VI. — La notion du travail et le moment mutuel de deux systèmes de vecteurs.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

de vecteurs simples ; mais ces vecteurs d'un nouveau genre admettant aussi des couples, il y aura lieu de se demander ce que représentent *ces couples de couples* par rapport aux vecteurs du premier genre.

Voici la réponse très simple à cette question, réponse dont la justification s'apercevra d'une manière intuitive par la théorie des vecteurs perpendiculaires à une même droite. Ainsi donc :

THÉORÈME 25. — ε désignant un nombre égal à 1 dans la géométrie de la droite ouverte non euclidienne égal à — 1 dans la géométrie de la droite fermée, égal à zéro dans la géométrie d'Euclide, et si on prend comme mesure du moment le double produit du vecteur multiplié par la fonction R du demi bras de levier, un couple de moments, dont le moment nouveau est μ équivaut à un vecteur V porté sur l'axe du couple du second genre et l'on a

$$\mu = -\varepsilon V ,$$

en sorte que dans l'espace d'Euclide un couple de couples équivaut à zéro.

REMARQUE. — Ce théorème fournit en Statique non euclidienne une détermination très simple *de l'axe central* d'un système de vecteurs.

VI. — La notion du travail et le moment mutuel de deux systèmes de vecteurs.

On a vu que la vitesse de tout point d'un solide animé de diverses rotations relatives est un vecteur égal au vecteur résultant des vecteurs qui représentent les vitesses dues aux rotations isolées ; considérons alors deux systèmes de vecteurs S et S′, faisons représenter à l'un d'eux un système de forces, et à l'autre un système de rotations relatives et considérons le déplacement infiniment petit Σ d'un solide qui résulte de ces rotations relatives pendant le temps *dt* soit F une des forces de S ; soit $v\,dt$ le déplacement infiniment petit de son point d'application, le travail de la force F par rapport à ce déplacement est

$$\Sigma \mathrm{F} v dt \cos (\widehat{\mathrm{F}, \mathrm{V}}) = \mu dt \;;$$

ce travail est encore égal à la somme des produits des rotations par *le moment* de chaque force par rapport à l'axe de cette rotation, cette somme étant multipliée par dt; cette seconde définition devra donc être indépendante des rôles attribués aux deux groupes de vecteurs; μ s'appelle le moment du groupe des deux systèmes de vecteurs.

Théorème 26. — Le moment d'un groupe de deux systèmes de vecteurs demeure invariable quand on remplace l'un ou l'autre des systèmes par un système équivalent.

Dernière remarque. — Pour terminer cette genèse cinématique de la géométrie naturelle il resterait à établir que tout mouvement continu quelconque d'un solide dont *trois points* formant triangle ont à un moment donné des vitesses, possède à ce même moment une distribution générale de vitesses; la démonstration est facile, et doit précéder c'est-à-dire dominer l'emploi d'aucun système de coordonnées spécialisé.

Mais je m'arrête ici, mon but était de préciser avec une rigueur complète le rôle des fonctions angulaires dans la géométrie naturelle. Ce rôle éclairé par l'idée d'Archimède et l'idée de Poinsot, nous conduit avec la plus grande simplicité à ce résultat: qu'il existe trois structures possibles de l'espace et trois seulement, compatibles avec la symétrie et les déplacements des solides.

Jules Andrade (Besançon).