DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE CORIOLIS

Autor(en): **Bertrand, Emile**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9272

h et k étant deux constantes fixes pour tous les points de la droite, tandis que ρ. ρ'.... peuvent varier d'un point à l'autre. On prouve alors facilement que l'on a

$$\mathrm{AB} = \frac{\rho\rho'}{hk.\mathrm{OO}'}(a_1 b_2 - a_2 b_1) = \frac{\rho\rho'}{hk.\mathrm{OO}'}(ab) \;.$$

En substituant dans l'*identité de Pappus* qui contient chaque lettre A, B, C, D une fois dans chaque terme, on fait disparaître le facteur commun $\rho\rho'\rho''\rho'''$ et l'on a l'identité fondamentale de la théorie des formes binaires,

$$(da)(bc) + (db)(ca) + (dc)(ab) = 0 \;.$$

Mais toutes les identités du type (11) ont chaque lettre le même nombre de fois dans chaque terme et fournissent donc des identités analogues entre déterminants à deux lignes.

Ainsi toute identité entre points en ligne droite qui se transporte sur le cercle par vecteurs réciproques donne aussi une identité entre déterminants à deux lignes.

M. Stuyvaert (Gand).

DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DE CORIOLIS

1. $\overline{v_a}$, $\overline{v_r}$ et $\overline{v_e}$ représentant les vitesses absolue, relative et d'entraînement d'un point mobile, on a

$$\overline{v_a} = \overline{v_e} + \overline{v_r} \;,$$

et, le signe D indiquant la dérivée géométrique prise dans l'observatoire absolu :

$$\mathrm{D}\overline{v_a} = \mathrm{D}\overline{v_e} + \mathrm{D}\overline{v_r} \;.$$

Il reste à chercher les significations des trois termes compris dans cette égalité.

2. $\mathrm{D}\overline{v_a}$ est l'accélération absolue $\overline{j_a}$ du mobile.

3. (fig. 1). A est la position du mobile à l'instant t. A l'instant $t + \Delta t$ le mobile est venu en C et le point A de l'observatoire relatif en B ; le mouvement d'entraînement est défini à l'instant t par la vitesse $\overline{v_e}$ du point A et la rotation $\overline{\omega}$ passant par A, qui deviennent $\overline{v'}$ et $\overline{\omega'}$ à l'instant $t + \Delta t$.

L'accélération d'entraînement $\overline{j_e}$ est celle du point A de l'observatoire relatif :

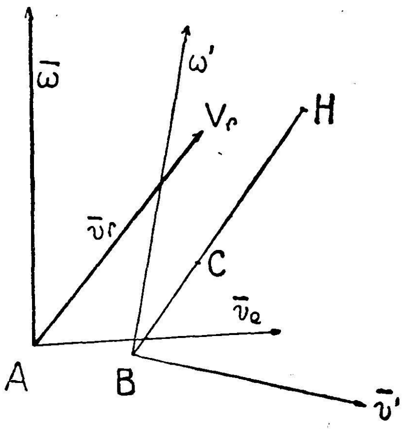

Fig. 1.

$$\overline{j_e} = \lim \frac{\overline{v'} - \overline{v_e}}{\Delta t} .$$

La vitesse d'entraînement $\overline{v'_e}$ à l'instant $t + \Delta t$ est celle du point C de l'observatoire relatif :

$$\overline{v'_e} = \overline{v'} + \mathrm{Mom}_C\, \overline{\omega'} .$$

La dérivée géométrique de la vitesse d'entraînement est

$$D\overline{v_e} = \lim \frac{\overline{v'_e} - \overline{v_e}}{\Delta t} = \lim \frac{\overline{v'} - \overline{v_e}}{\Delta t} + \lim \frac{1}{\Delta t}\, \mathrm{Mom}_C\, \overline{\omega'} .$$

Prolongeons BC jusqu'en H, tel que $BH = \frac{1}{\Delta t} BC$, nous aurons

$$D\overline{v_e} = \overline{j_e} + \lim \mathrm{Mom}_H\, \overline{\omega'} ,$$

le vecteur moment continuant à avoir C pour origine. Or la limite de $\overline{\omega'}$ est $\overline{\omega}$, celle de C est A et celle de H est l'extrémité V_r de la vitesse relative. Il vient donc :

$$D\overline{v_e} = \overline{j_e} + \mathrm{Mom}_{V_r}\, \overline{\omega} .$$

4. (fig. 2). A l'instant t l'observateur absolu mène par un point fixe O_1 un vecteur $\overline{O_1H_1} = \overline{v_r}$ et l'observateur relatif mène un vecteur égal $\overline{OV_r}$, mais le mouvement d'entraînement déplace ce dernier vecteur qui se trouve en $O'H'$ à

l'instant $t + \Delta t$, auquel les deux observateurs mènent des vecteurs $\overline{O_1 I_1}$ et $\overline{O'I'}$ équipollents à la nouvelle vitesse relative. Par définition

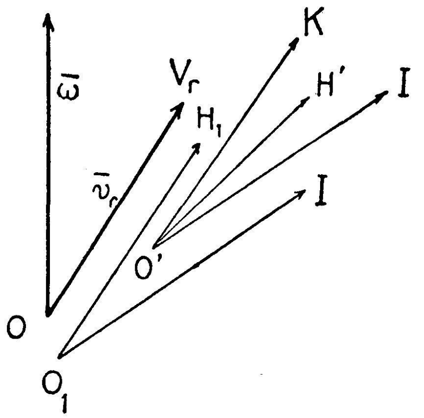

Fig. 2.

$$D\overline{v_r} = \lim \frac{\overline{H_1 I_1}}{\Delta t} \qquad \overline{j_r} = \lim \frac{\overline{H'I'}}{\Delta t}$$

Menons $\overline{O'K} = \overline{O_1 H_1}$; il vient

$$\frac{\overline{H_1 I_1}}{\Delta t} = \frac{\overline{KI'}}{\Delta t} = \frac{\overline{KH'}}{\Delta t} + \frac{\overline{H'I'}}{\Delta t} .$$

Passons à la limite en remarquant que $\lim \frac{KH'}{\Delta t}$ n'est autre que la vitesse du point V_r dans le mouvement de rotation de l'observatoire relatif autour de O, c'est-à-dire $\mathrm{Mom}_{V_r} \overline{\omega}$; nous aurons

$$D\overline{v_r} = \mathrm{Mom}_{V_r} \overline{\omega} + \overline{j_r} .$$

5. Par conséquent

$$\overline{j_a} = \overline{j_e} + \overline{j_r} + 2\,\mathrm{Mom}_{V_r} \overline{\omega} .$$

Mars 1906.

Emile Bertrand (Bruxelles).