration compliquée, qui exige la connaissance des propriétés du quadrilatère complet, des axes radicaux, etc. MM. Rouché et de Comberousse, dans leur Traité, en font l'objet du dernier (n° 372) de tous les exercices proposés, non sur le Livre III lui-même, mais sur