SUR L'IRRÉDUCTIBILITÉ DE CERTAINS DÉTERMINANTS

Autor(en): **Kürschak, Jos.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9268

SUR L'IRRÉDUCTIBILITÉ DE CERTAINS DÉTERMINANTS

Si les éléments

$$a_{ij} \ (i, j = 1, 2, \ldots, n)$$

du déterminant

$$A = | a_{ij} |$$

sont des variables ou des indéterminées indépendantes, ce déterminant est une forme entière rationnelle IRRÉDUCTIBLE *de ces indéterminées*[1].

Si les éléments

$$b_{ij} \ (i = j = 1, 2, \ldots, n)$$

du déterminant symétrique

$$B = | b_{ij} | ,$$

où $b_{ij} = b_{ji}$, *sont des indéterminées indépendantes, ce déterminant est une forme entière rationnelle* IRRÉDUCTIBLE *de ces indéterminées.*

On peut démontrer ces deux théorèmes, dont le premier est classique, en même temps de la manière suivante :

Si A ou B était décomposable, toute forme du degré n provenant de A ou de B en remplaçant quelques indéterminées par les nombres zéro ou un (ou autres nombres entiers ra-

[1] Nous disons avec M. JULES KÖNIG d'une forme (c'est-à-dire d'une polynome) qu'elle est *entière et rationnelle,* si ses cœfficients sont des nombres entiers rationnels. Une forme entière rationnelle du degré zéro est un nombre entier rationnel. Une forme entière rationnelle est *irréductible,* si, elle ne se décompose pas en un produit de deux formes entières rationnelles différentes toutes deux de + 1 et de — 1.

tionnels) sera aussi décomposable. Donc dans ce cas le déterminant

$$
D_n = \begin{vmatrix}
x_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
1 & x_2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 1 & x_3 & 1 & \dots & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & x_4 & \dots & 0 & 0 \\
. & . & . & . & \dots & . & . \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x_{n-1} & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x_n
\end{vmatrix},
$$

où les indéterminées laissées dans la diagonale principale sont désignées par $x_1, x_2, \dots, x_n$, devrait être décomposable. Mais pour, $n = 1$ et 2, les formes

$$D_1 = x_1 \quad D_2 = x_1 x_2 - 1$$

sont évidemment irréductibles, et à tout autre cas s'applique la conclusion de $n - 1$ à n.

On a

$$D_n = x_n D_{n-1} - D_{n-2}$$

où les déterminants D_{n-1} et D_{n-2} semblables à D_n ne contiennent pas x_n. Par conséquent la forme D_n linéaire en x_n en peut se décomposer que si D_{n-1} et D_{n-2} avaient un facteur commun différent de l'unité positive ou négative. Mais c'est impossible parce que D_{n-1} et D_{n-2} sont deux formes différentes supposées irréductibles.

Jos. Kürschak (Budapest).

CONSIDÉRATIONS SUR L'ASTRONOMIE, SA PLACE INSUFFISANTE DANS LES DIVERS DEGRÉS DE L'ENSEIGNEMENT

Dans la classification des sciences l'Astronomie occupe une place toute particulière. Si l'on envisage l'objet étudié, l'Astronomie se range parmi les sciences naturelles. Le phy-