

DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE CORIOLIS

Autor(en): **Bertrand, Emile**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-9272>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

h et k étant deux constantes fixes pour tous les points de la droite, tandis que ρ, ρ', \dots peuvent varier d'un point à l'autre. On prouve alors facilement que l'on a

$$AB = \frac{\rho\rho'}{hk.OO'} (a_1b_2 - a_2b_1) = \frac{\rho\rho'}{hk.OO'} (ab) .$$

En substituant dans l'identité de Pappus qui contient chaque lettre A, B, C, D une fois dans chaque terme, on fait disparaître le facteur commun $\rho\rho'\rho''\rho'''$ et l'on a l'identité fondamentale de la théorie des formes binaires,

$$(da)(bc) + (db)(ca) + (dc)(ab) = 0 .$$

Mais toutes les identités du type (11) ont chaque lettre le même nombre de fois dans chaque terme et fournissent donc des identités analogues entre déterminants à deux lignes.

Ainsi toute identité entre points en ligne droite qui se transporte sur le cercle par vecteurs réciproques donne aussi une identité entre déterminants à deux lignes.

M. STUYVAERT (Gand).

DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE CORIOLIS

1. \bar{v}_a, \bar{v}_r et \bar{v}_e représentant les vitesses absolue, relative et d'entraînement d'un point mobile, on a

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r ,$$

et, le signe D indiquant la dérivée géométrique prise dans l'observatoire absolu :

$$D\bar{v}_a = D\bar{v}_e + D\bar{v}_r .$$

Il reste à chercher les significations des trois termes compris dans cette égalité.

2. $D\bar{v}_a$ est l'accélération absolue \bar{j}_a du mobile.

3. (fig. 1). A est la position du mobile à l'instant t . A l'instant $t + \Delta t$ le mobile est venu en C et le point A de l'observatoire relatif en B ; le mouvement d'entraînement est défini à l'instant t par la vitesse \bar{v}_e du point A et la rotation $\bar{\omega}$ passant par A, qui deviennent \bar{v}' et $\bar{\omega}'$ à l'instant $t + \Delta t$.

L'accélération d'entraînement \bar{j}_e est celle du point A de l'observatoire relatif :

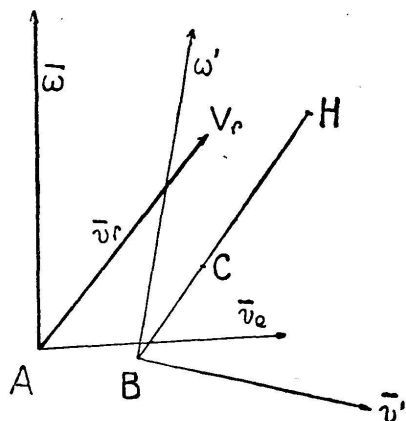


Fig. 1.

$$\bar{j}_e = \lim \frac{\bar{v}' - \bar{v}_e}{\Delta t} .$$

La vitesse d'entraînement \bar{v}'_e à l'instant $t + \Delta t$ est celle du point C de l'observatoire relatif :

$$\bar{v}'_e = \bar{v}' + \text{Mom}_C \bar{\omega}' .$$

La dérivée géométrique de la vitesse d'entraînement est

$$D\bar{v}_e = \lim \frac{\bar{v}'_e - \bar{v}_e}{\Delta t} = \lim \frac{\bar{v}' - \bar{v}_e}{\Delta t} + \lim \frac{1}{\Delta t} \text{Mom}_C \bar{\omega}' .$$

Prolongeons BC jusqu'en H, tel que $BH = \frac{1}{\Delta t} BC$, nous aurons

$$D\bar{v}_e = \bar{j}_e + \lim \text{Mom}_H \bar{\omega}' ,$$

le vecteur moment continuant à avoir C pour origine. Or la limite de $\bar{\omega}'$ est $\bar{\omega}$, celle de C est A et celle de H est l'extrémité V_r de la vitesse relative. Il vient donc :

$$D\bar{v}_e = \bar{j}_e + \text{Mom}_{V_r} \bar{\omega} .$$

4. (fig. 2). A l'instant t l'observateur absolu mène par un point fixe O_1 un vecteur $\overline{O_1H_1} = \bar{v}_r$ et l'observateur relatif mène un vecteur égal $\overline{OV_r}$, mais le mouvement d'entraînement déplace ce dernier vecteur qui se trouve en $O'H'$ à

l'instant $t + \Delta t$, auquel les deux observateurs mènent des vecteurs $\overline{O_1 I_1}$ et $\overline{O' I'}$ équipollents à la nouvelle vitesse relative. Par définition

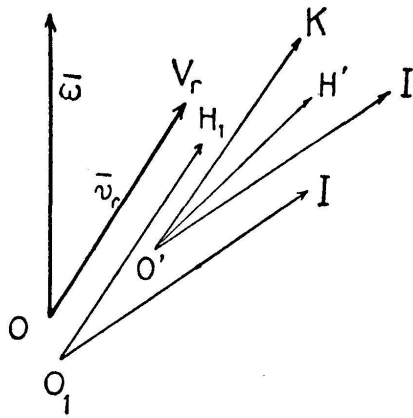


Fig. 2.

$$D\overline{v}_r = \lim \frac{\overline{H_1 I_1}}{\Delta t} \quad \overline{j}_r = \lim \frac{\overline{H' I'}}{\Delta t}$$

Menons $\overline{O' K} = \overline{O_1 H_1}$; il vient

$$\frac{\overline{H_1 I_1}}{\Delta t} = \frac{\overline{K I'}}{\Delta t} = \frac{\overline{K H'}}{\Delta t} + \frac{\overline{H' I'}}{\Delta t}.$$

Passons à la limite en remarquant que $\lim \frac{\overline{K H'}}{\Delta t}$ n'est autre que la vitesse du point V_r dans le mouvement de rotation de l'observatoire relatif autour de O , c'est-à-dire $\text{Mom}_{V_r} \overline{\omega}$; nous aurons

$$D\overline{v}_r = \text{Mom}_{V_r} \overline{\omega} + \overline{j}_r.$$

5. Par conséquent

$$\overline{j}_a = \overline{j}_e + \overline{j}_r + 2 \text{Mom}_{V_r} \overline{\omega}.$$

Mars 1906.

Emile BERTRAND (Bruxelles).