SUR LA GÉOMÉTROGRAPHIE DES COURBES PLANES

Autor(en): **Godeaux, L.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9277

Ou bien : *Etant données cinq tangentes d'une conique, on en prend quatre pour former un quadrilatère, et on choisit à volonté deux points sur la cinquième tangente ; on joint le premier à deux sommets opposés et le second aux deux autres sommets des quadrilataires ; deux points d'intersection des droites ainsi obtenues et combinées deux à deux formeront avec chaque groupe des sommets opposés, deux quadrilatères tels que les droites réunissant les points de concours des côtés opposés de l'un avec les points analogues de l'autre seront des tangentes à la conique.* (Carnoy, *loc. cit.*)

M. Alliaume.

SUR LA GÉOMÉTROGRAPHIE DES COURBES PLANES

1. — La méthode que nous avons donnée [1] ne s'applique pas, comme nous l'avons du reste fait remarquer, aux curvigraphes sans glissement.

Nous nous proposons de combler cette lacune par l'emploi de plusieurs symboles cinématiques nouveaux.

Pour exprimer que deux droites tournent autour d'un point fixe sur chacune d'elles mais mobile par rapport à leur plan, nous utiliserons le symbole K_1.

Si l'une des droites et par conséquent le point sont fixes par rapport au plan des deux droites, le symbole deviendra K_2.

Le symbole de deux droites tournant autour d'un point fixe sera, on le voit aisément, égal à 2 K_2.

Un curvigraphe quelconque aura donc un symbole de la forme

$$(d_1 \mathrm{D}_1 + k_1 \mathrm{K}_1 + k_2 \mathrm{K}_2) ;$$

coefficient de simplicité : $d_1 + k_1 + k_2$.

---

[1] Application des méthodes géométrographiques au tracé mécanique des courbes planes. *L'Enseignement mathématique*, mars 1906, p. 143.

Les curvigraphes sans glissement renfermant moins de causes d'erreur, à cause de la difficulté de fabriquer de bonnes règles, nous prendrons d_1 comme cœfficient d'exactitude.

Nous allons donner quelques exemples.

2. — *Inverseur de Peaucellier* [1]. Soit ABCD un losange articulé, PBD un triangle isocèle également articulé, BD étant la base. Adjoignons-y un petit triangle isocèle de sommet R et de base AP.

Si P et R sont fixes, A décrit une circonférence et C une droite perpendiculaire à PR.

Symbole : $(4\ K_1 + 3\ K_2)$; Simplicité, 7 ; Exactitude *o*, [2].

Pour placer l'inverseur, la droite PR étant donnée en grandeur et en position, on a 2 C_1.

3. — *Contreparallélogramme.* Soient AB, CD les côtés non parallèles d'un trapèze isocèle, AC, BD étant les bases. La figure ABCD est un contreparallélogramme.

Si l'on fixe les sommets AB, le point de rencontre P des droites AD, BC, décrit une conique.

Symbole. $(2\,D_1 + 2\ K_1 + 2\ K_2)$; Simplicité: 6 ; Exactitude 2.

Pour placer l'appareil, on a 2 C_1.

4. — *Ellipsographe.* — Si deux droites égales, OO′ et O′A articulées sont telles que O reste fixe et que A décrive une droite OA, tout point de O′A décrit une ellipse, sauf les points qui se trouvent sur la circonférence O′ (OO′).

Symbole : $(D_1 + K_1 + K_2)$; Simplicité, 3; Exactitude, 1.

Pour placer l'appareil, on place d'abord O $\quad C_1$
on fait suivre à OB la direction du grand axe $\quad C_1$
On fait $OO' = O'A = a$. $\quad 2C_1$

5. *Parabolographe.* — L'appareil se compose d'une tringle fixe AB (directrice) et d'un losange CDEF articulé dont un point F est fixe (foyer) et dont un autre D glisse sur AB.

Un angle droit GDH a un côté DG qui glisse sur AB.

L'intersection H de DH et de CE décrit la parabole.

Symbole : $(8\ D_1 + 3\ K_1 + 2\ K_2)$; Simplicité 13; Exactitude 8.

---

[1] Voyez : NEUBERG. Sur quelques systèmes de tiges articulées, tracé mécanique des lignes. Liège, 1886.

[2] Il ne faut pas oublier qu'il s'agit, en réalité, du coefficient d'inexactitude.

Pour placer l'appareil, on place F C_1
puis AB $2C_1$

Op : ($3\ C_1$).

6. *Compas conchoïdal.* — Dans l'inverseur ABCDP de Peaucellier, si A décrit une circonférence passant par P, C décrit une droite perpendiculaire à PO, O étant le centre de la circonférence passant par A et P.

Soit E le pied de la perpendiculaire abaissée de C sur PO. Une barre rigide FF′ est invariablement liée à angle droit à PO en E, et l'on a $EF = EF'$. Si l'on fixe C, et que E décrit une ligne quelconque, F et F′ décrirons les conchoïdes.

Symbole ($5\ K_1 + 2\ K_2$) ; Simplicité 7.

En particulier, si E décrit une droite, F décrit la conchoïde de Nicomède, le symbole du curvigraphe devient ($1 D_1 + 5\ K_1 + 2\ K_2$), simplicité 8, exactitude 1.

Symbole de placement $3\ C_1$.

Si E est invariablement lié à un point fixe O′, les points F et F′ décriront un limaçon de Pascal ; le symbole est ($6\ K_1 + 3\ K_2$), simplicité 9.

Symbole de placement $2\ C_1$?

En général, si E parcourt une ligne plane algébrique d'ordre n, le symbole du curvigraphe sera ($D n + 5\ K_1 + 2\ K_2$) ; simplicité 8, exactitude 1.

7. *Compas cissoïdal.* — Soit ABCDP un inverseur de Peaucellier.

Fixons le point A et faisons, au moyen d'une bride OP, parcourir au point P la circonférence O ($OA = c$).

Le point C décrit une cissoïdale.

Symbole: ($4\ K_1 + 3\ K_2$) ; simplicité, 7.

Symbole de placement, $2\ C_1$.

Soit p la puissance de l'inverseur ($p = PA \times PC$).

Si $$p = 4\ c^2,$$
le point C décrit la cissoïde de Dioclès.

Si $$p = 2\ c^2$$
le point C décrit une strophoïde.

Si $$p = c^2$$
le point C décrit la trisectrice de Maclaurin.

8. *Génération de Newton.* — On connaît la célèbre généra-

tion des coniques donnée par Newton et que Steiner qualifiait plaisamment de « machine à vapeur ». Si deux angles constants AOB′, A′O′B′ tournent autour de leur sommet et que B et B′ parcourent une même droite, l'intersection des côtés OA et O′A′ décrit une conique passant par A et A′. B et B′ décrivent une droite *d*. $3\ D_1$

L'intersection C de OA et de O′A′ décrit OA et OA′ $2D_1$

OA et O′A′ tournent autour de O et O′ $2\ K_2$

Symbole : $(5\ D_1 + 2\ K_2)$; Simplicité 7 ; Exactitude 5. Symbole de placement $2\ C_1$.

On voit que cette génération est loin d'être la plus simple[1].

Mai 1906.

L. GODEAUX (Ath., Belgique.)

EXPOSITION DE LA MÉTHODE DE LAPLACE POUR DÉTERMINER LES ORBITES DES PLANÈTES ET DES COMÈTES.

Les méthodes de détermination des orbites donnent lieu à des calculs fort compliqués et dénués de symétrie. Il en est ainsi à cause de la nécessité d'adapter les formules au calcul numérique. Lorsqu'on veut seulement montrer en quoi consiste la méthode, il y a je crois avantage à procéder différemment. C'est ce que je vais faire pour la méthode donnée par Laplace.

Considérons un astre (planète ou comète) tournant autour du soleil.

Nous observons cet astre de la Terre. Il s'agit de déduire de ces observations les éléments de l'orbite.

Lorsqu'on a la position de l'astre à l'époque t, et sa vitesse en grandeur et direction, sa trajectoire est déterminée. Soit

---

[1] D'après notre critérium.