

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 7 (1905)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: René de Saussure. — Théorie géométrique du mouvement des corps. (Solides et fluides.) 1re partie 1 vol. 87 pages. Librairie Kündig, Genève.

Autor: Marcolongo, R.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

potentiel est alors une fonction de forces. Mais, contrairement à cette définition première, ils posent en électrostatique (dans le cas où le potentiel est dû à une masse m) $V = k \frac{m}{r}$ ou plus simplement $V = \frac{m}{r}$. Il serait plus logique dans ce cas de poser $V = -k \frac{m}{r}$. D'autres auteurs préfèrent au contraire partir de l'égalité (2); le potentiel est alors une fonction de forces changée de signe; mais en même temps ils posent, dans le cas de l'attraction newtonienne, $V = f \frac{m}{r}$. Il serait plus logique de faire $V = -f \frac{m}{r}$.

D'autres enfin posent, avec M. Appell, $V = \frac{m}{r}$, dans les deux cas. Il n'y a aucun reproche à faire à cette définition. Au lieu des égalités (1) et (2) on a l'égalité (3), mais la constante c est égale à f dans le cas de l'attraction newtonienne et à $-k$ ou à -1 en électrostatique.

L'auteur du présent ouvrage sur la théorie du potentiel part de la notion de travail et il arrive à l'égalité (2). Pour lui la propriété (2) est caractéristique du potentiel. Or il choisit précisément, comme première application de la théorie du potentiel, l'étude de l'attraction newtonienne et il pose $V = f \frac{m}{r}$. L'égalité (2) n'est plus vraie. Elle donne bien l'intensité de la force, mais non sa direction (voir les §§ 23 et 32, p. 58 et 79).

Autre remarque; de même que les mathématiciens français évitent de dire « potentiel du point P », lorsque le point P est le point attiré, il serait préférable de ne pas dire: « Potential des Punktes P » (comp. *Encyclopädie der mathem. Wissensch.*, t. II, A, 7 b).

Cela n'empêche pas, j'ai hâte de l'ajouter, que le livre de M. Grimsehl ne soit un ouvrage excellent, à en juger par le premier volume, seul encore paru. Ce volume est divisé en trois parties: dans la première l'auteur expose les principes de la théorie du potentiel, les deux autres parties contiennent les applications à la théorie de l'attraction et à l'électrostatique. On y trouve des renseignements curieux qui ne manqueront pas d'intéresser le lecteur. L'auteur ne se contente pas, par exemple, d'énoncer la loi de Coulomb, il donne un aperçu très intéressant des expériences qui permettent de la vérifier.

Parmi les applications traitées dans la 2^e partie j'indiquerai la détermination de la masse de la terre, de son potentiel et de son attraction en supposant que la densité est une fonction linéaire entière de la distance au centre.

Parmi les sujets que l'auteur traite dans la 3^e partie on trouve la notion de flux de force et les théorèmes classiques de Gauss, la méthode des images, les propriétés caractéristiques du potentiel et des composantes normales dans le voisinage de la surface d'un conducteur, la théorie des condensateurs et bien d'autres applications aussi intéressantes qu'utiles.

D. MIRIMANOFF (Genève).

RENÉ DE SAUSSURE. — **Théorie géométrique du mouvement des corps.** (*Solides et fluides.*) 1^{re} partie 1 vol. 87 pages. Librairie Kündig, Genève.

Dans les ouvrages de M. Darboux, (*Leçons sur la théorie des surfaces*), de M. Königs, (*Leçons de Cinématique*, Paris 1897) et dans plusieurs mémoires récents, on étudie surtout la théorie analytique des mouvements infiniment petits à plusieurs paramètres. M. de Saussure, qui a résumé dans

cette première partie de son ouvrage ses recherches antérieures, a fait une intéressante et originale étude de la théorie géométrique des mouvements finis d'un corps avec plusieurs degrés de liberté.

L'auteur envisage d'abord (chap. I) les mouvements dans un plan et ensuite (chap. II) les mouvements dans l'espace. Pour plus de brièveté nous ferons connaître les principaux résultats du deuxième chapitre, dont le premier n'est qu'un cas très particulier; l'auteur l'a exposé, avant tout, pour plus de clarté.

Les mouvements de *translation* T sont engendrés par un corps solide qui se déplace en restant symétrique d'un corps fixe par rapport à une *série de points*; suivant que ces points sont sur une courbe, sur une surface, ou sont tous les points de l'espace, T est à un, deux ou trois paramètres. Parmi les translations à un paramètre on doit considérer T_1^1 et T_2^1 suivant que la courbe est une droite ou un cercle; parmi celles à deux paramètres on a T_1^2 et T_2^2 si la surface est un plan ou une sphère; etc. Au point de vue mécanique les T^1 , T^2 peuvent être engendrées respectivement par le glissement d'une courbe ou d'une surface sur une courbe ou surface symétrique.

Les mouvements de rotation R sont engendrés par un corps qui se déplace en restant symétrique par rapport à une *série de plans*; on a une rotation R à un, deux ou trois paramètres selon que cette série est celle des plans tangents à une surface développable, à une surface quelconque ou est la série de tous les plans de l'espace. Si la surface développable se réduit à une droite on a la rotation R_1^1 ordinaire, c'est-à-dire celle autour d'une droite (roulement d'une droite sur elle-même), ou d'une figure plane autour d'un point; si la surface est un cône ou un cylindre de révolution on a la rotation R_2^1 sphérique ou plane; si la surface quelconque se réduit à un point propre ou à l'infini, déterminé par une gerbe de plans, on a une R_1^2 sphérique ou plane; si c'est une sphère on a une R_2^2 , etc. Toute rotation R^1 , R^2 peut être engendrée par le roulement d'une surface développable ou quelconque sur une surface fixe symétrique par rapport à l'un de ses plans tangents.

Mais les rotations, dont l'auteur fait une étude approfondie, quoique plus générales que les mouvements de translation, ne sont pas des mouvements types dans l'espace; car on ne peut pas faire passer, en général, de rotation par un certain nombre de positions arbitrairement données d'un corps. Il faudrait pour cela considérer les mouvements (*torsions*) engendrés par un corps qui se déplace par rapport à une *série de droites*: ce que l'auteur ne fait pas dans cette première partie de son ouvrage.

Signalons, parmi une foule de résultats, l'étude de la courbe ou surface trajectoire d'un point, de l'enveloppe d'un plan et de la surface ou de la congruence engendrée par une droite liés au corps et de leurs singularités dans une R_1^1 et R^2 ; l'étude des R^1 contenues dans R^2 et enfin le caractère commun à toutes les rotations, qui consiste dans le glissement d'un certain nombre de droites sur un nombre de droites fixes, formant une figure symétrique avec les premières, etc.

Toutes les applications de l'élégante théorie de M. de Saussure ne sont pas nouvelles; mais la théorie géométrique des mouvements produits par le roulement d'une surface (développable ou non) sur une autre a conduit — si je ne me trompe pas — l'auteur à des résultats nouveaux. Au contraire l'application au mouvement classique d'une figure plane ne donne rien de nouveau, à l'exception d'une construction nouvelle et élégante pour la composition de deux rotations autour d'axes parallèles; car la construction du

centre de courbure d'un point de la figure lorsqu'on connaît ceux de deux autres points, n'est pas certainement plus simple que celle de Bobillier et qui a déjà été l'objet des recherches de M. Burmester (*Lehrbuch der Kinematik*, Leipzig, 1888). La construction d'une R_2^1 passant par trois positions arbitrairement choisies d'une figure plane contient une simple démonstration de l'élégante propriété que les trois positions sont toujours symétriques d'une même figure plane par rapport à trois droites; mais elle est un cas particulier d'un théorème de Halphen sur la composition de deux mouvements hélicoïdaux¹ (*Nouvelles Annales*, I, 3^{me} série, pag. 296, 1882).

Disons quelques mots sur l'application au mouvement d'un fluide dans un plan ou dans l'espace.

En chaque point d'un fluide en mouvement se trouve une molécule fluide M animée d'un mouvement dans une certaine direction D. La figure (MD) est ce que l'auteur appelle un *élément fluide*. Dans un plan l'élément fluide est l'expression la plus simple d'une figure de grandeur invariable.

La *ligne d'éléments fluides* est une série ∞^1 d'éléments fluides; celle qui est engendrée par un élément qui subit une R_1^1 autour d'un axe ou d'un point est dite *couronne*; sa *base* est le cercle décrit par la molécule, et sa *gorge* est le cercle de gorge de l'hyperboloïde engendré par D.

En faisant subir à un élément fluide dans un plan une rotation à deux paramètres on a un *couronoïde*; c'est le lieu des positions d'un élément fluide symétriques d'un élément fixe par rapport à toutes les droites du plan. L'auteur en donne beaucoup de propriétés en se basant sur les propriétés des rotations. Si à l'élément fluide on fait subir une R_1^2 , on engendre une surface (couronoïde) d'éléments fluides.

Un fluide dans l'espace peut être engendré par un élément fluide qui subit un déplacement à trois paramètres; l'auteur envisage seulement de nombreuses propriétés d'un fluide qui subit une R_1^3 , c'est-à-dire d'un fluide à *couronnes*.

Le mémoire de M. de Saussure porte donc une large contribution de nouveaux résultats à la cinématique des mouvements finis.

R. MARCOLONGO (Messine).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Sommaire des principaux périodiques :

Annals of the mathematics, published under the Auspices of Harvard University, second series, Cambridge. Mass.

Vol. 6, n° 2 (January, 1905). — A. BLISS : The Solutions of Differential Equations of the First Order as Functions of their Initial Values. — L. WAYLAND DOWLING : On the Conformal Representation of Certain Isosceles

¹ Puisqu'il y a quatre cercles tangents à trois droites, il y a quatre solutions pour R_2^1 ; je ne comprends pas pourquoi l'auteur est conduit à en exclure trois. Ainsi dans le même problème dans l'espace, pag. 64, il y a huit solutions, tandis que M. de Saussure n'en considère que quatre.