

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1904)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BIBLIOGRAPHIE

H. BRUNS. — **Grundlinien des wissenschaftlichen Rechnens.** — 1 vol. broché in-8°, 159 p., prix : Mk. 3,40 ; B. G. Teubner, Leipzig, 1903.

Cet ouvrage contient les notions que l'auteur donne en substance aux auditeurs de son séminaire sur les calculs scientifiques, dans son enseignement de l'astronomie à l'Université de Leipzig. On doit saluer cette publication avec reconnaissance, car elle comble une lacune. On possédait en effet, pour les calculs plus usuels, un bon guide dans l'ouvrage de M. LÜROTH, *Vorlesungen über numerisches Rechnen* (Leipzig 1900) ; mais pour les calculs spéciaux usités en astronomie, il fallait aller chercher les éléments de l'enseignement dans une foule d'ouvrages, surtout dans ceux de GAUSS, dans les « Astronomische Abhandlungen » d'ENCKE, et dans le guide du calculateur BOCCARDI. M. le professeur Bruns a donc rendu un grand service, non seulement aux étudiants, mais à ceux qui sont appelés à donner cet enseignement spécial, en condensant ces matières en un ensemble à la fois très concis et très complet.

M. Bruns donne à son sujet le titre de « calcul scientifique » et il parle d'une façon générale, non de l'« art de calculer » mais de la « technique du calcul » ; en quoi il a parfaitement raison, le calcul n'ayant pas les caractères d'un « art », mais demandant pour être bien conduit, une technique particulière. L'auteur donne dans son introduction quelques indications historiques sur le développement du calcul scientifique. Il y joint quelques conseils sur la manière d'ordonner les calculs puis sur le mode conventionnel d'écrire les logarithmes et d'indiquer le signe des nombres correspondants. Ces conseils sont excellents et devraient être universellement suivis. Une longue pratique du calcul, d'après ces règles qui ont été introduites par Gauss, nous a convaincu de leur utilité et de leur importance pratique. Vient ensuite l'exposé du plan même de l'ouvrage, plan développé dans les chapitres suivants. La place dont nous disposons ici ne nous permet naturellement que d'en donner un bref aperçu d'après la table des matières.

Le premier chapitre est consacré aux généralités sur les différences et les sommes ; le deuxième traite de l'interpolation appliquée aux tables, tables astronomiques et tables d'éphémérides ; le troisième est consacré à la différentiation numérique et les trois suivants à l'intégration numérique. Puis viennent successivement dans les derniers chapitres : les séries trigonométriques, les formules récurrentes et l'interpolation prise dans un sens étendu et comprenant un rapide exposé de la méthode des moindres carrés.

C'est, comme on le voit, le champ complet du calcul scientifique appliqué aux problèmes qui se posent aux astronomes. L'exposé est fait avec méthode d'une façon claire et succincte en même temps. L'auteur traite en passant une quantité de sujets intéressants qu'il n'est pas possible de mentionner ici tout au long. Signalons seulement en passant l'importance qu'il attribue, avec raison, aux machines à calculer dont il voudrait voir l'emploi se généraliser dans les observatoires.

R. GAUTIER (Genève).

E. DELSOL. — **Principes de Géométrie.** — 1 vol. in-8° de 96 pages ; Prix : 3 fr. ; C. Naud, Paris.

Ce volume est un ouvrage de philosophie qui ajoute aux conceptions métaphysiques stériles où certains esprits paraissent se complaire bien qu'elles soient ruinées par les découvertes de la science véritable. Exposer la géométrie sans hypothèses, tel est le but poursuivi.

Je ne puis guère faire autre chose que de citer quelques-uns des passages qui frappent le plus dès les premières pages du livre.

« Dans toutes les sciences, à mesure qu'elles progressent et qu'elles s'élèvent des considérations particulières à des idées plus générales, les théories se simplifient, les hypothèses auxquelles notre ignorance nous avait forcés d'avoir recours disparaissent l'une après l'autre et l'on voit se dégager peu à peu un ou plusieurs principes généraux d'où tout dérive. »

Je crois que ceci est bien contestable. Certes, il y a des théories qui se simplifient et des hypothèses qui disparaissent, mais l'idée de simplicité est toute relative. Je veux dire par là que si le but de la science semble, dans beaucoup de cas, être la recherche de lois simples, on ne peut conclure a priori qu'il existe je ne sais quelle unique simplicité d'où tout doit forcément découler.

Les principes généraux d'où tout dérive, n'existent, je le crois bien, que pour les métaphysiciens ; certes, au delà des lois formulées à l'aide de l'expérimentation, la raison pure peut effectuer un prolongement mais elle le peut d'une foule de manières différentes, tout comme ces fonctions non analytiques bien déterminées dans un domaine et qui, de l'autre côté d'une coupure, peuvent être continuées d'une infinité de manières arbitraires.

M. Delsol dit que la Géométrie générale doit éveiller la méfiance parce qu'elle va multipliant les hypothèses ! Il m'avait plutôt semblé, je l'avoue, que la Géométrie en question avait fait table rase d'un bon nombre d'entre elles !

Si maintenant nous quittons les considérations philosophiques préliminaires pour examiner l'argumentation mathématique de l'auteur, nous devons reconnaître qu'il y déploie une grande ingéniosité.

Il considère le monde extérieur comme divisible en parties et évite très adroitement de raisonner sur ces parties elles-mêmes demandant seulement qu'on considère ce qui les sépare. Il arrive ainsi à la notion de *nombre*. En ceci il se défend de faire une hypothèse. Son travail gagnerait beaucoup, à mon avis, s'il disait précisément le contraire, et si, posant sa conception en hypothèse, il en cherchait logiquement les conséquences. Je ne puis le suivre ici plus longuement dans ses définitions au sujet de l'espace et dans la manière de passer des grandeurs arithmétiques aux grandeurs géométriques.

Je crois que ce travail intéressera beaucoup les partisans de la Science anthropomorphe ; je ne puis que regretter qu'il ne soit pas une marche en avant dans les admirables champs rendus plus féconds encore par les récents travaux d'hommes comme M. Poincaré et M. Hilbert.

A. BUHL (Montpellier).

A. FAIFOER. — **Eléments de Géométrie**, à l'usage des élèves de l'Enseignement moderne et des Lycées. Traduction de la treizième édition italienne, par Fr. Talanti. — 1 vol. in-8°, de 580 pages. Prix : 5 fr. Nony, Paris, 1903.

Cet ouvrage, qui a eu un si prodigieux succès en Italie, est d'un caractère

absolument élémentaire. Il ne contient rien des théorèmes de la Géométrie moderne, si ce n'est, par-ci, par-là, quelque brève indication en petits caractères et au bas d'une page, mais s'il ne sort pas du cycle des théories classiques les plus élémentaires ; il expose celles-ci avec une conscience peu ordinaire et l'auteur, tout en se limitant à son programme, montre qu'il voit les choses de fort haut.

Tout d'abord le professeur vénitien n'hésite pas, pour rendre la tâche plus facile aux élèves, à admettre comme postulats tous les faits géométriques qui semblent évidents au débutant mais, à chaque fois, il le fait expressément remarquer, si bien que l'élève que ces remarques n'auront nullement embarrassé au début pourra, lorsqu'il sera plus savant, exercer son scepticisme en relisant les premières pages du traité qui l'aura initié.

Le fameux postulat d'Euclide joue le rôle que tous les savants s'accordent maintenant à lui faire jouer : celui d'une définition. L'auteur conserve l'ancienne division de la Géométrie en Planimétrie et en Stéréométrie, mais il n'est pas pour cela en désaccord avec certains auteurs modernes tels que M. Méray, car ses chapitres sont divisés de telle sorte qu'on peut, comme il l'indique dans une note, passer, si on le désire, de l'étude du plan à celle de l'espace.

Plus d'un millier d'exercices offre un vaste champ d'applications variées et intéressantes ; c'est là un ouvrage d'initiation facile pour les élèves et un guide éclairé, parce que savant au fond, pour les professeurs.

A. BUHL (Montpellier).

A. FUHRMANN. — **Bauwissenschaftliche Anwendungen der Integralrechnung.** — Teil IV der Anwendungen der Infinitesimalrechnung in den Naturwissenschaften, im Hochbau und in der Technik. — 1 vol. in-8° de 300 pages ; W. Ernst und Sohn, Berlin, 1903.

L'ouvrage du savant professeur de Dresde ne peut être examiné sans un étonnement profond. Il a traité aux intégrales simples et multiples et aux équations différentielles du premier et du second ordre, mais ne ressemble en rien aux traités d'analyse qui traitent savamment de ces questions. Tous les objets qui nous sont familiers, tonneaux, meules de foin, colonnes, toits, voûtes sont immédiatement mis à contribution pour faire du calcul intégral avec une prodigieuse élégance et une facilité qui déconcerte absolument. A en juger par le titre de l'ouvrage on pourrait croire tout d'abord que l'auteur se propose surtout de mettre le calcul intégral à la portée des praticiens, mais il atteint en même temps le résultat d'initier au calcul intégral toute personne qui aurait reculé devant la sécheresse apparente que certains ouvrages lui laissent au début et ce, je le répète, sans exiger aucun effort et sans paraître rien demander à l'abstraction. Après avoir effectué d'innombrables quadratures et rectifications à propos d'objets dans le genre de ceux mentionnés plus haut, l'auteur passe aux centres de gravité et aux moments d'inertie, puis parle rapidement de l'élasticité, des courbes de déformation dans les constructions de métal ou de pierre, des pressions supportées par les digues. etc., etc.,... en ne laissant jamais voir qu'il côtoie des théories difficiles. Le même esprit se continue jusqu'à la fin du livre, donnant un bel exemple de vulgarisation analytique et de finesse géométrique.

A. BUHL (Montpellier).

C. GUICHARD. — **Traité de Géométrie.** — Deuxième partie : Compléments. 1 vol. in-8° de 430 p. Nony, Paris 1903.

Les compléments publiés aujourd'hui par le savant professeur de l'Université de Clermont terminent l'ouvrage entrepris par lui sur la Géométrie élémentaire. Les matières sont groupées avec beaucoup d'habileté et, en dehors des propositions démontrées, l'auteur en signale une foule d'autres, à titre d'exercices.

Dans une première section, nous étudions la Géométrie sur la droite et celle des faisceaux de droites, la théorie des transversales, les pôles et les polaires dans le cercle. Un chapitre est consacré aux faisceaux de cercles, c'est-à-dire à l'ensemble de tous les cercles qui admettent même axe radical avec un cercle fixe donné, puis on étudie l'inversion et les cercles tangents. Un autre chapitre est spécialement consacré à la droite de Simpson et au cercle des neuf points.

La deuxième section a trait aux polygones gauches, aux faisceaux de plans, aux trièdres et aux tétraèdres, aux projections. La théorie des vecteurs mérite certainement une mention spéciale. M. Guichard lui donne sa forme géométrique pure, n'hésitant pas à *définir* la résultante de deux vecteurs concourants comme la diagonale du parallélogramme construit sur eux. Les moments, l'axe central d'un système de vecteurs, viennent ensuite, toutes choses qui considérées au point de vue géométrique simplifient considérablement l'abord de la mécanique.

La troisième section est consacrée à la sphère ; la théorie des pôles et plans polaires est reprise ici en suivant la même marche qu'en géométrie plane et l'on traite des beaux problèmes tels que celui de la construction d'une sphère tangente à quatre sphères données. Puis vient la Géométrie sphérique.

Les coniques occupent la quatrième section. L'auteur commence tout de suite par l'hyperbole, l'ellipse ayant été traitée dans le premier volume ; mais, où nous trouvons des pages véritablement remarquables, c'est quand, après avoir traité des sections de cônes, il expose leur théorie générale. Dans un espace restreint d'environ 35 pages, les théorèmes les plus essentiels sont condensés et illustrés par des exercices qui offrent les plus attrayants sujets d'étude.

Le volume se termine par le théorème d'Euler, exposé d'abord quant à la décomposition des polygones, puis quant à celle des polyèdres, par l'étude des polyèdres réguliers puis par la mesure des aires.

J'ai quelque idée que cet ouvrage d'aspects et de prétentions modestes pourrait être consulté avec fruit par plus d'un candidat à l'Agrégation.

A. BUHL (Montpellier).

EMIL HAENTZSCHEL. — **Das Erdsphäroid und seine Abbildung.** — Un vol. cart., 140 pages ; prix Mk. 3,40 ; B. G. Teubner, Leipzig, 1903.

L'auteur avait d'abord eu l'intention d'écrire un livre destiné à l'explication de la « Carte de l'Etat-major » (1 : 100,000) et des « feuilles planchettes » (1 : 25,000) du lever fait par la commission royale de la Prusse, ouvrage qui embrasse à présent tout l'Empire. Pendant le travail, la matière s'élargissait à ce point que le résultat formait une introduction à la représentation scientifiquement exacte du sphéroïde terrestre, d'abord sur un globe et puis sur un plan ; car pour les cartes géographiques dont l'échelle

de réduction est moindre que 1 : 1,000,000, il suffit de prendre la terre pour un globe. Il apprécie le mérite de Tissot qui, dans son « Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques » a été le premier à examiner les diverses esquisses radiométriques d'après leurs proportions de défiguration. — Après avoir donné un abrégé historique de tous les mesurages des arcs de méridiens entrepris depuis 1735, et après avoir déduit l'aplatissement de la terre, il explique les notions de latitude géographique, réduite et géocentrique, et démontre les relations entre ces trois grandeurs ; la distance d'un point de la surface et du centre est également exprimée par une formule ; puis, la longueur du rayon de courbure est dérivée de l'examen d'un élément de courbure, la longueur des degrés d'un méridien est calculée en fonction de la latitude réduite (plus tard aussi à l'aide de la latitude géographique) et les arcs du sphéroïde terrestre sont comparés à ceux du globe inscrit. Si le quotient des deux longueurs correspondantes — c'est-à-dire la proportion d'agrandissement — est constant, nous avons affaire à la représentation équidistante. Après avoir discuté d'une manière semblable les arcs des parallèles (dont la représentation sur le globe inscrit devient naturellement équidistante, l'auteur établit l'élément différentiel de la surface et calcule la surface du sphéroïde terrestre par intégration ; l'intégrale elliptique qui en résulte est évaluée par un développement en séries et donne $A = 509,950,723$ kilomètres carrés ; un globe d'une surface égale aurait un rayon de 6370.2 km.

La grandeur d'une maille du réseau des degrés (« *Gradnetzmasche* ») est obtenue suivant la formule de Grunert, et appliquée à l'aire d'une section de la carte de l'Etat-major et d'une feuille planchette ; une telle feuille embrasse toujours 6' de latitude et 10' de longitude.

Le second chapitre du livre contient la partie pratique de l'étude mathématique de la cartographie : représentation équidistante, représentation conforme du sphéroïde sur le globe de Mollweide et de Gauss, et enfin transformation sur le plan au moyen de la projection de Mercator.

Tous les raisonnements sont rigoureux et montrent qu'une étude approfondie de la géographie mathématique et de la cartographie est inaccessible à ceux qui ne possèdent pas une connaissance approfondie des mathématiques. L'auteur remonte partout aux premières et meilleures sources (Mollweide, Gauss, Bessel, Grunert, Helmert, Tissot, Hammer, Jordan, lieutenant-général Dr Schreiber) qui traitent ces problèmes à fond. Il ne ménage pas de ses critiques les auteurs modernes qui n'abordaient pas le sujet avec les connaissances indispensables.

L'impression est irréprochable ; ce n'est que page 51, qu'on trouve : $h \sin = (90^\circ - \sigma).d\phi$, où « sin » doit être placé après le signe d'égalité.

Le livre peut être recommandé à tous ceux qui s'occupent de géographie mathématique.

ERNST KALLER (Vienne).

G. HUMBERT. — **Cours d'analyse**, professé à l'Ecole polytechnique. Tome I : Calcul différentiel, Principes du Calcul intégral. Applications géométriques. Gauthier-Villars, Paris, 1903. — 1 vol. gr. in-8° de 483 pages ; Prix : 16 fr.

Ce nouveau cours d'analyse est avant tout une œuvre d'enseignement qui se distingue des autres par une originalité extrême et un grand souci de clarté se manifestant continuellement par le choix d'exemples concrets fort simples et de nombreuses interprétations géométriques.

Une préoccupation de cette nature apparaît déjà dès la dixième ligne du commencement de l'ouvrage. L'auteur voulant s'expliquer sur la notion de limite prend comme exemple le nombre 0,9999... qui tend vers l'unité lorsque le nombre des 9 augmente indéfiniment.

Combien d'autres auteurs y a-t-il qui aient songé à éclaircir ainsi des notions où le plus souvent, le débutant ne voit que de rébarbatives abstractions. Plus loin, dans l'étude de la continuité des fonctions de deux variables, l'étude de la différence $f(x,y) - f(x_0,y_0)$ quand x et y diffèrent infiniment peu de x_0 et y_0 est faite géométriquement par la considération des valeurs que prend $f(x,y)$ en tous les points d'un carré infiniment petit ayant pour centre le point x_0, y_0 .

Les infiniment petits analytiques sont immédiatement suivis d'exemples d'infiniment petits géométriques et, après des généralités fort claires sur les dérivées, les différentielles et les déterminants fonctionnels, un chapitre important s'ouvre sur la géométrie infinitésimale et les méthodes synthétiques qui permettent de résoudre élégamment des questions variées sur la courbure des courbes planes, les développées, les caustiques, etc., etc. Cette façon de faire est si peu habituelle que M. Humbert paraît presque s'en excuser dans sa préface, paraissant craindre qu'on lui reproche de morceler son cours. A notre avis, ce scrupule est non seulement exagéré mais l'inspiration nous paraît on ne peut plus heureuse et bien féconde pour l'étudiant qui aura ainsi des notions bien tangibles sur les infiniment petits et leurs divers ordres et se perdra moins dans les critères analytiques généraux dont le moindre défaut est d'être souvent d'une application compliquée et peu élégante dans des cas simples élégants en eux-mêmes.

L'étude des changements de variable est illustrée des plus belles applications géométriques : transformations ponctuelles des figures et transformations de contact, le tout avec une facilité véritablement remarquable.

Quoi de plus surprenant que la considération immédiate de la cyclide de Dupin comme provenant, par la transformation de Sophus Lie, de l'hyperboloïde à une nappe. Cette transformation qui conserve les contacts change en effet les droites en sphères ; donc au lieu d'une droite qui s'appuie sur trois droites fixes (hyperboloïde réglé) correspond une surface enveloppe de sphères touchant trois sphères fixes (cyclide de Dupin).

Signalons encore un intéressant chapitre sur la genèse des équations différentielles et des équations aux dérivées partielles auxquelles satisfont, la droite, le cercle, les coniques, les cylindres, les cônes, les surfaces réglées et développables, après lequel nous abordons l'étude des séries.

Dans ce dernier sujet, H. Humbert ne pouvait trouver aucun avantage à s'éloigner des méthodes classiques ; mais il les a exposées avec une grande sobriété et en abrégant fort le fatras analytique parfois si rebutant dans ces théories.

Nous voyons ensuite la notion de *fonction analytique* $f(x + iy) = P + iQ$ suivie immédiatement, à propos de P et de Q , de celle de *fonction harmonique*. Quant aux *fonctions uniformes* ou *monodromes*, leur importance apparaît immédiatement par la considération de la non uniformité de $\log z$.

La première partie de l'ouvrage se termine par la formule de Taylor pour le cas de plusieurs variables, puis par les maxima et minima. A côté des procédés ordinaires sont mentionnés des exemples géométriques élégants traités directement quand, par exemple, la dérivée ou la différentielle totale

de la fonction étudiée sont susceptibles d'être aperçues directement sur les figures au moyen de considérations synthétiques.

La seconde partie de ce premier volume est consacrée au Calcul intégral. Au milieu des généralités habituelles je signalerai comme points présentant un intérêt particulier, l'étude des intégrales de genre zéro comme intégrales attachées aux courbes unicursales, puis un important chapitre sur la réduction aux formes canoniques, des intégrales hyperelliptiques, elliptiques et abéliennes de genre un. L'auteur donne, comme première définition du *genre*, la définition géométrique : différence entre le nombre maximum de points double possible par une courbe de degré n et le nombre de points double que possède cette courbe en réalité.

Après les intégrales définies nous avons de nombreuses applications à l'évaluation des aires, des volumes, des arcs et la seconde partie se termine avec l'étude des intégrales définies dans le cas de limites infinies, l'intégration et la dérivation des séries, une introduction à la théorie des séries trigonométriques et les formules de quadratures approchées.

La troisième partie du volume a trait aux applications géométriques du Calcul infinitésimal : théorie du contact, enveloppes des courbes planes et des surfaces, enveloppes de courbes gauches, conséquences.

La théorie des courbes gauches est rapidement développée et l'auteur paraît préférer raisonner directement sur les notions de courbure et de torsion que sur les rayons de courbure et rayons de torsion. Il arrive ainsi à écrire les formules de Frenet sous une forme un peu différente de la forme habituelle.

Les lignes tracées sur les surfaces sont étudiées brièvement, mais quant à leurs plus belles propriétés ; voici notamment le théorème de Sophus Lie mentionné plus haut qui transforme les génératrices, c'est-à-dire les lignes asymptotiques de l'hyperboloïde réglé en les lignes de courbure de la cyclide de Dupin ; il est ainsi établi que cette dernière surface possède pour lignes de courbure deux familles de cercles. Mentionnons aussi l'étude des lignes de courbure de l'ellipsoïde qui introduit l'importante notion des coordonnées elliptiques et la définition des surfaces minima par la propriété de leurs asymptotiques de former un réseau orthogonal.

Le volume se termine par le problème des surfaces applicables l'une sur l'autre et la théorie des cartes géographiques.

Excellent ouvrage, au résumé, pour l'initiation à l'analyse et à ses plus belles applications.

A. BUHL (Montpellier).

C. A. LAISANT. — **L'Éducation fondée sur la science**, avec une préface d'Alfred NAQUET. — 1 vol. in-8°, 152 p., prix : 2 fr. 50 ; Félix Alcan, Paris 1904.

M. Laisant a eu l'heureuse idée de réunir en un volume les conférences faites par lui à l'Institut psycho-physiologique, dans les années 1899, 1901 et 1903, sur les quatre sujets suivants : l'initiation mathématique, l'initiation à l'étude des sciences physiques, éducation scientifique et psychologie, le problème de l'éducation.

Un souffle de vie et de vérité anime ces pages vigoureusement préfacées par M. Naquet. L'auteur ne prétend pas résoudre les diverses questions qu'il aborde ; mais il se propose d'exciter la réflexion du lecteur et il y réussit pleinement. Dans les deux premières études, il fait toucher du doigt

les erreurs du premier enseignement scientifique, quand celui-ci n'offre à l'enfant que des abstractions toutes faites au lieu de l'amener, par une suite d'expériences bien comprises, à généraliser ses *propres* observations.

« Le cerveau de l'enfant, du petit enfant surtout, est un admirable instrument enregistreur ; s'il n'associe pas facilement les idées, et surtout les idées un peu complexes, il les perçoit cependant, il les conserve pendant un temps plus ou moins long, et il est admirablement préparé, disposé par la nature, pour effectuer l'enregistrement des faits. Or, avant même qu'il ait acquis cette première notion des choses et des faits, on le bourre en général de règles toutes faites, on le gave de dogmes. »

« Ce petit cerveau est épris de curiosité ; il cherche à savoir et à découvrir plutôt qu'à comprendre : au lieu de fournir un élément à cette curiosité, on la lasse, on la décourage ; on lui impose une sorte d'obéissance intellectuelle au lieu de favoriser, d'inciter perpétuellement cette initiation dont il a été doté à un si haut degré par la nature. »

« Au lieu de persévérer dans le système de l'enseignement primaire actuel, au lieu de donner un enseignement mathématique tout hérissé de formules et de règles, faisant appel à la mémoire, imposant la fatigue, et ne produisant que le dégoût, on devrait s'inspirer de la nécessité de faire entrer en premier lieu des images dans le cerveau de l'enfant, en mettant des objets à la portée de ses sens. Il faudrait que l'enseignement fût absolument concret et ne s'appliquât qu'à la contemplation d'objets extérieurs, à la traduction de ces objets ; il faudrait qu'il se présentât d'une façon continue, pendant la période primaire surtout, sous forme de jeu et non pas sous forme d'étude. »

M. Laisant a mille fois raison d'insister avec énergie sur la nécessité d'adapter l'enseignement mathématique, comme tous les autres enseignements du reste, à l'évolution des facultés de l'enfant : ce principe pédagogique, proclamé par Nicole déjà en 1670¹ et mis plus tard en relief par Rousseau avec toute la force géniale de sa pensée, est malheureusement trop souvent oublié. Il a encore mille fois raison de demander que l'enseignement élémentaire se débroussaille, qu'il devienne autant que possible vivant et attrayant. Mais en revanche il me paraît perdre un peu de vue l'étendue de la tâche et les conditions imposées à l'école primaire, lorsqu'il propose que l'enseignement mathématique s'y donne, d'une façon continue, sous forme de jeu.

La 3^e étude du livre de M. Laisant est consacrée en grande partie à l'ouvrage de M. Le Bon. On sait que ce psychologue a donné de l'éducation cette définition un peu étroite :

« L'éducation, c'est l'art de faire passer le conscient dans l'inconscient. »

M. Laisant fait remarquer fort judicieusement que « si cette formule est vraie pour beaucoup d'exercices physiques et pour certains éléments de l'éducation intellectuelle, elle cesse de l'être quand il s'agit du domaine scientifique. Il s'agit alors d'autre chose que de la possibilité de faire et de

¹ « Les plus grands esprits n'ont que des lumières bornées. Ils ont toujours des endroits sombres et ténébreux ; mais l'esprit des enfants est presque tout rempli de ténèbres, et il n'entrevoit que de petits rayons de lumière. Aussi, tout consiste à ménager ces rayons, à les augmenter et à y exposer ce que l'on veut leur faire comprendre. »

« Les lumières des enfants étant toujours très dépendantes des sens, il faut, autant qu'il est possible, attacher aux sens les instructions qu'on leur donne, et les faire entrer, non seulement par l'ouïe, mais aussi par la vue »

bien faire un acte déterminé. Il s'agit de développer cet instrument que l'on appelle le cerveau, pour le mettre à même de résoudre des problèmes qu'il est apte à résoudre, mais qu'il ne pourrait pas résoudre sans l'éducation : ces problèmes, que la vie posera, sont innombrables et échappent à toute prévision. »

Dans sa 4^e et dernière étude, M. Laisant envisage au triple point de vue éthique, social et politique le problème de l'éducation conçu en ces termes :

« Etant donné un être humain venu au monde, développer harmonieusement toutes ses facultés, de manière à porter au maximum son activité dans une direction utile à lui-même et à ses semblables. »

Ici l'auteur n'y va pas de main morte. Certaines incohérences, certaines hypocrisies, certains calculs l'indignent. Il ne croit pas qu'une solution acceptable du problème de l'éducation soit possible dans la société française actuelle : trop d'intérêts s'agitent autour. « La liberté de l'enseignement est aujourd'hui l'objet d'une dispute homérique, mais en voyant comment est comprise l'éducation, il faudrait plutôt l'appeler la liberté d'abrutir l'enfance et la jeunesse. Soit-disant laïques et cléricaux éducateurs, dans l'ensemble, se valent. »

Monsieur Laisant, permettez-moi de vous dire que vous êtes trop pessimiste et que tout en appelant de vos vœux — qui sont aussi les nôtres — la disparition des barrières que la routine, les préjugés et les intérêts de classe opposent encore au développement et à l'affranchissement de la personnalité humaine, vous devez cependant reconnaître que l'instruction populaire a fait des pas de géant dans votre pays, sous la 3^e République. Et que Monsieur Naquet, qui entrevoit ces temps futurs « où il n'y aura plus d'Etat, dans le sens actuellement attribué à cette expression, et plus de religion dépressive et abêtissante », veuille bien me permettre de le prier de tourner son miroir magique vers le passé, pour mesurer d'un coup d'œil le chemin parcouru par la France dans les 30 dernières années. Il verra que l'œuvre des Gambetta, des Paul Bert, des Simon, des Ferry, des Buisson, des Pécaut tient sous ses ailes le progrès de demain, bien que nul ne soit encore en droit d'affirmer que l'humanité marche vers le collectivisme ou que la raison suffira un jour aux âmes opprimées par l'éternelle question du pourquoi de l'existence et de son lendemain.

Le livre de M. Laisant fait réfléchir. Lisez-le.

Lucien BAATARD (Genève).

RUNGE (C.). — **Theorie u. Praxis der Reihen.** — 1 vol. cart. in-8^o (*Collection Schubert*) ; prix : Mk. 7. ; G. J. Göschen, Leipzig, 1904.

L'importance des séries, non seulement dans l'Analyse pure, mais encore dans les applications, est considérable ; elle s'accroît dans cesse, car les séries constituent un instrument d'investigation d'une puissance incomparable ; aussi n'est-il presque aucun domaine des Mathématiques où elles ne pénètrent. De là vient la nécessité pour l'étudiant, dès ses débuts dans la Science, d'en connaître à fond le maniement. C'est à ce besoin précis que répond l'ouvrage de M. Runge et, pour cette raison, la partie pratique a été surtout développée, aux dépens de la théorie et des minuties qu'elle implique. Ceci n'est point une critique ; bien au contraire. Tout au plus, pourrait-on reprocher à ce manuel, vu l'abondance de résultats qu'il contient sous un volume restreint, d'être légèrement touffu, du moins pour un lecteur non germanique ; mais

ce n'est, en vérité, qu'un mince défaut, et beaucoup d'estimables qualités le font oublier.

Le livre de M. Runge est divisé en cinq chapitres :

Le premier est consacré aux séries à termes constants. Des notions sommaires sur la convergence, les opérations sur les séries, puis l'extension de ces principes aux séries à termes complexes; telles sont les principales matières successivement passées en revue.

Le chapitre II, le plus étendu, a pour objet les séries à termes variables. Il commence, comme il convient, par la définition de la convergence uniforme, rendue très nette au moyen de graphiques. L'Auteur passe alors aux séries entières et introduit, à ce propos, les fonctions hyperboliques dont il se sert dans l'étude de la récurrence. Puis, il considère les séries entières d'une série entière dont l'utilité est si grande. Le problème de la réversion est ensuite traité avec détails et accompagné d'exemples. L'intégration et la différentiation des séries uniformes, exposées selon la méthode ordinaire, forment l'introduction naturelle à un paragraphe où sont brièvement rappelés le théorème de Cauchy sur l'intégration d'une fonction uniforme d'une variable complexe ainsi que ses diverses conséquences; celles qui se rapportent aux séries entières et aux autres séries sont spécialement examinées. Les fonctions cylindriques d'une variable et les séries interpolatoires terminent le chapitre.

Le sujet du chapitre suivant est l'étude des séries de Fourier. L'Auteur a réussi à la présenter sous une forme simple et claire, sans entrer dans des considérations superflues, étant donné le but qu'il se propose. Le lecteur est ainsi mis à même de s'assimiler sans peine cette question essentielle de la représentation des fonctions périodiques; des applications heureusement choisies viennent encore éclaircir la théorie; mais, auparavant, M. Runge a soin de décrire l'ingénieux appareil de Michelson et Stratton.

Le chapitre IV, très court, est relatif aux produits infinis. Il débute par des notions sur leur convergence, dans le cas où les termes sont constants; puis viennent les développements des fonctions circulaires et, enfin, la définition des fonctions thêta, ainsi que leurs premières propriétés.

Le dernier chapitre traite du développement en série des fonctions de plus de deux variables. L'extension de la série de Taylor et les autres modes de représentation des fonctions de plusieurs variables y sont brièvement indiqués; quelques pages sur les fonctions sphériques terminent cet utile et intéressant petit volume.

M. GODEFROY (Marseille).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Sommaire des principaux périodiques :

American Journal of Mathematics, edited by FR. MORLEY. Vol. XXVI, 1904; The Johns Hopkins Press, Baltimore.

N° 1. — H. LEWIS RIETZ: On Primitive Groups of odd order. — WHITEHEAD: Theorems on Cardinal Numbers. — BROMWICH: The Caustic, by Reflection, of a Circle. — H.-W. KUHN: On imprimitive substitution Groups.