

# MÉTHODE EXPÉRIMENTALE DANS LA SCIENCE DES NOMBRES ET PRINCIPAUX RÉSULTATS OBTENUS

Autor(en): **BOBYNIN, V.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-9262>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## MÉTHODE EXPÉRIMENTALE DANS LA SCIENCE DES NOMBRES ET PRINCIPAUX RÉSULTATS OBTENUS

Parmi les nombreux cas d'emploi de la méthode expérimentale dans la littérature mathématique de l'antiquité, arrêtons-nous sur un cas exposé dans le papyrus Rhind<sup>1</sup> qui consiste dans l'application simultanée de la méthode expérimentale et d'une forme particulière de cette méthode, à savoir la méthode du calcul successif de l'inconnue cherchée en s'appuyant sur les conditions du problème. Placé dans l'édition Eisenlohr sous le n° 40, c'est le 2<sup>me</sup> problème de la section insérée à la fin du XIV<sup>me</sup> tableau. Complété pour la clarté de l'exposition par des mots placés entre parenthèses, l'exposé du problème et de sa solution se présentent de la manière suivante :

« 100 pains en 5 personnes. La 7<sup>me</sup> partie de la part des trois premières personnes (est égale à la part entière) des deux dernières. Quelles sont les différentes parts ? »

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 17 \frac{1}{2} \\
 \text{différence } 5 \frac{1}{2} \text{ fais comme il arrive} \\
 12 \\
 6 \frac{1}{2} \\
 1 \text{ total } 60 \\
 \frac{2}{3} 40
 \end{array}$$

<sup>1</sup> Le papyrus Rhind est une œuvre mathématique égyptienne, trouvée par l'égyptologue anglais Rhind et écrite en l'an 1700 avant J.-C. par l'écrivain AHMÉS. Il se trouve actuellement au British Museum. Une traduction allemande en a paru sous le titre : *August Eisenlohr. Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter* (Erster Band. Commentar, 4<sup>o</sup>, Zweiter Band, Tafeln In-fol.), Leipzig, 1877.

Multiplie  $1\frac{2}{3}$  par 23, cela donne maintenant  $38\frac{1}{3}$

$$17\frac{1}{2}$$

$$23\frac{1}{6}$$

$$12$$

$$20$$

$$6\frac{1}{2}$$

$$10\frac{2}{3}\frac{1}{6}$$

$$1 \text{ total } 60$$

$$1\frac{2}{3} \text{ total } 100 \text{ »}.$$

L'objet du problème — former une progression arithmétique de 5 termes dont la somme soit égale à 100 et telle que la somme des deux plus petits nombres soit égale au 7<sup>me</sup> de la somme des trois autres — n'est pas exprimée d'une manière suffisamment claire.

Mais la solution suivante ne laisse aucun doute sur cet objet. Elle se compose de deux parties. Dans la première, comme cela se présente constamment dans le papyrus Rhind, on se donne la raison  $(5\frac{1}{2})$  de la progression cherchée, sans aucune autre explication que ces mots *fais comme cela arrive* (mache wie geschieht) et on constate que cette progression satisfait à la condition du problème relative au rapport de la somme de deux des nombres à celle des trois autres. Seulement la somme de cinq termes de la progression est égale à 60, nombre inférieur au nombre donné 100. Cela montre que dans la méthode des essais on avait seulement en vue la seconde des deux conditions, la première restant provisoirement de côté.

En toute vraisemblance on a dû considérer tout d'abord la progression formée par les nombres entiers

$$1, 2, 3, 4, 5.$$

Or le rapport de la somme des deux premiers à la somme des 3 derniers est égal à  $\frac{1}{4}$ , il est plus petit que le rapport donné  $\frac{1}{7}$ . Considérons de même les progressions

$$1, 3, 5, 7, 9$$

$$1, 4, 7, 10, 13$$

$$1, 5, 9, 13, 17$$

$$1, 6, 11, 16, 21$$

dans lesquelles le rapport considéré a respectivement pour valeur  $\frac{4}{21}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{2}{13}$ ,  $\frac{7}{48}$ . Or ce dernier diffère très peu de  $\frac{1}{7}$  (la différence est  $\frac{1}{336}$ ) On est donc conduit à augmenter la raison non plus de 1 comme on l'avait fait jusqu'ici mais de  $\frac{1}{2}$ , et on a la progression

$$1 \quad 6\frac{1}{2} \quad 12 \quad 17\frac{1}{2} \quad 23,$$

et cette fois le rapport est exactement égal à  $\frac{1}{7}$ .

La seconde condition est remplie, mais non la première car la somme totale est 60 au lieu de 100.

La 2<sup>me</sup> partie de la solution commence en cherchant la différence entre 100 et 60, soit 40. Ici, la méthode des essais n'intervient plus. Il s'agit de modifier les nombres trouvés, sans détruire le rapport de la somme des deux premières à celle des deux dernières, de façon à augmenter la somme totale de 40. Or le rapport de 40 à 60 est égal à  $\frac{2}{3}$ ; il faudra donc multiplier les nombres de la progression trouvée par  $1\frac{2}{3}$ , et le problème sera entièrement résolu.

En comparant les deux parties de la solution du problème, sous le rapport de l'exposition, il est impossible de ne pas remarquer entre elles une différence essentielle. Dans la première — on donne sans aucune indication la raison de la progression et cette progression elle-même, comme nous l'avons remarqué plus haut. Dans la seconde — toute la suite du calcul est expliquée avec détail. On peut expliquer cette différence par le point de vue duquel on étudiait la question. Sous le rapport du calcul, la seconde partie seule est résolue. Dans la première, un résultat défini a paru sur le seuil de la conscience; le reste est demeuré plus bas que ce seuil.

Ainsi dans l'ancienne Egypte la formation du papyrus Rind s'est accomplie plus ou moins clairement pour la conscience, de même que chez les calculateurs extraordinaires de notre temps quand ils appliquaient la méthode de la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème.

L'emploi de la méthode des essais s'est fait inconsciemment, de sorte que cette méthode n'a pas tardé à se refléter sur la forme même de l'exposition des solutions acquises par elle. Ces résolutions comme il est possible de le voir par le cas examiné, ont suivi immédiatement l'énoncé comme il arrive. Après la résolution, est placée la vérification dont les détails contrastent singulièrement avec le laconisme de l'exposition.

Comme exemple de la méthode de la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème on peut citer dans la littérature mathématique de l'antiquité la *règle de fausse position* (*regula falsi simplicis positionis*). Dans *Liber Abbaci* de Leonard de Pise se rencontre le problème suivant, résolu par cette règle :

Déterminer la hauteur d'un arbre sachant que la partie souterraine égale à 21 empans, constitue le  $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$  de sa hauteur.

Il est naturel de prendre pour hauteur le nombre 12 qui est à la fois divisible par 3 et par 4. En essayant ce nombre, on trouve que la partie souterraine est égale à 7 empans ( $\frac{1}{4} \times 12 + \frac{1}{3} \times 12 = 7$ ). Donc le nombre 12 est inexact. Mais comme 7 est le  $\frac{1}{3}$  de 21, le nombre cherché est  $12 \times 3$  ou 36.

Ce problème et les problèmes semblables ont conduit les calculateurs à l'idée de la proportionnalité des grandeurs. C'est d'ailleurs ainsi qu'est résolu le problème dans Leonard de Pise, en utilisant la proportion  $\frac{7}{21} = \frac{12}{x}$ , ce qui donne la valeur de  $x$ ,  $x = \frac{21 \cdot 12}{7}$ .

Le lien créé par l'étude de la proportionnalité entre la méthode des essais et la méthode de l'expression du nombre en d'autres nombres est devenu plus étroit dans une des méthodes de la résolution des problèmes par la *règle de deux fausses positions*. Si après la résolution par la méthode des essais de chaque problème, on compare les différences entre la véritable grandeur de l'inconnue et chacun des essais, ou ce qui revient au même, si l'on compare les erreurs des essais

avec les erreurs dévoilées par la vérification, il est alors possible de découvrir la proportionnalité qui existe entre eux. Si ensuite on prend deux de ces essais, et si on forme avec eux une proportion entre les grandeurs susdites, il sera facile d'établir un schéma de règle de deux fausses positions, exprimant l'inconnue cherchée en fonction d'autres nombres.

Pour éclaircir ces considérations générales par un exemple, examinons un problème inséré dans les manuscrits russes du XVII<sup>e</sup> siècle :

Trouver un nombre tel que si on le multiplie par 14, et si on divise le produit par  $4\frac{2}{3}$  on obtienne 18.

Si on essaie successivement 10, 9, 8, 7, 6, en vérifiant on reconnaît que les erreurs commises sont respectivement 12, 9, 6, 3, 0; ce qui montre que 6 est le nombre cherché.

Ayant pris ensuite la différence entre ce nombre et chacun des essais, et les ayant comparés avec les erreurs correspondantes, nous obtenons les rapports égaux

$$\frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1};$$

d'où l'on conclut qu'il y a proportionnalité entre les différences et les erreurs.

Si ensuite on prend en particulier la proportion formée par les deux derniers rapports, et si on l'écrit sous la forme

$$\frac{6}{8 - \boxed{6}} = \frac{3}{7 - \boxed{6}},$$

$\boxed{6}$  désignant l'inconnue cherchée, on obtient le schéma suivant de résolution

$$\boxed{6} = \frac{6 \cdot 7 - 3 \cdot 8}{6 - 3},$$

trouvé probablement par les Hindous et étant passé ensuite chez les Arabes et en Europe.

Et ceci peut se généraliser pour tous les autres problèmes de même genre. Si l'on désigne par  $z_1$  et  $z_2$  deux essais, par

$\varphi_1$  et  $\varphi_2$  les erreurs correspondantes, obtenues par la vérification, l'inconnue  $x$  sera donnée par la formule

$$\frac{\varphi_1}{x - z_1} = \frac{\varphi_2}{x - z_2}$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{\varphi_1 z_2 - \varphi_2 z_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Outre cette forme de la règle de deux fausses positions, utilisée plus tard, il en existait une autre, qui semblablement à la règle d'une seule fausse position, apparaît comme le résultat direct de la méthode de la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème.

Si en appliquant la règle de deux fausses positions, on fait deux essais différant d'une unité, la différence des erreurs est constante; et il est facile de voir que cette constante est le coefficient de l'inconnue dans l'équation qui conduit à la solution du problème. En effet, soit l'équation

$$ax + b = 0$$

Remplaçons  $x$  par deux nombres  $z_1$  et  $z_1 \pm 1$  différant de 1, les erreurs  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont définies par les égalités

$$az_1 + b = \varphi_1$$

$$a(z_1 \pm 1) + b = \varphi_2$$

d'où

$$\pm a = \varphi_1 - \varphi_2$$

De là, il résulte que pour calculer le nombre des unités dont doit être modifié le nombre essayé pour avoir l'inconnue, il suffit de connaître combien de fois l'erreur contient le nombre constant qui représente la modification de l'erreur pour deux essais différant d'une unité. En ce qui concerne ce nombre constant, il peut être déterminé immédiatement en faisant deux essais différant d'une unité, ou moins rapidement en faisant tout autre essai. Alors le nombre constant cherché est le quotient de la division de la différence des erreurs par la différence des nombres essayés.

C'est ce qu'on peut représenter de la manière suivante

$$z_1 - \frac{\varphi_1}{a} = x$$

$$z_2 - \frac{\varphi_2}{a} = x$$

$$x = \frac{az_1 - \varphi_1}{a}$$

$$x = \frac{az_2 - \varphi_2}{a}$$

$$az_1 - \varphi_1 = az_2 - \varphi_2$$

$$a(z_1 - z_2) = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$a = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{z_1 - z_2}$$

Appliquons ces deux méthodes au problème considéré plus haut. En prenant les deux essais 10 et 9 qui diffèrent d'une unité, le nombre contact est la différence des erreurs correspondantes  $12 - 9 = 3$ ; si l'on prend les deux essais 10 et 7, auxquels correspondent les erreurs 12 et 3, la constante est donnée par le quotient  $\frac{12 - 3}{10 - 7} = 3$ . Divisons maintenant l'erreur 12 (correspondant à l'essai 10) par la constante 3, nous obtenons  $\frac{12}{3} = 4$ , et en retranchant ce quotient de l'essai 10, nous avons le nombre cherché  $10 - 4 = 6$ .

Cette façon d'opérer, sans utiliser les proportions a été beaucoup plus ancienne que l'autre. Ce n'est que plus tard qu'a été mise en pratique la troisième méthode, qui conduit d'ailleurs aux mêmes calculs. Désignons en effet par  $z_1$  et  $z_2$  deux essais quelconques, par  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  les erreurs correspondantes, et par  $V$  le nombre dont doit être modifié l'essai  $z_1$  pour donner la solution. En appliquant la règle ancienne des deux fausses positions on est conduit au calcul suivant

$$V = \varphi_1 : \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{z_1 - z_2} = \frac{\varphi_1 (z_1 - z_2)}{\varphi_1 - \varphi_2};$$



c'est ce que donne immédiatement la proportion

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{z_1 - z_2} = \frac{\varphi_1}{V}.$$

Cette troisième méthode a été exposée dans les traités arithmétiques des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles.

L'application des règles de une et de deux fausses positions à la résolution d'équations non seulement du 1<sup>er</sup> degré, mais encore du 2<sup>m</sup>e et 3<sup>m</sup>e degré a été transmise à l'Europe par les Arabes et s'est propagée dans le cours non seulement du moyen âge mais aussi des temps modernes jusqu'au commencement du XIX<sup>e</sup> siècle. De l'Europe occidentale, ces méthodes sont passées en Russie d'abord dans les manuscrits arithmétiques du XVII<sup>e</sup> siècle, et ensuite dans l'*Arithmétique* de Magnitsky et dans d'autres traités arithmétiques imprimés au XVIII<sup>e</sup> siècle et au premier quart du XIX<sup>e</sup> siècle.

On les retrouve dans l'un d'eux, imprimé pour la première fois en 1794 « Arithmétique élémentaire à l'usage des enfants » de *Michel Memorsky*, et elles se sont maintenues dans l'enseignement grâce à la diffusion de ce traité qui a eu de nombreuses éditions dans tout le cours du 19<sup>e</sup> siècle et qui en a encore de nos jours.

Les problèmes résolus par la règle de deux fausses positions dans les manuscrits arithmétiques russes du 17<sup>e</sup> siècle se rapportant à une équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue, et à des systèmes d'équations du 1<sup>er</sup> degré à 2, 3 et 4 inconnues.

Les illustres auteurs de la littérature mathématique à l'heure actuelle semblent ignorer l'histoire de leur objet et ne pas comprendre les besoins des élèves de l'école populaire, car ils ont supprimé complètement dans leur enseignement la règle des fausses positions. Sous ce rapport ils doivent être placés plus bas que l'illustre auteur, très connu au 18<sup>e</sup> siècle, *Kourganoff* qui dans son arithmétique disait : « Bien que par l'invention de l'algèbre, la règle des fausses positions n'est pas nécessaire, néanmoins, cette méthode a été exposée ici pour ceux qui ignorent l'algèbre ou pour ceux qui ne désirent pas la connaître, attendu qu'on peut s'en passer dans

les calculs ordinaires (édition de 1776, p. 200). D'ailleurs le succès sans exemple en Russie du livre de Memorsky qui a surpassé le succès de tous les traités d'arithmétique, et qui seul consacre un chapitre à l'exposition de la règle des fausses positions n'est-il pas une éclatante leçon pour tous ceux qui feignent d'ignorer les véritables besoins des écoliers?

Outre l'étude de la proportionnalité, autre découverte importante acquise à la science par la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème, on employa dans la nouvelle algèbre un procédé pour résoudre les équations du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue. Le papyrus de Rhind nous offre un tableau très clair du développement de ce procédé qui consiste dans la division du terme connu de l'équation par le coefficient de l'inconnue. Les quatre premiers problèmes des Hau s'occupent de la détermination de l'inconnue connaissant la somme de cette inconnue et d'une de ses parties. Comme ils se résolvent tous de la même manière, nous prendrons le N<sup>o</sup> 24 de l'édition de Eisenlohr.

Tas. Sa 7<sup>e</sup> partie et son entier font 19.

$$\begin{array}{rcccc}
 * . 7 & . 8 & * \frac{1}{4} 2 & * . & 2 \frac{1}{4} \frac{1}{8} \\
 * \frac{1}{7} 1 & * ..16 & * \frac{1}{8} 1 & * .. & 4 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \\
 & \frac{1}{2} 4 & & * 4 & 9 \frac{1}{2} \\
 & & & \frac{1}{7} & 2 \frac{1}{4} \frac{1}{8} \quad \text{ensemble 19.}
 \end{array}$$

Fais, comme il arrive, inconnue  $16 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$ .

La première des quatre colonnes représente la description du problème en essayant le nombre 7, qui paraît le plus commode. La deuxième et la troisième sont consacrées à la division de 19 par 8 et la quatrième à la multiplication de la fraction trouvée par 7.

La vérification montre que le nombre essayé 7 ne convient pas; le calcul a dû conduire le calculateur égyptien à des considérations semblables à celles qui ont trouvé place dans

le problème exposé plus haut de Léonard de Pise sur la règle de fausse position. Puisque le nombre donné 19 est la somme de l'inconnue et de sa septième partie, la diminution de ce nombre jusqu'à 8 ne peut provenir que de la diminution dans le même rapport de l'inconnue elle-même. Or le quotient de 19 par 8 est représenté par le nombre fractionnaire  $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ . Par conséquent l'essai 7 est le résultat de la diminution de l'inconnu dans le rapport  $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ , et par suite, pour avoir l'inconnue il faut multiplier 7 par  $2\frac{1}{4}\frac{1}{8}$  c'est ce qu'indique la quatrième colonne.

Nous trouvons des problèmes du même genre, mais un peu plus compliqués dans les n<sup>os</sup> 31-34 de l'édition Eisenlohr. Il s'agit de déterminer l'inconnue connaissant la somme de cette inconnue et de plusieurs de ses parties.

Par exemple, voici le problème N<sup>o</sup> 34.

Tas. Son  $\frac{1}{2}$ , son  $\frac{1}{4}$ , son entier : tout cela donne 10.

$$\begin{array}{r}
 * \quad \cdot \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \qquad \qquad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{28} \qquad \qquad \frac{1}{2} \\
 \dots \quad 3 \quad \frac{1}{2} \qquad \qquad * \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{14} \qquad \qquad 1 \\
 * \quad 4 \quad 7 \\
 * \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{4} \quad \text{ensemble inconnue} \quad 5 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{14}
 \end{array}$$

Commencement de la vérification :

$$\begin{array}{r}
 * \quad \cdot \quad 5 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{14} \\
 * \quad \frac{1}{2} \quad 2 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{1}{28} \\
 * \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{28} \quad \frac{1}{56} \qquad \text{ensemble} \quad 9 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} \quad \text{reste} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \\
 \frac{1}{7} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{1}{28} \quad \frac{1}{28} \quad \frac{1}{56} \qquad \qquad \frac{1}{4} : 14 \\
 8 \quad 4 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \qquad \qquad \frac{1}{8} \quad 7 \quad \text{ensemble} \quad 21.
 \end{array}$$

L'exposition de la solution du problème paraît beaucoup plus courte que précédemment. Les deux colonnes qui la composent comprennent une seule opération, la division de 10 par  $1 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$  ; dont le résultat est l'inconnue cherchée. La vérification qui suit ne s'occupe plus de l'essai, mais de la solution elle-même.

Nous voyons apparaître ici l'unité comme nombre essayé, et non seulement dans ce problème, mais dans les trois autres qui l'accompagnent et qui sont du même genre. Grâce à cet emploi, les opérations qui déterminent l'inconnue sont beaucoup plus simples, puisqu'une seule division suffit. Cependant les calculateurs égyptiens ne paraissent pas avoir eu une idée très nette des avantages que présentait l'emploi de l'unité, puisque dans les solutions de problèmes analogues, ils ont fait des essais différents de l'unité.

En connaissant la solution des problèmes du deuxième groupe Eisenlohr et Kantor ont été conduits à considérer ce groupe comme un recueil de problèmes relatif à la résolution d'équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue, suivant les méthodes de l'algèbre moderne; et la solution des problèmes du deuxième groupe n'a pas suffi à les retenir dans cette erreur, qui d'ailleurs n'a pas passé inaperçue. Elle a été signalée par un orientaliste français Léon Rode dans un travail. « Les prétendus problèmes d'algèbre du manuel du calculateur égyptien (papyrus Rhind) » paru en 1882 dans le *Journal Asiatique de Paris*. D'après ses propres paroles, il a été conduit à la découverte de l'erreur de Eisenlohr et de Kantor, » « après une étude très approfondie des chiffres et des explications qui les accompagnent quelquefois » (p. 5). Il ne faut donc pas considérer les solutions de ces problèmes comme résolutions d'équations dans le sens de l'algèbre moderne, mais comme de simples « applications du procédé de la fausse position » (p. 6).

L'importance et les avantages de l'emploi de l'unité comme nombre à essayer ont été remarqués seulement par les Égyptiens, parmi tous les peuples civilisés de l'antiquité. Aussi après plus de 2000 ans, nous trouvons dans les œuvres ma-

thématiques de l'Inde (12<sup>e</sup> siècle après J.-C.) des problèmes du même genre que ceux du papyrus Rhind, qui sont résolus en essayant des nombres quelconques. Dans le livre de Siddhantaçiroman par Bhâskara on trouve, par exemple, le problème suivant :

On multiplie un certain nombre par 5; on retranche le  $\frac{1}{3}$  du produit, on divise le reste par 10 et au quotient on ajoute successivement le  $\frac{1}{3}$ , la  $\frac{1}{2}$  et le  $\frac{1}{4}$  du premier nombre. On trouve 68. Quel est le certain nombre?

La solution est obtenue par le procédé utilisé dans le premier des deux problèmes considérés plus haut du papyrus de Rhind.

Ayant pris pour essai le nombre 3, et ayant calculé le résultat de la vérification par les conditions du problème, l'auteur indien trouve la valeur de l'inconnue 48 en divisant le nombre donné 68 par le résultat de la vérification  $\frac{17}{4}$ , et en multipliant le nombre trouvé 16 par l'essai 3.

C'est par cette méthode qu'opéraient les mathématiciens arabes quand ils n'utilisaient pas la règle des deux fausses positions. Ainsi dans un ouvrage du moyen âge composé d'après les sources arabes ou emprunté directement à ces sources « Liber augmenti et diminutionis vocatus numeratio divinationis ex eo. quod sapientes Indi posuerunt, quem Abraham compilavit et secundum librum qui Indorum dictus est composuit » se trouve le problème suivant :

Si d'un certain nombre on retranche son tiers et son quart il reste 8. Quel est ce nombre?

L'auteur donne la solution suivante :

Prends 12 pour nombre inconnu, en enlevant le  $\frac{1}{3}$  et le  $\frac{1}{4}$  il reste 5, ensuite demande-toi par quoi il faut multiplier 5 pour avoir 12? cela donne  $2\frac{2}{5}$ , et ensuite multiplie  $2\frac{2}{5}$  par 8, et tu obtiens  $19\frac{1}{5}$ .

Cette solution diffère de la solution donnée plus haut du premier problème du papyrus Rhind par la transposition des

moyens dans la proportion  $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ , on a désigné  $a$  le résultat de la vérification de l'essai,  $b$  le nombre donné et  $c$  l'essai lui-même.

D'une manière claire ou confuse la méthode de la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème devait reposer sur les considérations suivantes :

Chaque nombre doit être le même nombre de fois plus grand ou plus petit que le nombre qu'on en déduit par les conditions du problème. Donc, autant de fois l'essai 12 surpasse le nombre 5, autant de fois l'inconnue cherchée devra surpasser le nombre 8. Il faut donc pour avoir l'inconnue multiplier 8 par le nombre  $2\frac{2}{5}$  que donne la division de 12 par 5.

Dans l'Europe occidentale le développement du procédé employé en algèbre moderne pour la résolution de l'équation du premier degré à une inconnue s'est déduit de la méthode des essais par cette voie de généralisation dans laquelle se sont avancé les mathématiciens de l'Europe occidentale. Ceux-ci ont été conduits tout naturellement à remplacer les essais numériques et définis par des essais indéterminés, figurés d'une manière symbolique, et ensuite la découverte de Viète et venue généraliser le procédé, en permettant de résoudre les équations du 1<sup>er</sup> degré et du degré supérieur à une ou plusieurs inconnues.

Les opérations que l'on faisait jadis sur les essais furent étendus à des symboles plus généraux. Cette extension, en algèbre élémentaire, donna naissance aux méthodes de substitution et de comparaison dans la résolution des équations, et au procédé trouvé par les Hindous et Bachet de Meziriac pour la résolution des équations indéterminées au premier degré.

Si, comme beaucoup le font, on forme le domaine de l'algèbre à la seule théorie des équations, alors, en nous appuyant sur l'historique que nous venons de présenter de l'origine des moyens employés dans l'algèbre moderne pour former et résoudre les équations du premier degré à une inconnue, nous pouvons dire avec certitude que l'algèbre

est déduite de la méthode des essais, ou d'une manière plus précise de la méthode de la formation graduelle de l'inconnue d'après les conditions du problème.

V. BOBYNIN (Moscou).

(Traduction de M. E. Papelier, Orléans.)

## GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE

### LA THÉORIE DES ROTATIONS ET LE NIVEAU A BULLE

**THÉORÈME I.** (Principe des deux demi-tours). — Soient  $OV_1$  et  $OV_2$  deux axes concourants. Pour déplacer un solide par un demi-tour sur l'axe  $OV_1$ , on peut déplacer le solide par un demi-tour sur l'axe  $OV_2$  suivi d'une rotation égale à 2 fois l'angle  $V_2OV_1$  exécutée autour d'une perpendiculaire au plan des axes.

*Remarque.* La démonstration est immédiate; on peut aussi regarder cette proposition comme un cas particulier de la combinaison de deux rotations successives finies.

Soit à composer ces deux mouvements d'une figure sphérique: 1° une rotation  $\lambda_2$  exécutée autour du pôle  $P_2$ ; 2° une rotation  $\lambda_1$  exécutée autour du pôle  $P_1$ .

On construit un triangle sphérique de base  $P_2P_1$  dont le côté  $\overrightarrow{P_2M}$  issu du pôle de la première rotation, est sur l'arc de grand cercle obtenu en faisant tourner l'arc  $\overrightarrow{P_2P_1}$  autour de  $P_2$  de l'angle  $-\frac{1}{2}\lambda_2$  et dont le côté  $P_1M$  issu du pôle  $P_1$  est sur l'arc de grand cercle obtenu en faisant tourner l'arc  $\overrightarrow{P_1P_2}$  de l'angle  $+\frac{1}{2}\lambda_1$  autour de  $P_1$ .

$M$  est le pôle de la rotation équivalente aux deux rotations successives et son amplitude est l'angle extérieur  $\sphericalangle xMP_1$