Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Règle mnémonique pour retenir les analogies de Delambre.
Autor: L, C.-A.

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Règle mnémonique pour retenir les analogies de Delambre.

(Extrait d'une lettre de M. D'OCAGNE*).*

« ... En interrogeant les élèves sur l'Astronomie, je me suis aperçu de la difficulté qu'ils ont, en général, à écrire de mémoire au tableau les analogies de Delambre dont le secours est indispensable pour la résolution logarithmique des triangles sphériques. J'ai été ainsi amené à leur proposer la règle suivante :

Les analogies de Delambre rentrent toutes dans la forme

$$f\left(\frac{A}{2}\right)\varphi\left(\frac{b \pm c}{2}\right) = \varphi\left(\frac{a}{2}\right)\psi\left(\frac{B \pm C}{2}\right)$$

où f, φ, ψ sont des *sin* et *cos*. En outre :

1° f et ψ sont toujours différents ;

2° on a, sous φ, le signe $+$ ou le signe $-$, suivant que f est *sin* ou *cos* ;

3° on a, sous ψ le même signe que sous φ, ou non, suivant que ψ est le même que φ, ou non.

Cela permet d'écrire sans hésitation :

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{b+c}{2} = \sin\frac{a}{2}\cos\frac{B-C}{2},$$

$$\sin\frac{A}{2}\cos\frac{b+c}{2} = \cos\frac{a}{2}\cos\frac{B+C}{2},$$

$$\cos\frac{A}{2}\sin\frac{b-c}{2} = \sin\frac{a}{2}\sin\frac{B-C}{2},$$

$$\cos\frac{A}{2}\cos\frac{b-c}{2} = \cos\frac{a}{2}\sin\frac{B+C}{2}.»$$

Remarque. — La très intéressante observation de M. D'OCAGNE peut se résumer symboliquement, d'une façon encore plus concise.

Si on assimile, dans chacun des membres, les signes sin et $+$, cos et $-$, $+$ et $+$, $-$ et $-$, chaque relation est caractérisée, dans

le premier membre, par trois signes α, β, γ et dans le second par α', β', γ'.

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$; et dès lors, celui du second $(\alpha'\beta'\gamma')$ est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois α, β et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha\ \beta\ \ \alpha\ \beta\ \ -\alpha - \beta\ ,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha\ \beta\ \alpha)\quad (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations. C.-A. L.

Un théorème sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

Théorème. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A′B′C′, tels que les sommets A′, B′, C′ soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.\ C'Y'.\ A'Z'}{C'X'.\ A'Y'.\ B'Z'} = 1\ ,$$

X, X′ étant les points d'intersection avec BC et B′C′ d'une droite passant par A.
Y, Y′ » » » » CA et C′A′ » » B,
Z, Z′ » » » » AB et A′B′ » » C.

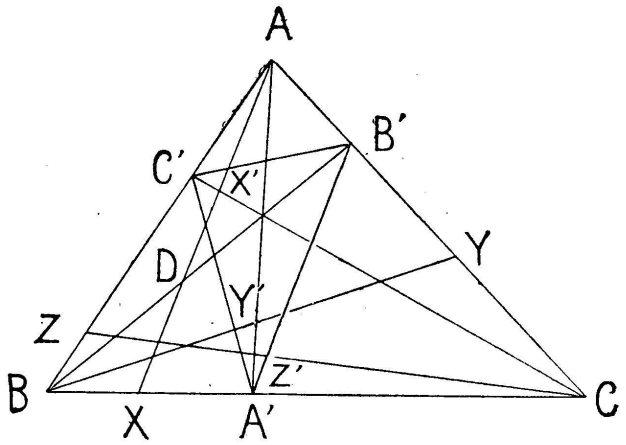
Démonstration. — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB′. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB′C, C′BB′, on a

$$1 = \frac{BX.CA.B'D}{CX.B'A.BD}\ ,\qquad 1 = \frac{BD.B'X.C'A}{B'D.C'X.BA}\ ,$$

d'où l'on déduit

$$(\alpha)\qquad 1 = -\frac{AC'.CA.BX.B'X'}{AB'.AB.CX.C'X'}\ .$$

On a de la même manière

$$(\beta)\qquad 1 = -\frac{BA'.AB.CY.C'Y'}{BC'.BC.AY.A'Y'}\ ,$$

$$(\gamma)\qquad 1 = -\frac{CB'.BC.AZ.A'Z'}{CA'.CA.BZ.B'Z'}\ .$$