le premier membre, par trois signes $\alpha, \beta, \gamma$ et dans le second par $\alpha', \beta', \gamma'$.

On a toujours $\gamma = \alpha$, c'est-à-dire que le symbole du premier membre est $\alpha\beta\alpha$ ; et dès lors, celui du second $(\alpha'\beta'\gamma')$ est $\beta - \alpha - \beta$.

Si on écrit trois fois $\alpha$, $\beta$ et si on change le signe du dernier groupe

$$\alpha \beta \quad \alpha \beta \quad - \alpha - \beta ,$$

il suffit de diviser cette suite en deux moitiés

$$(\alpha \beta \alpha) \quad (\beta - \alpha - \beta)$$

pour obtenir les deux symboles caractérisant l'une quelconque des quatre relations.

C.-A. L.

## Un théoreme sur la Géométrie moderne.

Voici un théorème de Géométrie moderne qui, je crois, est nouveau.

Théorème. — Etant donnés deux triangles perspectifs ABC et A'B'C', tels que les sommets A', B', C' soient situés un à un sur les côtés du triangle ABC, on a

$$\frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.\,C'Y'.\,A'Z'}{C'X'.\,A'Y'.\,B'Z'} = 1 ,$$

X,X' étant les points d'intersection avec BC et B'C' d'une droite passant par A.
Y,Y' » » » » CA et C'A' » » B,
Z,Z' » » » » AB et A'B' » » C.

*Démonstration.* — Soit D le point d'intersection des droites AX et BB'. Si l'on considère AX comme transversale par rapport aux triangles BB'C, C'BB', on a

$$1 = \frac{BX.CA.B'D}{CX.B'A.BD} , \qquad 1 = \frac{BD.B'X.C'A}{B'D.C'X.BA} ,$$

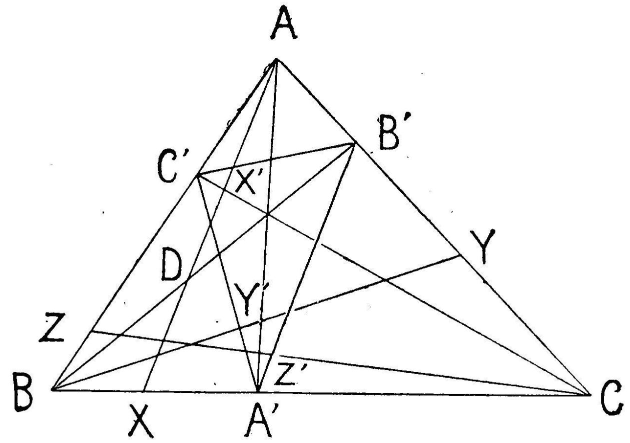
d'où l'on déduit

$$(\alpha) \qquad 1 = - \frac{AC'.CA.BX.B'X'}{AB'.AB.CX.C'X'} .$$

On a de la même manière

$$(\beta) \qquad 1 = - \frac{BA'.AB.CY.C'Y'}{BC'.BC.AY.A'Y'} ,$$

$$(\gamma) \qquad 1 = - \frac{CB'.BC.AZ.A'Z'}{CA'.CA.BZ.B'Z'} .$$



En multipliant membre à membre on obtient

$$1 = -\frac{AC'.BA'.CB'}{BC'.CA'.AB'} \cdot \frac{CA.AB.BC}{AB.BC.CA} \cdot \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{BX'.CY'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}$$

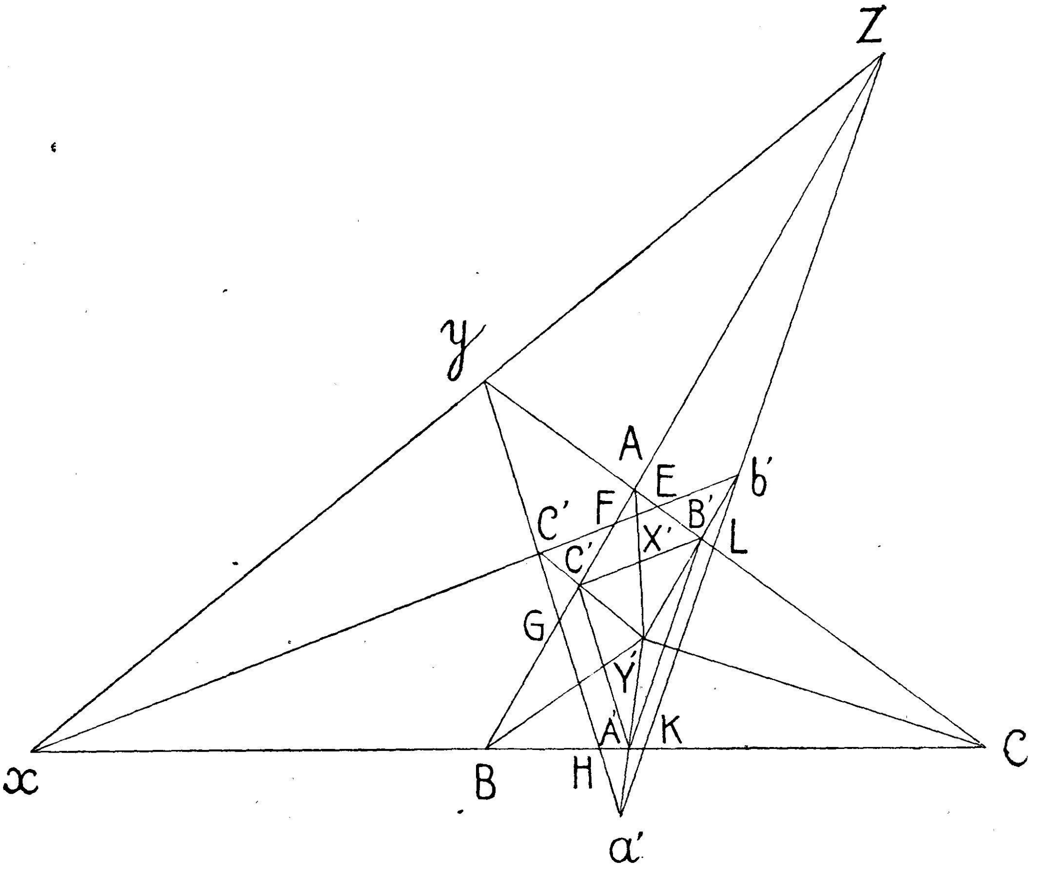
$$= (-1)(-1)(+1)\frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'}$$

$$= \frac{BX.CY.AZ}{CX.AY.BZ} \cdot \frac{B'X'.C'Y'.A'Z'}{C'X'.A'Y'.B'Z'} .$$

*Corollaires.* — I. Quand AX, BY, CZ sont des droites concourantes, il en est de même de A′X′, B′Y′, C′Z′, et inversement.

II. Quand X, Y, Z sont collinéaires, X′, Y′, Z′ le sont aussi, et inversement.

III. Le triangle ABC et un autre triangle $a'b'c'$ homothétique à A′B′C′ sont perspectifs ; inversement le triangle A′B′C′ et un autre triangle $abc$ homothétique à ABC sont perspectifs. Dans les deux cas le centre d'homothétie est le point d'intersection de AX′ avec BY′, X′ et Y′ étant les points milieux des côtés du triangle A′B′C′ qui sont opposés à A et B.




En effet, soient $x$, $y$, $z$ les points d'intersection des côtés correspondants des deux triangles $a'b'c'$ et A′B′C′, on a

$$b'E = c'F , \quad c'G = a'H , \quad a'K = l'L ,$$

E, F étant les points d'intersection de $b'c'$ avec CA et AB ; de même pour G et H, K et L.

Si nous envisageons les côtés du triangle ABC comme transversales du triangle $a'b'c'$, nous pouvons écrire

$$\frac{b'x}{c'x} = \frac{b'K \, . \, c'H}{a'K \, . \, c'H} \, , \quad \frac{c'y}{a'y} = \frac{c'E \, . \, b'L}{b'E \, . \, a'L} = \frac{c'E \, . \, a'K}{b'E \, . \, b'K} \, ,$$

$$\frac{a'z}{b'z} = \frac{a'G \, . \, c'F}{c'a \, . \, b'F} = \frac{c'H \, . \, b'E}{a'H \, . \, c'E} \, .$$

Ces relations donnent

$$\frac{b'x \, . \, c'y \, . \, a'z}{c'x \, . \, a'y \, . \, a'z} = 1 \, ,$$

d'où il résulte que les points $x$, $y$, $z$ sont collinéaires.

On démontrerait de la même manière la seconde partie du corollaire. Y. Sawayama (Tokio).

## A propos de la rotation de la Terre[1].

*Lettre de* M. G. Combebiac (Bourges).

Dans cette question j'en discerne deux à traiter successivement et dont la première est celle-ci : la rotation constitue-t-elle, pour les corps, une qualité objective ?

Si le doute est permis lorsqu'on se cantonne dans le domaine cinématique, on peut, semble-t-il, affirmer que l'état dynamique d'un corps permet de définir la rotation dont il peut être animé (direction de l'axe et intensité). Donc, dans notre conception actuelle de la dynamique, la rotation absolue constitue bien une qualité objective des corps ; en d'autres termes, nos conceptions dynamiques comportent, bon gré mal gré, la notion de ce qu'on a appelé l'espace absolu. Aussi le relativiste dont M. Andrault nous a communiqué les très intéressantes réflexions ne manque-t-il pas de nous affirmer que « la rotation de la terre est à l'origine de notre dynamique ». Il faut reconnaître que l'argument vise bien le cœur de la question ; seulement il ne cadre pas avec les faits, car, s'il ne parait pas impossible de soutenir que la dynamique est d'origine exclusivement terrestre (en Astronomie, on observe des mouvements et non pas des forces), ses lois sont en revanche d'une nature telle qu'elles excluent toute dépendance avec la rotation de la terre et avec celle d'un système quelconque de repères. Il est en effet facile de se rendre compte que, si l'on n'avait observé que des mouvements relatifs, l'intervention de la force

[1] Voir l'*Enseignement Mathématique* du 15 mars, 1904, p. 150-155.