BIBLIOGRAPHIE

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1903)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

BIBLIOGRAPHIE

A.-R. Forsyth. — **A Treatise on Differential Equations**. Third Edition, 1 vol. relié, 511 pages ; Macmillan et C^ie, Londres, 1903.

Nous signalons à nos lecteurs cette nouvelle édition du *Treatise on Differential Equations* de M. Forsyth. Ce traité appartient depuis longtemps à la catégorie des ouvrages classiques sur les éléments de la théorie des équations différentielles, et c'est à ce titre qu'il a été traduit en allemand (en 1889) et récemment en italien. Il n'y a donc pas lieu de donner une analyse de ce livre ; il suffira de signaler simplement en quoi cette troisième édition, revue et augmentée, diffère de la précédente.

Les principaux changements portent sur l'étude de l'équation de Riccati, sur la discussion des conditions d'intégrabilité d'une équation aux différentielles otales, et sur la démonstration du théorème fondamental relatif à l'intégrale d'une équation linéaire aux dérivées partielles du premier ordre de Lagrange.

D'autre part, l'auteur a ajouté un court aperçu de la méthode de Runge pour la résolution numérique d'équations différentielles du premier ordre et de la théorie des multiplicateurs de Jacobi ; il signale également la méthode de Frobenius pour la résolution des équations linéaires à l'aide de séries. Ajoutons pour terminer, que le nombre des problèmes et exercices a été considérablement augmenté. H. F.

E. Goursat. — **Cours d'Analyse Mathématique**, t. I. — 1 vol. gr. in-8° ; prix : 20 francs ; Paris, Gauthier-Villars, 1902.

L'ouvrage de M. Goursat est le résumé de son cours de la Faculté des Sciences ; le premier volume contient l'étude des fonctions de variables réelles sauf la théorie des équations différentielles reportée au deuxième volume et la théorie des incommensurables exposée dans les livres d'Algèbre.

Tout au long du premier volume on retrouvera le désir exprimé par l'auteur de rester élémentaire dans son exposition, précise et claire mais éloignée cependant d'une « généralité superflue dans un livre d'enseignement ». On remarquera non moins l'abondance des matières traitées dans ce livre, leur adaptation aux nécessités d'un enseignement de plus en plus riche et pénétrant, et le souci constant de M. Goursat d'éclairer une théorie abstraite par un exemple concret, géométrique s'il est possible.

Nous ne pouvons que citer les théories sur lesquelles l'auteur a particulièrement insisté et les questions qui semblent émerger du fond moyen des cours de licence.

La notation différentielle est introduite dès les premières questions par suite « des avantages qu'on y trouve pour la symétrie et la généralité dans les formules ».

Parmi les premières questions étudiées, les fonctions implicites et les déterminants fonctionnels se résument dans le théorème suivant :

« Soient $u_1, u_2, \ldots u_n$, n fonctions de n variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots x_n$. Pour qu'il existe entre ces n fonctions une relation ne renfermant pas les variables $x_1, x_2, \ldots x_n$, il faut et il suffit que le déterminant fonctionnel correspondant soit identiquement nul ».

L'auteur appelle l'attention de l'étudiant sur la grande importance de cette proposition en Analyse et montre comment on peut en tirer le théorème fondamental des logarithmes.

A propos des changements de variables quelques pages sont consacrées aux transformations des courbes planes et aux transformations de contact ; à citer ici les exemples de Legendre et d'Ampère.

Les notions de limite inférieure et supérieure d'un ensemble de nombres ainsi que la notion d'oscillation précèdent la méthode de Riemann dans la recherche de la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction soit intégrable dans un intervalle : une fonction continue satisfait à une telle condition.

Successivement nous voyons comme applications des intégrales : la démonstration de la transcendance du nombre e par la méthode de M. Hermite et l'esquisse des intégrales curvilignes; puis quelques aperçus des intégrales abéliennes et des courbes unicursales. Après l'exposé des intégrales elliptiques, suivent l'intégration double avec la formule de Green et l'exposition du changement de variables ; ces théories s'achèvent par des compléments sur les intégrales de surface, les formules de Stokes et les intégrales eulériennes; la théorie des intégrales multiples se ramène d'ailleurs facilement à celle des intégrales doubles par des transformations successives.

Dans l'intégration des différentielles totales d'une importance si considérable en Physique mathématique, les périodes sont abordées en quelques lignes faciles à lire.

Depuis la représentation et la définition des fonctions analytiques par des séries de Taylor, les séries ont acquis une importance considérable et même fondamentale dans les questions les plus abstraites de l'Analyse, alors qu'auparavant leur rôle se réduisait presque à n'être qu'une méthode de calcul. La théorie des séries entières et des fonctions représentées par une série de Maclaurin semble être un sujet de la plus grande importance pour les futurs mathématiciens; qu'il s'agisse de la croissance des fonctions ou de leurs points singuliers lorsqu'elles sont uniquement connues par une série de Maclaurin ou définies par une équation différentielle, on trouve là tout un ensemble de questions difficiles dont la résolution partielle a permis d'approfondir les concepts de fonction et de nombre ; les travaux qui s'y rapportent constituent actuellement une grande partie de l'Analyse pure.

L'auteur s'y arrête longtemps.

Il rappelle les règles de convergence : la règle de Cauchy étant plus générale que celle de d'Alembert. Les critères logarithmiques permettent de se figurer une échelle de convergence et de divergence ; ils se rattachent aussi à l'une des questions les plus étudiées à l'heure actuelle : la croissance des fonctions ; ils sont suivis de la multiplication des séries et de la théorie des séries multiples où se présente la généralisation du théorème de Cauchy ramenant la convergence d'une série à l'existence d'une intégrale double.

La représentation des fonctions par des séries commence avec la notion de convergence uniforme. La continuité d'une fonction entière et la formation de ses dérivées successives se présentent ensuite.

L'introduction des fonctions majorantes permet de grouper autour d'une idée simple un grand nombre de questions, comme la substitution d'une série entière dans une autre, la division des séries entières et la théorie des fonctions implicites avec la décomposition d'une fonction de deux variables en un produit de deux facteurs d'après Weierstrass ; cette décomposition est intéressante au double titre historique et formel car c'est l'une des premières propositions générales obtenues dans la théorie des fonctions de plusieurs variables. L'étude des fonctions implicites définies par un système d'équations est résumée dans un théorème général dont la démonstration n'est faite que sur un cas particulier.

Le développement des fonctions arbitraires en séries trigonométriques et des fonctions continues en séries de polynômes met en évidence divers modes, plus généraux, de représentation des fonctions soumises dans un intervalle donné à moins de restrictions que les fonctions développables en séries de Taylor; celles-ci doivent avoir des dérivées alors qu'une fonction continue peut ne pas en avoir comme le montre l'exemple de Weiertrass avec lequel M. Goursat finit la partie purement analytique de son premier volume.

Les trois derniers Chapitres présentent les applications géométriques de l'Analyse qui précède.

La notion de courbure est rapidement introduite.

A la théorie des enveloppes et des surfaces développables succède l'exposé détaillé de la courbure et de la torsion avec leur application aux hélices et aux courbes de M. Bertrand.

La théorie des surfaces profite largement de l'aide des simplifications géométriques ; les calculs effectués permettent souvent l'expression facile des éléments et des conditions en coordonnees curvilignes ; c'est ainsi que les équations des lignes asymptotiques et des lignes de courbures sont obtenues avec des exemples simples d'application.

Les lignes de courbure donnent lieu à la démonstration des formules d'Olinde Rodrigues, des théorèmes de Joachimsthal et de Dupin suivis de leurs applications aux lignes planes et sphériques qui sont lignes de courbure, aux surfaces homofocales du second degré ainsi qu'à la transformation par rayons vecteurs réciproques.

Par la généralisation des surfaces réglées, les congruences et les complexes sont amenés naturellement et constituent une introduction à la génération rectiligne de l'espace. Parmi les systèmes de droites les plus intéressants, la congruence des rayons lumineux normaux à une surface conserve sa propriété après un nombre quelconque de réfractions.

A la fin des chapitres sont indiqués des problèmes : énoncés de licence ou propositions tirées des travaux de Laplace, Euler, Jacobi, Halphen, Hermite, Painlevé, Darboux... ; la résolution de ces dernières propositions constituerait un acheminement vers les véritables recherches scientifiques.

L. Desaint (Paris).

Ernesto Pascal, Professore ordinario nella R. Universita di Pavia. **I gruppi continui di trasformazioni** (Parte generale della teoria). Un vol. 358 p. (Manuali Hœpli). Prix : 3 fr. 00; Ulrico Hœpli, Milano, 1903.

La théorie des groupes continus de transformations, due au génie de Sophus Lie, ne constitue pas seulement une théorie de la plus grande élégance: ses nombreuses applications dans les branches les plus diverses de la science mathématique autorisent toutes les espérances.

Les relations qu'elle a créées entre des domaines sans connexion apparente, les méthodes générales qu'elle a introduites dans l'intégration des équations différentielles ordinaires, l'harmonie qu'elle a déjà apportée dans la théorie des équations aux dérivées partielles, les points de vue admirablement généraux et féconds dont elle a doté la géométrie, la clarté qu'elle est venue jeter sur la question des principes de cette dernière science, tout concourt à lui faire, dans l'Analyse mathématique, une place des plus importantes, qui ne peut qu'aller en s'élargissant.

L'œuvre de Sophus Lie est contenue dans des mémoires publiés à mesure de sa création, à partir de l'année 1873, pour la plupart à Christiania.

Elle se trouve systématiquement exposée dans une série d'ouvrages, comprenant au moins sept gros volumes gr. in-8° et dûs à la collaboration de Sophus Lie et de MM. Engel et Scheffers, et édités par la maison Teubner à Leipzig.

Comme le dit Sophus Lie lui-même, la structure de cette œuvre se ressent du souci de présenter ces choses nouvelles dans leur imposante généralité, de ne pas abandonner un sujet avant d'en avoir épuisé tous les points de vue, de ne pas manquer de signaler les nombreuses ramifications qui se détachent vers les autres branches des mathématiques.

On conçoit qu'une telle œuvre ne s'adresse guère aux étudiants.

Il existait là une lacune : elle est désormais comblée de la manière la plus heureuse par l'ouvrage de M. Pascal.

Dans ce charmant petit livre, pas plus volumineux qu'un agenda de poche, on trouvera la matière du premier volume de la « Théorie de Sophus Lie, c'est-à-dire, en somme, ce qui constitue la théorie proprement dite des groupes finis et continus de transformations, non sans rencontrer plusieurs résultats dus aux travaux personnels de l'auteur.

Ceux à qui il est arrivé de se rebuter devant l'œuvre substantielle, mais d'une assimilation parfois un peu laborieuse, de Sophus Lie, goûteront d'autant plus vivement, dans l'ouvrage de M. le Professeur Pascal, la sobriété élégante du discours, la simplicité directe des démonstrations, la liaison des idées, bref tous ces soins de haute politesse par lesquels l'auteur garde pour soi le travail fastidieux, en laissant au lecteur l'illusion de la facilité. Il n'est pas jusqu'à cette délicieuse langue italienne dont la fluidité ne concoure à cette impression de facilité, qui émane de tout le livre.

M. le Professeur Pascal laisse entendre, dans sa préface, qu'il se propose de consacrer un second volume à l'étude de certains groupes particuliers, ainsi qu'à l'étude si importante des transformations de contact.

Nous espérons que l'œuvre sera ensuite complétée par l'exposé des applications de la théorie des groupes continus de transformations à l'intégration des équations différentielles et à la théorie des équations aux dérivées partielles. Nous espérons en outre, dans l'intérêt de la diffusion de cette partie de l'Analyse mathématique, que ces divers ouvrages tenteront les traducteurs.

G. Combebiac (Limoges).