Appendice : Sur quelques méthodes élémentaires de calculs des logarithmes.

Objekttyp: **Appendix**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Le besoin d'abréger les immenses calculs des astronomes a en effet amené la découverte des logarithmes, que Bürgi paraît avoir faite dès 1588. Mais c'est à Neper seul qu'on en fait honneur, car non seulement il a devancé Bürgi dans la publication des tables, mais il en a donné du même coup la théorie et l'usage, et il en a très bien compris la portée, tant au point de vue arithmétique qu'au point de vue analytique.

Bürgi avait composé vers 1603 une table d'anti-logarithmes, longtemps inconnue. Cette table (*Arith. und Geom. Progress Tabulen*, Prag. 1620), retrouvée par Kœstner, en 1740, contient environ 33,000 logarithmes écrits en rouge (*rothe Zahlen*) à côté des nombres correspondants, écrits en noir (*schwarze Zahlen*).

Il a simplement remplacé la progression $\div$ 1 : 2 : 4 :... de Chuquet, de Stifel et des autres, par la progression $\div$ $1 : 1{,}1000^1 : 1{,}0001^2 : 1{,}0001^3$:... variant très lentement, et en outre très facile à construire. L'usage de cette table n'a été publié qu'en 1856, par Gieswald.

Appendice : Sur quelques méthodes élémentaires de calculs des logarithmes.

Neper considère deux points mobiles H, η, sur deux droites AO, $\alpha\omega$, le premier se mouvant uniformément et l'autre avec une vitesse proportionnelle à la distance variable $\eta\omega$. AH est le logarithme de la partie correspondante $\eta\omega$. La définition de Neper, d'ailleurs non rigoureusement justifiée, n'est autre que la définition infinitésimale $\mathrm{L}x = \int \frac{dx}{x}$, ou, mais moins directement, celle-ci $\mathrm{L}x = \lim n(\sqrt[n]{x} - 1)$.

Ses logarithmes, que nous désignerons par la lettre N, peuvent être définis par la relation $\mathrm{N}(a) = 10^7 \, \mathrm{L}\,\frac{10^7}{a}$: ils décroissent donc quand le nombre augmente. Neper avait surtout pour but de faciliter les calculs trigonométriques ; aussi, pour ne pas avoir de nombres négatifs, il fait le sinus total (sin. 90° ou rayon) égal à l'unité (représentée par 10^7) et fait croître les logarithmes à partir de celui de ce nombre.

Pour calculer sa table, il construit une progression géométrique de cent termes, dont le premier est le sinus total et la raison $1 - \frac{1}{10^7}$; le dernier terme est $a = 9999900{,}0004950$. D'après un théorème de Neper qui peut se rendre par la formule (α) de l'exercice 8 de notre *Etude des fonc. hyp.*, — formule qui se déduit immédiatement de la définition cinématique de Neper, — on trouve

$$100 < \mathrm{N}(a) < 100{,}00001 \qquad \text{d'où sensiblement } \mathrm{N}(a) = 100{,}000005$$

et de là

$$\mathrm{N}(9999900) = 100{,}00050000.$$

Une autre progression de cinquante termes dont le premier est le sinus total, et le second 999 9900, — la raison par suite étant $1 - \frac{1}{10^5}$, lui donne

$$\mathrm{N}(9995001{,}222927) = 50.100{,}0005 = 5000.025\ ,$$

d'où

$$\mathrm{N}(9995000) = 5001{,}2485387.$$

Il construit ensuite soixante-neuf progressions de vingt termes chacune ; la raison est partout $1 - \frac{1}{2000}$, les termes initiaux forment eux-mêmes une progression dont le premier terme est le sinus total et la raison $1 - \frac{1}{100}$. Il a ainsi les logarithmes de 1380 nombres variant de 1 à 0,5 et qui lui permettent de calculer par approximation ceux des lignes trigonométriques de 90° à 30°.

Neper indique aussi un autre genre de logarithmes plus commode dans la pratique : ce sont ceux qui ont zéro pour logarithme de l'unité et 10^{10} pour logarithme de 10. Pour calculer ces nouveaux logarithmes, il propose trois méthodes élémentaires, ingénieuses mais peu pratiques. Par la première, on déterminera, au moyen de racines cinquièmes successives de 10, les nombres dont les logarithmes sont 2 000 000 000, 400 000 000, 80 000 000, 16 000 000, 3 200 000, 640 000, 128 000, 25 600, 5 120, 1 024 ; puis, par des extractions de racines carrées successives de la dernière racine obtenue, les nombres dont les logarithmes sont 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Par des multiplications convenables de ces racines, on aurait les anti-logarithmes de tous les nombres [1].

La seconde méthode ne demande que des extractions de racines carrées. Par exemple, pour trouver log. 5, on prendra successivement le moyen géométrique des nombres 10, 1, dont les logarithmes sont connus, puis le moyen géométrique entre 10 et ce moyen, etc., en moyennant toujours deux nombres, l'un plus grand que 5 et l'autre plus petit [2].

Enfin la troisième méthode de Neper se déduit de cette remarque que le nombre de chiffres de la puissance 1000^{me} de a diminué de 1 représente log. a. Ainsi comme on a :

$$2^{100000000} = 10^{30102999\,6}$$

on peut écrire log. $2 = 0{,}30102995$. Briggs a continué ce calcul et a obtenu ainsi log. 2 avec treize décimales.

Kepler (*Chil. log.* Marpurg, 1624) considère un rapport fixe et le *mesure* par la différence de ses termes. Tout autre rapport a pour mesure celle du rapport fixe multipliée par le nombre de fois que ce rapport *contient* le rapport type [3]. Par exemple, prenons pour rapport type la racine $(2^{30})^{me}$ de $\frac{1}{0{,}7}$, c'est-à-dire le rapport obtenu après trente extractions successives de racines carrées, et que nous désignerons par $\frac{1}{a}$: les rapports $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{0{,}7}$ seront mesurés par $1 - a$ et par $2^{30}(1 - a)$. Pour mesurer le rapport $\frac{1}{1{,}024}$, on en extraira des racines

---

[1] Cette propriété des termes de la progression 1 : 2 : 4 : 8 :... de donner par multiplication tous les nombres entiers et celle presque identique de la progression 1 : 3 : 9 : 27 :... se voient dans l'ouvrage cité de Stifel.

[2] Euler, refaisant ce calcul, a dû extraire vingt-deux racines pour obtenir log 5 avec sept décimales exactes.

[3] Cela veut dire que si $1 - \omega$ désigne un nombre fixe dont le logarithme soit ω, le logarithme de tout nombre k, dans ce système, sera $n(1 - \sqrt[n]{k})$, n désignant l'exposant de la puissance de ω qui donne le nombre k, ou, comme dit Kepler, le nombre de fois que le rapport $\frac{1}{\omega}$ est contenu dans le rapport $\frac{1}{k}$.

carrées successives jusqu'à la vingt-cinquième, b, qui est sensiblement égale à $\frac{1}{a}$: la mesure cherchée est donc 2^{25} $(1 - b)$.

On mesurera de même les rapports

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{0,96}, \frac{1}{0,98}, \frac{1}{0,99}, \frac{1}{0,95}, \frac{1}{0,988}, \frac{1}{0,969}, \frac{1}{0,961}, \ldots$$

ce qui donnera les logarithmes kepleriens des nombres 2, 5, 3, 11, 13, 17, 23,...

Il donne, sans démonstration suffisante, plusieurs relations intéressantes, dont la relation (β) de l'exercice 8 et la première inégalité (α) de l'exercice 16, de notre article sur les *fonc. hyp.*

On voit que Kepler peut représenter tous les systèmes, sauf le système neperien. Sa théorie est d'ailleurs bien inférieure à celle de Neper, qu'il se proposait d'éclaircir.

Briggs s'est attaché, comme on sait, au calcul des logarithmes vulgaires. Voulant que la raison de la progression géométrique soit aussi voisine que possible de l'unité, mais ne pouvant se donner celle-ci a priori, puisque la base était fixée d'avance ; voulant d'autre part obtenir ses logarithmes avec quinze décimales exactes ; il calcula d'abord la table suivante de logarithmes vulgaires, qu'il poursuivit jusqu'à ce qu'il ait quinze zéros après la virgule, ce qui lui permettait de concevoir l'insertion de $10^{15} - 1$ moyens géométriques entre 10 et 1,

$$(\alpha) \quad \log 10 = 1\,, \quad \log \sqrt{10} = 0,5\,, \quad \log \sqrt[4]{10} = 0,25\,, \quad \log \sqrt[8]{10} = 0,125\,,\ldots$$

et dont le cinquante-quatrième terme est [1]

$$\log 1,0^{15}12781914932003235 = 0,0^{16}55511151231257827 02.$$

Il remarqua que le rapport de l'excès d'une racine sur

---

[1] Ces racines successives se déduisent les unes des autres à l'aide de diverses formules, dont voici la plus simple : soient

$$\sqrt{1 + A} = 1 + a, \ \sqrt{1 + a} = 1 + \alpha \quad \text{et} \quad \sqrt{1 + \alpha} = 1 + x\,,$$

on aura

$$x = \frac{3}{4}\alpha - \frac{1}{8}a + \frac{A3}{1024}\,.$$

l'unité au logarithme correspondant tend vers une limite fixe [1] qui se trouve être le nombre

$$M = 0{,}434294481903251804\,.$$

De là une première méthode de calcul des logarithmes. En effet soit à trouver log. 2 : il extrait quarante-sept fois de suite la racine du nombre 1,024, ce qui lui donne

$$\log 1{,}0^{15}16851605705394977 = 0{,}0^{16}731855936906239368$$
$$= M \,.\, 0{,}0^{15}1685165705394977$$

Multipliant par 2^{47}, il trouve

$$\log 2 = 0{,}30102999566391119 52\,.$$

Pour log. 3 il part de $1{,}0077696 = \frac{6^9}{10^7}$; pour log. 7, il agit de même sur $1 + \frac{1}{2400}$; pour log. 11, sur $1 + \frac{1}{9800}$; en général, sur des nombres de la forme $\frac{n^2}{n^2 - 1}$, les facteurs des nombres n, $n - 1$, $n + 1$ ayant leurs logarithmes connus, sauf un.

La table (α) permet de trouver autrement log. n, n étant compris entre 1 et 10. On divise n par le nombre de la table immédiatement inférieur, puis le quotient par le nombre qui lui est immédiatement inférieur, etc. On ajoute ensuite les logarithmes correspondants.

Briggs donne encore une autre méthode fondée sur l'emploi d'une table des logarithmes des nombres 1,1, 1,2, ... 1,9 ; 1,01,... 1,09 ;... $1{,}0^81$, $1{,}0^82$,... $1{,}0^89$.

Ainsi, par les divisions successives, on a :

$$2966{,}82051458 = 2966 \,.\, 1{,}0^32 \,.\, 1{,}0^47 \,.\, 1{,}0^56 \ldots.$$

d'où le logarithme du nombre proposé à l'aide de ceux de la table.

Les logarithmes étant calculés par exemple de 10 en 10, Briggs montre à intercaler les autres à l'aide de diverses for-

[1] Si $\sqrt{1 + A} = 1 + a$, on a en effet : $\dfrac{A}{\log(1 + A)} = \left(1 + \dfrac{a}{2}\right) \dfrac{a}{\log(1 + a)}$.

mules utilisant surtout les différences secondes et cinquièmes.

Gregory a appliqué au calcul de L 10 le théorème rappelé, exercice 15 de nos *fonc. hyp.* Au vingtième terme, il a trouvé deux limites qui ont vingt-deux décimales communes. Il indique ensuite le calcul des nombres plus petits que 100, comme Briggs :

$$L\left(1+\frac{1}{2400}\right) \text{ d'où } L.7 ; \; L\left(1+\frac{1}{9800}\right) \text{ d'où } L11 ; \ldots$$

Au-delà de 100, il prescrit de calculer

$$L\left[1+\frac{2A-1}{A^3(A-2)}\right]$$

d'où le logarithme de $A+1$, connaissant ceux de $A-2$, de $A-1$ et de A.

Mercator (*Log.* Londres, 1668) a donné une ingénieuse théorie qui s'appuie sur l'étude des proportions à termes équidifférents,

$$\frac{a}{a+b}, \; \frac{a+b}{a+2b}, \; \frac{a+2b}{a+3b}, \ldots$$

des rapports de ces rapports, de leurs rapports seconds, etc. Par exemple, on a sensiblement :

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{n(b+a)-(b-a)}{n(b+a)+(b-a)}.$$

Ainsi on a :

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{17}\,\frac{17}{19}\,\frac{19}{21}\,\frac{21}{23}\,\frac{23}{25} \quad \text{d'où sensiblement} \quad \sqrt[5]{\frac{3}{5}} = \frac{19}{21}.$$

Cela fait voir que les logarithmes des nombres

$$\frac{a}{b}, \; \frac{b+3a}{3b+a}, \; \frac{2b+4a}{4b+2a}, \; \frac{3b+5a}{5b+3a}, \ldots$$

sont comme les nombres $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$

Il tire de là, par des moyens élémentaires, mais peu rigoureux, les formules approchées

$$(\alpha) \quad \frac{L(a+b)-La}{L(a+c)-La}=\frac{2a+b}{2a+c}, \quad \frac{2L(a+b)-La-L(a+2b)}{2L(a+c)-La-L(a+2c)}=\left(\frac{a+b}{a+c}\right)^2$$

et autres analogues.

Ceci posé, il a, par des calculs faciles à restituer,

$$1005^{461}=9965774 \quad , \quad 995^{459}=1001823$$

d'où, par des interpolations linéaires

$$1005^{461,6868}=10 \quad \text{et} \quad 995^{459,3639}=0.1$$

De là les logarithmes de 0,995 et de 1,005, d'où, en utilisant (α), log. 101 — log. 100, puis log. 102 — log. 101, etc.

Dans les P. T. de 1714, ont été publiées deux méthodes intéressantes pour le calcul d'un logarithme isolé quelconque. L'une, due à Long est basée sur l'emploi de la table des racines 10^e^, 100^e^, 1000^e^,... de 10 et de leurs neuf premières puissances. On divise le nombre dont on cherche le logarithme par le nombre le plus voisin de la table, puis on agit de même sur le quotient, et ainsi de suite. On n'a plus qu'à ajouter les logarithmes obtenus.

Le second procédé est de Taylor qui l'expose en l'appliquant au logarithme de 2. Posons

$$\begin{aligned}
&A = 7\log 2 - 2 = \log 1{,}28 > 0 \text{ , d'où } \log 2 > 0{,}28\\
&B = 3\log 2 - 1 = \log 0{,}8 < 0 \text{ , d'où } \log 2 < 0{,}33\\
&C = A + B = 10\log 2 - 3 = \log 1{,}024 > 0 \text{ , d'où } \log 2 > 0{,}3\\
&D = B + 9C = 93\log 2 - 28 = \log 0{,}990352031429 < 0 \text{ ,}\\
&\qquad\qquad\qquad \text{d'où } \log 2 < 0{,}30107\\
&E = C + 2D = 169\log 2 - 59 = \log 1{,}004336277664 > 0 \text{ ,}\\
&\qquad\qquad\qquad \text{d'où } \log 2 > 0{,}301020\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&N = L + M = 325147\log 2 - 97879 = \log 1{,}000000364511 \text{ ,}\\
&\qquad\qquad\qquad \text{d'où } \log 2 > 0{,}3010299956635\\
&O = M + 18N = 6107016\log 2 - 1838336 = \log 0{,}999999764687 \text{ ,}\\
&\qquad\qquad\qquad \text{d'où } \log 2 < 0{,}3010299956640
\end{aligned}$$

On a ainsi deux valeurs très rapprochées de log. 2 et on peut en tirer une valeur très exacte en remarquant que si x est très petit on a sensiblement

$$(1 \pm x)^z = 1 \pm zx \quad \text{d'où sensiblement} \quad x \log (1 - z) + 2 \log (1 + x) = 0.$$

Posant en conséquence

$$364511\,\mathrm{O} + 235313\,\mathrm{N} = 0\,,$$

on trouve la valeur de log. 2 avec quinze décimales exactes.

Dodson (*anti-log. Canon*, 1742) donne avec onze décimales les 100 000 moyens géométriques insérés entre 10 et 1, avec leurs logarithmes vulgaires, c'est-à-dire la table désignée ci-dessous :

$$\begin{array}{l}
1 \;:\; a = 1{,}000023026116 \;:\; a^2 \;:\; a^3 \;:\; \ldots \;:\; 10\;. \\
0\;.\; \alpha = 0{,}000001 \qquad .\; 2\alpha \;.\; 3\alpha \;\ldots\; .\quad 1\;.
\end{array}$$

Euler, dans son *Alg.* enseigne ainsi à trouver la valeur de log. 2. Il s'agit de résoudre l'équation $10^x = 2$. Or on a :

$$2^4 > 10 > 2^3\,, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{1}{3} > x > \frac{1}{4}$$

La fraction $\frac{1}{6}$, formée en additionnant les numérateurs et les dénominateurs de ces deux limites de x, est comprise entre elles [1] : c'est donc une nouvelle approximation. Or

---

[1] Cette remarque, que les Anciens paraissent avoir connue et utilisée, se voit pour la première fois chez Chuquet (l. cit.), qui l'appelle « la rigle des moyens » et l'emploie ainsi pour « lextraction des racines imparfaictes. »

Soit $\sqrt{6}$; l'essai direct donne $2 < \sqrt{6} < 3$. Essayons successivement $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{5}$, ... $2\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$, ... nous trouvons :

$$2\frac{1}{2} > \sqrt{6} > 2\frac{1}{3}\,,$$

d'où le moyen $2\frac{2}{5}$, qui après essai, se trouve être trop petit. Moyennons les deux limites $2\frac{1}{2}$ et $2\frac{2}{5}$, il vient $2\frac{3}{7}$, valeur trop petite. « Et par ceste manière peulx proceder en adjoustant le moins avec le plus ou le plus avec le moins Jusques a ce que lon sapproche bien pres de . 6 . ung petit plus ou ung petit moins et tant qu'il souffise. Et doit on scavoir que tant plus lon continueroit par ceste manie tant plus pres de . 6 . lon sapprocheroit mais Jamais on ne lattaindroit pcisemet. »

Estienne de la Roche, dans son *Arismétique* (Lyon, 1520) emploie également ce procédé, qu'il appelle *par médiacion*.

On appelle aujourd'hui *médiantes* le genre de moyennes dont il vient d'être parlé, et leur étude a mené à la connaissance de diverses suites importantes étudiées par Farey, Cauchy, Brocot, Halphen, etc.

on a :

$$10^2 < 2^7 \quad \text{donc} \quad \frac{1}{3} > x > \frac{2}{7} .$$

De même, on trouve :

$$\frac{1}{3} > x > \frac{3}{10}, \frac{4}{13} > x > \frac{3}{10}, \frac{7}{23} > x > \frac{3}{10}, \ldots \frac{28}{93} > x > \frac{3}{10}, \frac{31}{103} < x .$$

La relation $\frac{28}{93} > x > \frac{31}{103}$ donne l'approximation $\frac{59}{196}$, qui se trouve être trop petite. Combinons-la avec $\frac{28}{93}$, il vient $\frac{87}{299}$, trop forte. Combinons cette dernière avec $\frac{59}{196}$, il vient $\frac{146}{485}$; et ainsi de suite.

Cette méthode serait certainement la moins pratique de toutes celles qu'on a imaginées dans ce but.

La méthode de Briggs, décrite plus haut a été modifiée heureusement par Flower (*New way of making log.* 1771.) Le diviseur est formé de l'ensemble des quatre premiers chiffres, en ajoutant 1, ce qui fournit un quotient de la forme $0{,}9^n$ ab... On multiplie ce quotient par $1{,}0^n\ \alpha$, α étant le complément à 9 de a. On répète la même opération sur le produit et on continue jusqu'à ce que la première moitié des chiffres du produit soit composée de 9 : on écrit, immédiatement les derniers facteurs, en prenant les compléments des derniers chiffres. Ainsi par exemple

$$\frac{2966{,}82051456}{2967} = 0{,}9^4 3950608695$$

le quotient multiplié par $1{,}0^4 6$, donne $0{,}9^6 502457315$; ce produit, multiplié par $1{,}0^6 4$, donne $0{,}9^7 02457116$; celui-ci, multiplié par $1{,}0^7 9$, donne $0{,}9^8 2457107$; ce dernier résultat fournit les facteurs

$$1{,}0^8 7 \ , \quad 1{,}0^9 5 \ , \quad 1{,}0^{10} 4 \ , \quad 1{,}0^{11} 2 \ , \quad 1{,}0^{12} 8 \ , \quad 1{,}0^{13} 9 \ , \quad 1{,}0^{14} 2 \ ;$$

d'où

$$\log 2966{,}8\ldots = \log 2967 - (\log 1{,}0^4 6 + \log 10^6 4 + \ldots)$$

Cette méthode a reçu plusieurs perfectionnements de détails de Lefort, Fedor Thoman, Burnier, Gray et Hopp. Byrne (*Dual log.* 1863) a proposé de la modifier en remplaçant dans la table, les logarithmes de 1,2, 1,3,... 1,02, 1,03,... par ceux de $1{,}1^2$, $1{,}1^3$,... $1{,}01^2$, $1{,}01^3$,... ce qui réduit la construction de la table au calcul des logarithmes de 1,1, 1,01, 1,001,...

Garnier dans son *Alg.* (Paris, 1800), apprend à développer les logarithmes en fractions continues. Soit à trouver log. 2 ; on a $10^x = 2$, d'où $x < 1$. Posons $x = \frac{1}{\alpha}$; on aura $2^\alpha = 10$, d'où $\alpha = 3 + \beta$ et $2^\beta = 1{,}25$. Donc $\beta < 1$; posons $\beta = \frac{1}{\gamma}$, on aura de la même manière

$$\gamma = 3 + \delta \ , \quad 1{,}25^\delta = 1{,}024 \ , \quad \text{d'où} \quad \delta < 1 \ ;$$

posons donc $\delta = \frac{1}{\varepsilon}$, ce qui donnera

$$\varepsilon = 9 + \zeta \ , \quad 1{,}024^\zeta = \frac{1.25}{1{,}23794} = 1{,}0097 \ ,$$

$$\zeta = \frac{1}{\eta} \ , \quad \eta = 2 + \theta \ , \quad 1{,}0097^\theta = \frac{1{,}024}{1{,}019494} = 1{,}0044 \ .$$

Il arrive finalement à ce résultat

$$\log 2 = \frac{1}{3+}\,\frac{1}{3+}\,\frac{1}{9+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{5+}\,\frac{1}{\nu} = \frac{729}{2621} = 0{,}3010301 \ .$$

Enfin nous signalerons la méthode de Namur (*Tables de log.* Bruxelles, 1877), qui prescrit de multiplier le nombre dont on cherche le logarithme par un facteur convenable, de manière que le produit soit voisin de 1 000000 M : les différences des logarithmes sont, aux environs de ce nombre, de la forme 100..., ce qui rend l'interpolation très aisée.

Nous aurions voulu faire encore ressortir davantage l'importance de l'admirable découverte de Neper, en signalant l'influence qu'elle eut sur les progrès du calcul, de la trigonométrie, de la cinématique, de l'algèbre ; sur l'extension de celle-ci aux quantités transcendantes ; ainsi que sur la découverte du calcul des fonctions et du calcul infinitésimal. Mais cela eût dépassé notre but, et nous nous contenterons de rappeler, en nous y associant, l'une des épigraphes placées en tête de la *Mirifici Descriptio :*

« Hic liber est minimus, si spectes verba ; sed usum
Si spectes, Lector, maximus hic liber est.
Disce ; scies parvo tantum debere libello
Te, quantum magnis mille voluminibus. *Andreas Junius.* »

A. AUBRY (Beaugency, Loiret).

LA MATHÉMATIQUE PURE ET L'APPROXIMATION

1. — Dans l'évolution actuelle de l'enseignement des sciences, on constate un mouvement bien marqué vers l'utilité. Trop longtemps on a dit que le seul but des mathématiques était de former le raisonnement ; on les a enseignées comme s'il ne s'agissait que de créer de futurs mathématiciens. Aujourd'hui, on veut faire voir aux élèves que les sciences exactes ont de nombreuses applications pratiques, que la mathématique pure n'est pas seulement une excellente gymnastique de l'esprit, un admirable modèle de pensée logique, mais encore une interprétation approchée et commode de la réalité. Il n'est guère besoin de rappeler ici les nombreux écrits de M. KLEIN [1] en Allemagne, de M. PERRY [1] en Angleterre et de beaucoup d'autres auteurs [2]. Signalons toutefois, parmi les ouvrages français, les volumes très suggestifs de M. LAISANT, *La Mathématique; Philosophie-En-*

---

[1] Voir l'aperçu qu'en donne M. Marotte dans sa note sur *L'évolution actuelle de l'enseignement mathématique en Angleterre et en Allemagne*, publiée dans le *Bull. des sciences math.* de 1905, p. 281-306.

[2] Consulter les divers volumes de L'*Enseignement Mathématique*.