Sur le cercle passant par les pieds des bissectrices intérieures.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

« Reçu de M. Legendre la somme de etc...., pour frais d'expédi-
« tion d'un acte de décès. »

Paris, le 16 mars 1907.

Le Caissier des archives,
(Illisible). »

— Mais je ne m'appelle pas Legendre, et je ne suis pas mort. Je m'appelle Renard, et je suis toujours vivant.

— Ça ne fait rien, ça n'a pas d'importance.

Sur cette parole admirable, la conversation pris fin. Quelques jours après, M. Renard, ayant fait un nouveau voyage aller et retour d'un bout à l'autre de Paris, me remettait l'expédition de l'acte de décès, que je ne trouve pas d'un prix trop élevé : 1° parce qu'elle contient la solution d'une question d'histoire scientifique intéressante ; 2° parce que, en raison des circonstances que je viens de rappeler, elle fournit un petit paragraphe additionnel à l'inépuisable chronique de la sottise administrative.

En définitive, il est désormais acquis, d'après l'acte de décès, que Adrien-Marie Legendre était né à Paris, qu'il y est mort, en sa demeure, quai Voltaire, n° 9, à l'âge de 80 ans, le 9 janvier 1833, à six heures du matin (et non le 10 janvier, comme l'indiquent quelques biographies). Legendre à sa mort, était Membre de l'Académie des Sciences et officier de la Légion d'honneur.

C. A. L.

Sur le cercle passant par les pieds des bissectrices intérieures.

1. — Soient P et P′ deux points quelconques du plan ABC. Nous désignons par A_1, B_1, C_1, A'_1, B'_1, C'_1 les intersections respectives de AP, BP, CP, AP′, BP′, CP′ avec BC, CA, AB. Lorsque ces six points d'intersection sont concycliques, nous avons fait voir (*Nouvelles Annales,* Août 1906), que le point P′ est le réciproque de l'anticomplémentaire d'un point dont les coordonnées barycentriques sont

$$\frac{a^2}{x(y+z)},\quad \frac{b^2}{y(z+x)},\quad \frac{c^2}{z(x+y)},$$

x, y, z étant les coordonnées barycentriques de P.

2. — D'après cela il est facile de voir, que si P est le centre I du cercle inscrit à ABC le point P′ a pour coordonnées barycentriques

$$\frac{a}{a+4p\cos A},\quad \frac{b}{b+4p\cos B},\quad \frac{c}{c+4p\cos C}.$$

On vérifie aisément, que ce point appartient à l'hyperbole de Kiepert de ABC.

3. — Les triangles $A_1 B_1 C_1$ et $A'_1 B'_1 C'_1$ sont les triangles diagonaux des quadrilatères ABCI, ABCP'. Ces triangles sont donc autopolaires aux hyperboles équilatères ABCI (hyperbole de Feuerbach) et ABCP' (hyperbole de Kiepert). Comme le cercle circonscrit à un triangle autopolaire à une hyperbole équilatère passe par le centre de cette courbe et comme le cercle d'Euler est le lieu des centres des hyperboles équilatères ABC, nous pourrons dire : *le cercle passant par les pieds des bissectrices intérieures coupe le cercle d'Euler aux centres des hyperboles de Feuerbach et de Kiepert.*

Emile WEBER (Liège).

Simple remarque sur un théorème de géométrie.

Nous avons en vue le théorème :

Si P est un point pris à l'intérieur d'un triangle ABC, on a

$$BP + PC < AB + AC .$$

La démonstration donnée dans les ouvrages classiques gagnerait — ce nous semble — en clarté à être exposée comme suit.

Lemme. — *Si l'on prend un point P sur un côté AC d'un triangle ABC, entre A et C, on a* $BP + PC < BA + AC$.

La démonstration est immédiate.

Théorème. (Enoncé ci-dessus). — Prolongeons BP jusqu'à sa rencontre en R avec AC. En appliquant le lemme aux triangles BRC, ABC, on a

$$BP + PC < BR + RC < BA + AC .$$

C. q. f. d.

Emile WEBER (Liège).

Sur la relation entre les côtés d'un triangle rectiligne.

Cette petite note est destinée à attirer l'attention des professeurs sur un défaut de méthode, dans tous les traités de géométrie élémentaire qui nous sont connus. Il s'agit de trois théorèmes qui se rapportent à l'expression de la valeur du carré d'un côté du triangle en fonction des deux autres. Tous les auteurs que nous avons lus distinguent trois cas suivant que le côté est opposé à un angle droit, à un angle aigu ou à un angle obtus. Au fond, ils