

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Règle mnémorique pour retenir les analogies de Delambre.

(Extrait d'une lettre de M. D'OCAGNE).

«... En interrogeant les élèves sur l'Astronomie, je me suis aperçu de la difficulté qu'ils ont, en général, à écrire de mémoire au tableau les analogies de Delambre dont le secours est indispensable pour la résolution logarithmique des triangles sphériques. J'ai été ainsi amené à leur proposer la règle suivante :

Les analogies de Delambre rentrent toutes dans la forme

$$f\left(\frac{A}{2}\right) \varphi\left(\frac{b \pm c}{2}\right) = \varphi\left(\frac{a}{2}\right) \psi\left(\frac{B \pm C}{2}\right)$$

où f , φ , ψ sont des *sin* et *cos*. En outre :

- 1° f et ψ sont toujours différents ;
- 2° on a, sous φ , le signe $+$ ou le signe $-$, suivant que f est *sin* ou *cos* ;
- 3° on a, sous ψ le même signe que sous φ , ou non, suivant que ψ est le même que φ , ou non.

Cela permet d'écrire sans hésitation :

$$\sin \frac{A}{2} \sin \frac{b+c}{2} = \sin \frac{a}{2} \cos \frac{B-C}{2},$$

$$\sin \frac{A}{2} \cos \frac{b+c}{2} = \cos \frac{a}{2} \cos \frac{B+C}{2},$$

$$\cos \frac{A}{2} \sin \frac{b-c}{2} = \sin \frac{a}{2} \sin \frac{B-C}{2},$$

$$\cos \frac{A}{2} \cos \frac{b-c}{2} = \cos \frac{a}{2} \sin \frac{B+C}{2} .»$$

Remarque. — La très intéressante observation de M. D'OCAGNE peut se résumer symboliquement, d'une façon encore plus concise.

Si on assimile, dans chacun des membres, les signes *sin* et $+$, *cos* et $-$, $+$ et $+$, $-$ et $-$, chaque relation est caractérisée, dans

le premier membre, par trois signes α, β, γ et dans le second par α', β', γ' .

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$; et dès lors, celui du second ($\alpha'\beta'\gamma'$) est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois α, β et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha \beta \alpha \beta - \alpha - \beta,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha \beta \alpha) (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations. C.-A. L.

Un théorème sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

THÉORÈME. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A'B'C', tels que les sommets A', B', C' soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX \cdot CY \cdot AZ}{CX \cdot AY \cdot BZ} \cdot \frac{B'X' \cdot C'Y' \cdot A'Z'}{C'X' \cdot A'Y' \cdot B'Z'} = 1,$$

X, X' étant les points d'intersection avec BC et B'C' d'une droite passant par A.
 Y, Y' » » » » CA et C'A' » » B,
 Z, Z' » » » » AB et A'B' » » C.

Démonstration. — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB'. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB'C, C'BB', on a

$$1 = \frac{BX \cdot CA \cdot B'D}{CX \cdot B'A \cdot BD}, \quad 1 = \frac{BD \cdot B'X \cdot C'A}{B'D \cdot C'X \cdot BA},$$

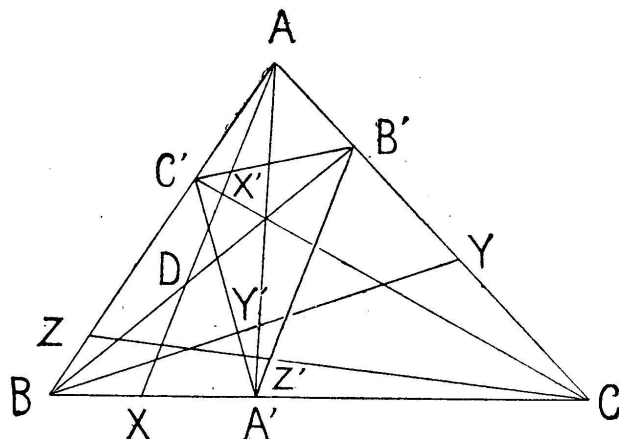
d'où l'on déduit

$$(\alpha) \quad 1 = - \frac{AC' \cdot CA \cdot BX \cdot B'X'}{AB' \cdot AB \cdot CX \cdot C'X'}$$

On a de la même manière

$$(\beta) \quad 1 = - \frac{BA' \cdot AB \cdot CY \cdot C'Y'}{BC' \cdot BC \cdot AY \cdot A'Y'}$$

$$(\gamma) \quad 1 = - \frac{CB' \cdot BC \cdot AZ \cdot A'Z'}{CA' \cdot CA \cdot BZ \cdot B'Z'}$$



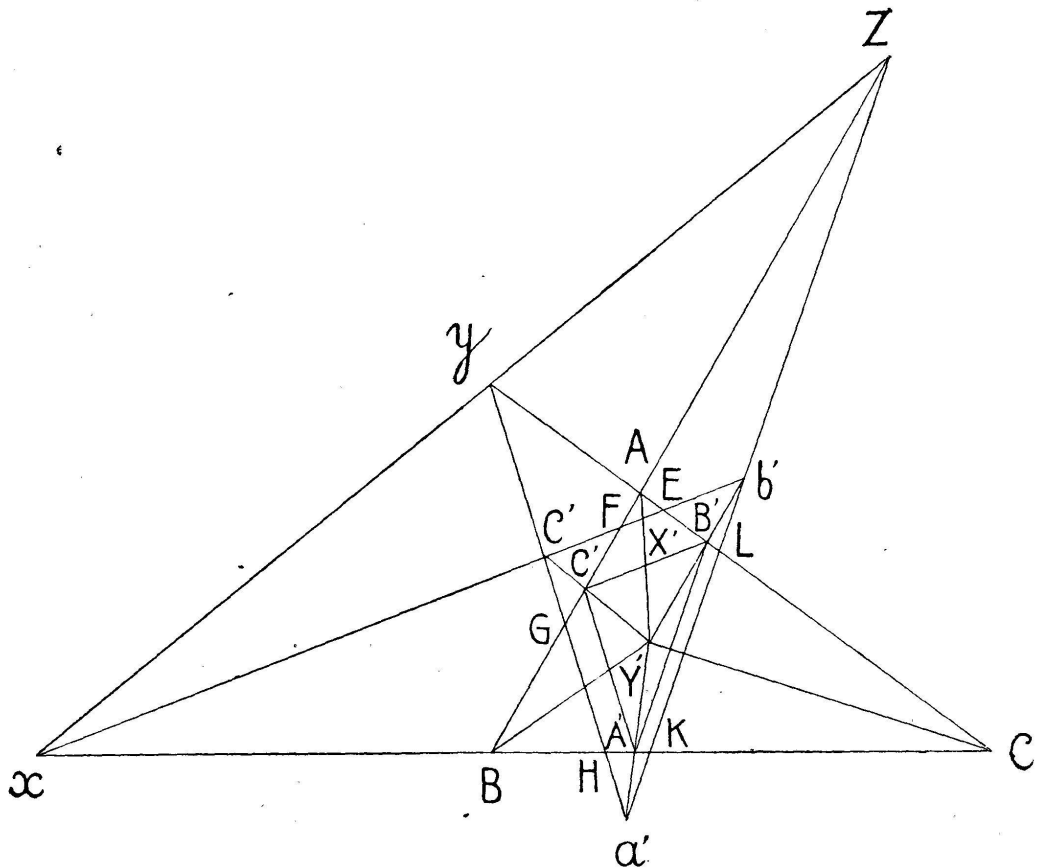
En multipliant membre à membre on obtient

$$\begin{aligned}
 1 &= - \frac{AC'.BA'.CB'}{BC'.CA'.AB'} \cdot \frac{CA.AB.BC}{AB.BC.CA} \cdot \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{BX'.CY'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'} \\
 &= (-1)(-1)(+1) \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'} \\
 &= \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}.
 \end{aligned}$$

Corollaires. — I. Quand AX, BY, CZ sont des droites concourantes, il en est de même de A'X', B'Y', C'Z', et inversement.

II. Quand X, Y, Z sont collinéaires, X', Y', Z' le sont aussi, et inversement.

III. Le triangle ABC et un autre triangle $a'b'c'$ homothétique à A'B'C' sont perspectifs; inversement le triangle A'B'C' et un autre triangle abc homothétique à ABC sont perspectifs. Dans les deux cas le centre d'homothétie est le point d'intersection de AX' avec BY', X' et Y' étant les points milieux des côtés du triangle A'B'C' qui sont opposés à A et B.



En effet, soient x, y, z les points d'intersection des côtés correspondants des deux triangles $a'b'c'$ et A'B'C', on a

$$b'E = c'F, \quad c'G = a'H, \quad a'K = l'L,$$

E, F étant les points d'intersection de $b'c'$ avec CA et AB; de même pour G et H; K et L.

Si nous envisageons les côtés du triangle ABC comme transversales du triangle $a'b'c'$, nous pouvons écrire

$$\frac{b'x}{c'x} = \frac{b'K.c'H}{a'K.c'H}, \quad \frac{c'y}{a'y} = \frac{c'E.b'L}{b'E.a'L} = \frac{c'E.a'K}{b'E.b'K},$$

$$\frac{a'z}{b'z} = \frac{a'G.c'F}{c'a.b'F} = \frac{c'H.b'E}{a'H.c'E}.$$

Ces relations donnent

$$\frac{b'x.c'y.a'z}{c'x.a'y.a'z} = 1,$$

d'où il résulte que les points x, y, z sont collinéaires.

On démontrerait de la même manière la seconde partie du corollaire.

Y. SAWAYAMA (Tokio).

A propos de la rotation de la Terre¹.

Lettre de M. G. COMBEBIAC (Bourges).

Dans cette question j'en discerne deux à traiter successivement et dont la première est celle-ci : la rotation constitue-t-elle, pour les corps, une qualité objective ?

Si le doute est permis lorsqu'on se cantonne dans le domaine cinématique, on peut, semble-t-il, affirmer que l'état dynamique d'un corps permet de définir la rotation dont il peut être animé (direction de l'axe et intensité). Donc, dans notre conception actuelle de la dynamique, la rotation absolue constitue bien une qualité objective des corps ; en d'autres termes, nos conceptions dynamiques comportent, bon gré mal gré, la notion de ce qu'on a appelé l'espace absolu. Aussi le relativiste dont M. Andrault nous a communiqué les très intéressantes réflexions ne manque-t-il pas de nous affirmer que « la rotation de la terre est à l'origine de notre dynamique ». Il faut reconnaître que l'argument vise bien le cœur de la question ; seulement il ne cadre pas avec les faits, car, s'il ne paraît pas impossible de soutenir que la dynamique est d'origine exclusivement terrestre (en Astronomie, on observe des mouvements et non pas des forces), ses lois sont en revanche d'une nature telle qu'elles excluent toute dépendance avec la rotation de la terre et avec celle d'un système quelconque de repères. Il est en effet facile de se rendre compte que, si l'on n'avait observé que des mouvements relatifs, l'intervention de la force

¹ Voir l'*Enseignement Mathématique* du 15 mars, 1904, p. 150-155.

centrifuge et, le cas échéant, de celle de Coriolis aurait conduit, non pas à admettre des lois différentes pour la dynamique, mais bien à introduire des forces d'une nature inconnue et dont la science continuerait à rechercher l'explication, comme c'est encore le cas pour la gravité universelle. Bref, il n'est pas possible d'attribuer une signification sensée à cette proposition : les lois dynamiques sont relatives à un système de référence déterminé.

Bien loin que des explications différentes soient admissibles pour un même phénomène, ce qui est au contraire surprenant, c'est l'existence, pour tout phénomène, d'une explication, en égard aux conditions que l'esprit exige de celle-ci ; la croyance à cette existence (la foi en la raison) ne sera pleinement justifiée que lorsqu'elle aura, elle aussi, trouvé son explication. Seule d'ailleurs, la science peut donner satisfaction à cet égard, au risque d'augmenter son domaine aux dépens de celui que prétend se réserver sa rivale, la métaphysique.

Au surplus, les partisans de la relativité scientifique disposent d'un moyen d'éclairer leur lanterne, c'est de se donner la peine, ainsi que les y invite fort judicieusement M. Stuyvaert, d'illustrer leur théorie par un exemple concret en édifiant, à côté de l'explication *la plus commode* d'un fait déterminé (pleinement élucidé), une autre explication choisie parmi celles moins commodes et prétendues aussi exactes dont on nous a jusqu'à présent entretenus sans nous les montrer. Mais ils s'apercevront alors que ces explications présentent, en plus de leur incommodité, un autre défaut, celui de n'être pas des explications.

Un mot encore : toute question ayant une signification précise relève nécessairement de la science, tout autre question doit disparaître ; que reste-t-il alors dans le champ de la métaphysique ?

Note additive : J'ajouterai, pour préciser ma pensée, que même en n'observant que des mouvements relatifs, on est conduit à la notion du mouvement absolu. C'est l'idée que j'examinerai dans une courte note sur la loi de l'inertie.

Lettre de M. ANDRAULT (Grenoble).

1. LA RELATIVITÉ DES FORCES CENTRIFUGES. — A l'encontre de certains pseudo-absolutistes, M. Combébiac peut parler des relativistes en général, comme s'il ne l'était pas. Son affirmation, « qu'il n'est pas possible d'attribuer une signification sensée à cette proposition : les lois dynamiques sont relatives à un système de référence déterminé » le classe sans ambiguïté.

A la lettre, il se fonde, pour la justifier sur ce que nous aurions observé autre chose que des mouvements relatifs. Je lui demanderais où ? quand ? comment ? si je ne supposais que la plume, en

cet endroit, a dépassé sa pensée et qu'il ne faille lire « Si les mouvements, que nous avons observés, n'étaient que relatifs l'inter-
« vention des forces centrifuges aurait conduit, etc. » Je crois donc être interprète fidèle, en disant que c'est l'existence des forces centrifuges qui l'amène à penser que la rotation est dans les corps, et par suite, que les principes ne se rapportent à aucun repère déterminé, mais à un espace absolu devenu nécessaire.

En est-il ainsi ? toute la question est alors de savoir si les forces centrifuges ne dépendent que du corps auquel nous les attribuons. Consultons l'expérience à ce sujet :

Lorsqu'un corps tourne relativement à certains repères, il est soumis à l'action de forces dites forces centrifuges ; voilà ce qu'elle nous apprend. Mais *cela n'est pas vrai pour tous les repères.*

Quand donc on énonce la loi exprimant sous quelles conditions naissent et grandissent les forces centrifuges, on ne peut sans la fausser faire abstraction des repères. Et l'on ne peut pas davantage les omettre dans un raisonnement sans en altérer la portée. C'est ce que mon honorable contradicteur me paraît avoir méconnu : *Les forces centrifuges sont relatives comme le sont les mouvements.* Je n'ajoute pas « comme le sont toutes nos connaissances » parce que cela n'est pas dans la question. Mais si toutes nos affirmations sont de même nature, je ne vois pas de plus bel exemple à invoquer, pour établir qu'elles sont toutes relatives, que celui du mouvement en général, des rotations en particulier. Et alors, *si expliquer un phénomène, c'est en pénétrer l'essence et la réalité absolue, nous n'expliquons rien.* M. Combebiac, qu'est-ce qu'une explication ? La théorie suivante qui n'a pas été imaginée à votre intention est-elle une explication ?

2. THÉORIE FALLACIEUSE DES MARÉES : LA TERRE SATELLITE DE LA LUNE. Certains partisans du mouvement absolu s'égayent aux dépens des relativistes en leur faisant dire des sottises, par exemple que la terre ne tourne pas. A ceux-là je dédie ce court monologue.

« Bien des personnes éprouvent des difficultés singulières à
« comprendre la théorie des marées. C'est qu'elles ne peuvent se
« défaire de cette ancienne croyance que la lune tourne autour de
« la terre. Il est bien clair en effet, que si la terre était immobile,
« la lune en attirant les eaux de l'Océan les soulèverait de son côté,
« et de celui-là seulement. Admettre que tout en les attirant, elle
« les soulève du côté opposé, c'est ce qui paraît à chacun d'une
« absurdité palpable. Mais qu'au contraire, on considère que c'est
« la terre qui circule autour de la lune : Dans cette chute incessante,
« les eaux tournées vers la lune, plus fortement attirées que
« le reste, prennent une avance et font saillie de ce côté ; les eaux
« opposées, moins fortement attirées, restent en arrière et font
« une bosse de l'autre côté. La double haute mer journalière s'ex-
« plique sans difficulté. »

« De nos deux hypothèses, la première est donc à rejeter : Ce « n'est pas la lune qui est satellite de la terre, mais la terre satellite de la lune. »

Raisonnement sophistique dira-t-on ? Peut-être, mais pas plus que beaucoup d'autres ayant cours, qui doivent aussi leur apparente validité, à cette illusion que se mouvoir est une locution ayant une signification par elle-même ; raisonnement qui, et tout cas, n'est trompeur que dans une conception absolutiste, puisqu'il suppose distinctes, les deux hypothèses mises en jeu.

CHRONIQUE

G. Oltramare.

L'Enseignement mathématique doit un hommage particulier à la mémoire de l'un de ses membres du Comité de Patronage, M. G. Oltramare, décédé à Genève, le 10 avril dernier, dans sa quatre-vingt-dixième année. Professeur honoraire de l'Université de Genève et doyen des mathématiciens suisses, M. Oltramare avait, en effet, été l'un des premiers, à accepter à faire partie de ce Comité, et, depuis, avait constamment témoigné son intérêt à ce journal.

Nous consacrerons prochainement une Notice à sa vie et à ses travaux.

LA RÉDACTION.

Comité de Patronage de « l'Enseignement mathématique. »

M. G. Oltramare a été remplacé dans le Comité de Patronage par M. le professeur J. FRANEL, Directeur de l'École polytechnique fédérale, à Zurich. L'appui que nous apporte le savant professeur nous sera très précieux, et nous le remercions bien sincèrement d'avoir bien voulu nous honorer de son acceptation.

LA RÉDACTION.