Construction de la courbe auxiliaire.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1906)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

logues correspondants, n en S_n et un en S_1. Ces rayons donnent des nouveaux points de la courbe du $(n+1)^e$ degré, et par conséquent, cette courbe peut être construite au moyen de la courbe auxiliaire correspondante de la n^e classe.

conséquent cette courbe peut être construite au moyen des points de la courbe inférieure du n^e degré.

Construction de la courbe auxiliaire.

Pour déterminer cette courbe de n^e classe qui correspond à un groupe de $(n+1)^e$ classe ayant une paire de points homologues confondus, nous remarquons que l'on a $2\,n$ tangentes différentes, une d'ordre $(n-1)$ et une droite non tangente.

Si maintenant, nous prenons une quelconque des $2\,n$ tangentes simples différentes, celle-ci est coupée par les $(2\,n-1)$ autres en $2\,n-1$ points. A chaque point de la tangente d'ordre $(n-1)$ correspond un seul point de cette tangente simple et à chaque point de celle-ci correspondent $(n-1)$ points homologues sur la tangente multiple, car, par chaque point de la tangente simple on peut mener $(n-1)$ autres tangentes simples.

Il en résulte donc que la construction de la courbe de la n^e classe se ramène à deux divisions formant un groupe de la n^e classe, donc telle qu'à tout point de l'une correspondent $(n-1)$ points de l'autre et à tout point de cette autre un seul de la première.

On peut également ramener cette courbe à celle résultant d'un groupe de n^e degré. Cette courbe comporte le point A′ comme point multiple d'ordre $(n-1)$ et en plus $2\,n+1-1$ ou $2\,n$ autres points simples.

En joignant un quelconque de ces points avec les $2\,n-1$ autres puis ceux-ci avec A′, on forme deux faisceaux, tels qu'à chaque rayon du premier en correspondent $n-1$ du 2^e et chaque rayon du 2^e un du premier ; car tout rayon par le point simple en question a encore $(n-1)$ points de coupe possible avec la courbe.

Il en résulte également que la construction de cette courbe se ramène à celle résultant de deux faisceaux formant un groupe du n^e degré d'après les formules précédentes appliquées au nombre des points nécessaires.

Si dans la formule

$$2n+1$$

on fait $n = n - 1$, on trouve

$$2n - 1 ,$$

comme nombre des tangentes nécessaires en dehors de la tangente d'ordre $n - 1$ et d'une tangente simple.

Conclusions.

A. *Une courbe de* $(n + 1)^e$ *degré* avec un point multiple d'ordre n se ramène à

Une courbe de n^e *classe* avec une tangente multiple d'ordre $(n - 1)$, puis à

Une courbe de degré $(n - 1)$ avec un point d'ordre $n - 2$, puis à

Une courbe de $(n - 2)^e$ *classe* avec une tangente d'ordre $n - 1$, puis à

. . . .

. . . .

Une courbe du 3^e *degré* avec un point double ou de 3^e *classe* avec une tangente double, et enfin à

Une courbe du 2^e degré ou de la 2^e classe avec 5 points ou 5 tangentes simples.

B. *Il en résulte a priori le théorème suivant particulièrement connu dans les coniques.*

Théorème. *Si un point multiple d'ordre* (n — 1) *d'une courbe du* n^e *degré est considéré comme sommet d'un faisceau involutif du* n^e *degré les points de coupe de* n *rayons homologes avec la courbe sont en ligne droite et les droites correspondant à chaque groupe de* n *rayons sont concourantes.*

A. *Une courbe de la* (n + 1)^e *classe* avec une tangente d'ordre n se ramène à

Une courbe du n^e *degré* avec un point d'ordre $n - 1$^{e} puis à

Une courbe de (n — 1)^e *classe* avec une tangente d'ordre $(n - 2)$ puis à

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Une courbe de 3^e classe ou de 3^e degré avec une tangente double ou un point double, et enfin à

Une courbe de 2^e degré ou de 2^e classe avec 5 points simples ou 5 tangentes simples.

B. Ceci donne le théorème dualistique suivant *dont le cas particulier des coniques est bien connu.*

Théorème. *Si une tangente multiple d'ordre* (n — 1) *d'une courbe de* n^e *classe est considérée comme base d'une division involutive de* n^e *classe, les* n *tangentes issues de* n *points homologues sont concourantes, et les points de concours de chaque groupe sont en ligne droite.*

L. Crelier, (Bienne-Berne).